CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

ABAU

Código: 23

Convocatoria ordinaria 2024
FÍSICA

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que poderá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas.**

PREGUNTA 1. Interacción electromagnética. Responda indicando e xustificando a opción correcta. **(2 puntos)**
1.1. Unha partícula posúe unha carga de 5 nC e penetra nunha rexión do espazo onde hai un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}} = 0{,}6\ \overline{\mathbf{i}}$ T cunha velocidade $\overline{\boldsymbol{v}} = 8\cdot 10^6\ \overline{\mathbf{j}}$ m·s⁻¹, describindo unha circunferencia de 2 µm de raio. O valor da masa da partícula é: A) $7{,}5\times10^{-22}$ kg; B) $4{,}5\times10^{-22}$ kg; C) $2{,}5\times10^{-22}$ kg.
1.2. Nunha rexión do espazo na que o potencial eléctrico é constante a intensidade de campo eléctrico é:
A) constante; B) nula ; C) ten un valor que depende do punto considerado.

PREGUNTA 2. Ondas e óptica xeométrica. Responda indicando e xustificando a opción correcta. **(2 puntos)**
2.1. A velocidade dunha onda nun punto do espazo: A) varía coa fase na que se atope o punto; B) varía coa distancia do punto á orixe; C) varía ao cambiar o medio de propagación.
2.2. O período dun péndulo é de 1 s. Se duplicamos a lonxitude do péndulo, o novo valor do período será:
A) 1/2 s; B) $\sqrt{2}$ s; C) 2 s.

PREGUNTA 3. Física do século XX. Responda indicando e xustificando a opción correcta. **(2 puntos)**
3.1. Ilumínase o cátodo dunha célula fotoeléctrica cunha radiación de frecuencia $1{,}6\times10^{15}$ Hz e o potencial de freado é de 2 V. Se usamos unha luz de 187,5 nm, o potencial de freado será: A) menor; B) maior; C) igual.
DATO: $c = 3{,}0\times10^8$ m·s⁻¹.
3.2. Unha nave espacial viaxa a unha velocidade uniforme 0,866 c relativa á Terra. Se un observador da Terra rexistra que a nave en movemento mide 100 m, canto medirá a nave para o seu piloto?: A) 50 m; B) 100 m; C) 200 m. Nota: c é a velocidade da luz no baleiro.

PREGUNTA 4. Práctica de interacción gravitacional. (2 puntos)
a) A partir dos seguintes datos de satélites que orbitan arredor da Terra determine o valor da masa da Terra. b) Se o valor indicado nos libros de texto para a masa da Terra é de $5{,}98\times10^{24}$ kg, que incerteza relativa obtivemos a partir do cálculo realizado?
DATO: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

Satélites	Distancia media ao centro da Terra / km	Período orbital medio /min
DELTA 1-R/B	7595	158
O3B PFM	14 429	288
GOES 2	36 005	1449
NOAA	7258	102

PREGUNTA 5. Problema de interacción gravitacional. (2 puntos)
Unha nave sitúa un obxecto de 20 kg de masa entre a Terra e o Sol nun punto onde a forza gravitacional neta sobre o obxecto é nula. Calcule nese punto: a) a distancia do obxecto ao centro da Terra; b) a aceleración da Terra debida á forza que o obxecto exerce sobre ela.
DATOS: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N·m²·kg⁻²; M(T) = $5{,}98\times10^{24}$ kg; M(S) = $2{,}00\times10^{30}$ kg; distancia Terra-Sol = $1{,}50\times10^{11}$ m.

PREGUNTA 6. Problema de interacción electromagnética. (2 puntos)
Unha carga eléctrica puntual de valor Q ocupa a posición (0,0) do plano XY no baleiro. Nun punto A do eixo X o potencial eléctrico é $V = -120$ V e o campo eléctrico é $\overline{\boldsymbol{E}} = -80\ \overline{\mathbf{i}}$ N /C. Se as coordenadas están dadas en metros, calcule: a) a posición do punto A e o valor de Q; b) o traballo que realiza a forza eléctrica do campo para levar un electrón desde o punto B (2,2) ata o punto A.
DATOS: $K = 9\times10^9$ N·m²·C⁻²; $|q_e| = 1{,}6\times10^{-19}$ C.

PREGUNTA 7. Problema de ondas e óptica xeométrica. (2 puntos)
Unha coleccionista de moedas utiliza unha lupa de distancia focal 5 cm para examinalas polo miúdo. a) Calcule a distancia á que ten que situar as moedas respecto da lupa se quere observalas cun tamaño dez veces maior.
b) Represente aproximadamente o correspondente diagrama de raios, indicando as posicións e as características do obxecto e da imaxe.

PREGUNTA 8. Problema de física do século XX. (2 puntos)
Marie Curie recibiu o Premio Nobel de Química en 1911 polo descubrimento do radio. Se nese mesmo ano se gardasen no seu laboratorio 2,00 g de radio-226, calcule: a) a cantidade de radio que quedaría e a actividade da mostra na actualidade; b) os anos que pasarían ata que a mostra de radio se reducise ó 1 % do seu valor inicial.
DATOS: $N_A = 6{,}02\times10^{23}$ partículas·mol⁻¹; tempo de semidesintegración do radio = $1{,}59\times10^3$ anos.

Solucións

1.1. Unha partícula posúe unha carga de 5 nC e penetra nunha rexión do espazo onde hai un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}} = 0{,}6\ \overline{\mathbf{i}}$ T cunha velocidade $\overline{\boldsymbol{v}} = 8\cdot10^6\ \overline{\mathbf{j}}$ m·s⁻¹, describindo unha circunferencia de 2 µm de raio. O valor da masa da partícula é:
A) $7{,}5\times10^{-22}$ kg.
B) $4{,}5\times10^{-22}$ kg.
C) $2{,}5\times10^{-22}$ kg.

(A.B.A.U. ord. 24)

Datos	***Cifras significativas: 2***
Carga da partícula	$q = 5{,}0$ nC $= 5{,}0\cdot10^{-9}$ C
Intensidade do campo magnético	$\overline{\boldsymbol{B}} = 0{,}60\ \overline{\mathbf{i}}$ T
Velocidade da partícula	$\overline{\boldsymbol{v}} = 8{,}0\cdot10^6\ \overline{\mathbf{j}}$ m/s
Radio da traxectoria circular	$R = 2{,}0$ µm $= 2{,}0\cdot10^{-6}$ m
Incógnitas	
Masa da partícula	m
Outros símbolos	
Valor da forza magnética sobre a partícula	F_B
Vector forza eléctrica sobre a partícula	$\overline{\boldsymbol{F}}_E$
Ecuacións	
Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga, q, que se despraza no interior dun campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, cunha velocidade, $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (nun movemento circular de raio R)	$a_N = \dfrac{v^2}{R}$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m\cdot\overline{\boldsymbol{a}}$

Solución:

Como só actúa a forza magnética, que é perpendicular á velocidade, a partícula describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N.

$$F_B = m\cdot a = m\cdot a_N = m\frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q|\cdot B\cdot v\cdot \operatorname{sen}\varphi = m\frac{v^2}{R}$$

Se a partícula entra perpendicularmente ao campo magnético, sen $\varphi = 1$.
Despexando a masa, m:

$$m = \frac{R\cdot q\cdot B}{v} = \frac{2{,}0\cdot10^{-6}\,[\mathrm{m}]\cdot5{,}0\cdot10^{-9}\,[\mathrm{C}]\cdot0{,}60\,[\mathrm{T}]}{8{,}0\cdot10^{6}\,[\mathrm{m/s}]} = 7{,}5\cdot10^{-22}\ \mathrm{kg}$$

Coincide coa opción A.

Análise: A masa desta partícula é $7{,}5\cdot10^{-22} / 1{,}67\cdot10^{-27} = 4{,}5\cdot10^5$ *veces a masa do protón, e a súa carga vale $5\cdot10^{-9} / 1{,}6\cdot10^{-19} = 3{,}1\cdot10^{10}$. Non parece moi probable que unha partícula poida ter a carga de* 31 000 000 000 *de protóns e a masa de só* 450 000. *Si comparámolo co positrón, (xa que a súa carga é positiva) a antipartícula do electrón, a relación de masas é* $7{,}5\cdot10^{-22} / 9{,}1\cdot10^{-31} = 7{,}9\cdot10^8$ *veces a masa do positrón. Tampouco parece probable semellante concentración de antimateria. Repasando os cálculos, non parecen conter erros, así que supoño que a persoa que redactou o exercicio non elixiu os valores axeitados.*

1.2. Nunha rexión do espazo na que o potencial eléctrico é constante a intensidade de campo eléctrico é:
A) Constante.
B) Nula.
C) Ten un valor que depende do punto considerado.

(A.B.A.U. ord. 24)

Solución: B

O campo eléctrico é o gradiente do potencial eléctrico: a variación do potencial eléctrico con respecto á distancia. A expresión é:

$$\vec{E}=-\frac{d V}{d r}$$

Nesa ecuación $\overline{\boldsymbol{E}}$ é a intensidade do campo eléctrico, V é o potencial eléctrico, e r é a distancia.
O signo menos indica que o campo eléctrico vai na dirección da diminución do potencial.
Se o potencial eléctrico é constante, a súa derivada con respecto á distancia é cero. Polo tanto, a intensidade do campo eléctrico é nula.

2.1. A velocidade dunha onda nun punto do espazo:
A) Varía coa fase na que se atope o punto.
B) Varía coa distancia do punto á orixe.
C) Varía ao cambiar o medio de propagación.

(A.B.A.U. ord. 24)

Solución: C

A velocidade dunha onda depende das propiedades do medio no que se propaga. Por exemplo, a velocidade do son varía dependendo de se está no aire, na auga ou nun sólido.

2.2. O período dun péndulo é de 1 s. Se duplicamos a lonxitude do péndulo, o novo valor do período será:
A) 1/2 s.
B) $\sqrt{2}$ s.
C) 2 s.

(A.B.A.U. ord. 24)

Solución: B

A ecuación do período dun péndulo de lonxitude L é:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Nesta ecuación, L é a lonxitude do péndulo, g é a aceleración da gravidade e T é o período.
Substituíndo os datos nos dous péndulos quedaría:

$$1=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T_2=2\pi\sqrt{\frac{2\cdot L}{g}}$$

Dividindo a segunda ecuación entre a primeira, quedaría:

$$\frac{T_2}{1}=\frac{2\pi\sqrt{\frac{2\cdot L}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}=\sqrt{2}$$

O período do péndulo, ao ter o dobre de lonxitude, valería $\sqrt{2}$ = 1, 4 s.

3.1. Ilumínase o cátodo dunha célula fotoeléctrica cunha radiación de frecuencia $1{,}6\times10^{15}$ Hz e o potencial de freado é de 2 V. Se usamos unha luz de 187,5 nm, o potencial de freado será:
A) Menor.
B) Maior.
C) Igual.

DATO: $c = 3,0 \times 10^8$ m·s⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 24)*

Solución: C

Cando a luz interactúa co metal da célula fotoeléctrica faino coma se fose un chorro de partículas chamadas fotóns (paquetes de enerxía).
Cada fotón choca cun electrón e transmítelle toda a súa enerxía.
Para que se produza efecto fotoeléctrico, os electróns emitidos deben ter enerxía suficiente para chegar ao anticátodo, o que ocorre cando a enerxía do fotón é maior que o traballo de extracción, que é unha característica do metal.
A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f = h \cdot f$$

h é a constante de Planck e ten un valor moi pequeno: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.
A frecuencia dunha onda é inversamente proporcional a súa lonxitude de onda λ,

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Cuanto maior sexa a súa lonxitude de onda, menor será a frecuencia e menor será a enerxía do fotón.
A enerxía cinética máxima dos electróns emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

A enerxía cinética E_c máxima dos electróns escríbese en función do potencial de freado

$$E_c = |e| \cdot V$$

A ecuación de Einstein queda:

$$h \cdot f = W_e + |e| \cdot V$$

Por tanto, canto menor sexa a frecuencia da radiación, menor será a enerxía dos fotóns e a enerxía cinética e o potencial de freado dos electróns emitidos.
Co dato da velocidade da luz no baleiro, pódese calcular a frecuencia correspondente á lonxitude de onda de 187,5 nm:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{187{,}5 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 1{,}6 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Como a frecuencia é a mesma, o potencial de freado tamén valerá o mesmo.

3.2. Unha nave espacial viaxa a unha velocidade uniforme 0,866 c relativa á Terra. Se un observador da Terra rexistra que a nave en movemento mide 100 m, canto medirá a nave para o seu piloto?:
A) 50 m.
B) 100 m.
C) 200 m.
Nota: c é a velocidade da luz no baleiro. *(A.B.A.U. ord. 24)*

Solución: C

A teoría da relatividade especial di que a lonxitude dun obxecto que se move a velocidades próximas as da luz, medida desde outro sistema en repouso, é menor que a que mediría un observador situado nese obxecto que se move. A lonxitude l' medida desde o sistema en repouso vén dada pola expresión:

$$l' = l \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Como o factor que contén a raíz cadrada é menor que 1, a lonxitude $l' < l$.

A contracción da lonxitude afecta só á medida da lonxitude que se move na mesma dirección, pero non á da altura, que é perpendicular á dirección do movemento.
Polo tanto, a lonxitude (da nave) para o piloto será maior.
Pódese aplicar a ecuación para determinar o valor:

$$l' = l \cdot \sqrt{1 - \frac{(0{,}866\ c)^2}{c^2}} = l \cdot \sqrt{1 - \frac{0{,}75 \cdot c^2}{c^2}} = l \cdot \sqrt{0{,}25} = 0{,}5 \cdot l$$

$$l = \frac{100\ [\text{m}]}{0{,}5} = 200\ \text{m}$$

4. a) A partir dos seguintes datos de satélites que orbitan arredor da Terra determina o valor da masa da Terra.
b) Se o valor indicado nos libros de texto para a masa da Terra é de $5{,}98 \times 10^{24}$ kg, que incerteza relativa obtivemos a partir do cálculo realizado?
DATO: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.
Rta.: a) $M = 3{,}63 \cdot 10^{24}$ kg;b) $\delta = 39$ %.

Satélites	Distancia media ao centro da Terra / km	Período orbital medio /min
DELTA 1-R/B	7595	158
O3B PFM	14 429	288
GOES 2	36 005	1449
NOAA	7258	102

Solución:

A forza gravitacional, $\vec{F}_G$, que exerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que xira arredor del nunha órbita de radio r, é unha forza central, está dirixida cara ao astro, e réxese pola lei de Newton da gravitación universal:

$$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

Nesta expresión, G é a constante da gravitación universal, e $\vec{u}_r$, o vector unitario na dirección da liña que une o astro co satélite. En módulos:

$$F_G = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

En moitos casos a traxectoria do satélite é practicamente circular arredor do centro do astro. Como a forza gravitacional é unha forza central, a aceleración só ten compoñente normal, a_N. Ao non ter aceleración tanxencial, o módulo, v, da velocidade lineal é constante e o movemento é circular uniforme.
A aceleración normal, nun movemento circular uniforme de raio r, obtense da expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como a forza gravitacional que exerce o astro sobre o satélite é moito maior que calquera outra, pódese considerar que é a única forza que actúa.

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_G$$

A 2.ª lei de Newton di que a forza resultante sobre un obxecto produce unha aceleración directamente proporcional á forza, sendo a súa masa, m, a constante de proporcionalidade.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Expresada para os módulos, queda:

$$\left|\sum \vec{F}\right| = m \cdot |\vec{a}|$$

$$F_G = m \cdot a_N$$

Substituíndo a expresión do módulo, F_G, da forza gravitacional, e a da aceleración normal, queda:

$$G \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despexando a velocidade orbital do satélite, queda:

$$v=\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

A velocidade nun movemento circular uniforme de raio r e período T é:

$$v=\frac{2\pi \cdot r}{T}$$

Igualando esta expresión coa anterior e elevando ao cadrado queda:

$$\left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2=\frac{G \cdot M}{r}$$

Agrupando termos:

$$4\,\pi^2 \cdot r^3 = G \cdot M \cdot T^2$$

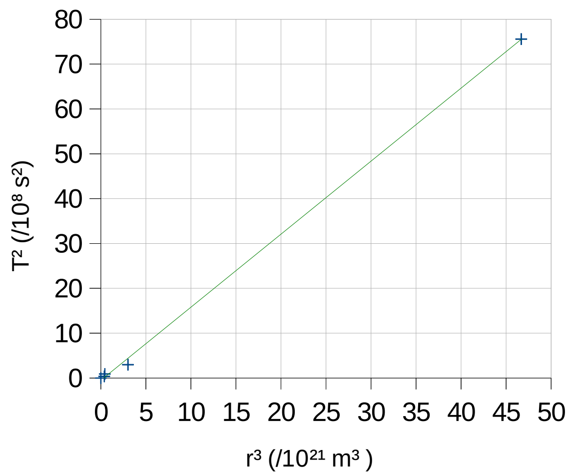
Reescribindo esta ecuación para expresar a relación entre os cubos dos raios das órbitas e os cadrados dos períodos queda:

$$\frac{r^3}{T^2}=\frac{G{\cdot}M}{4\pi^2}$$

A pendente da recta da gráfica obtida nunha folla de cálculo é:

pendente = $1{,}03{\cdot}10^4$ km³/s² = $6{,}14{\cdot}10^{12}$ m³/s²

Despexando a masa M da Terra queda:



$$M=\frac{4\pi^2 \cdot pendente}{G}=\frac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 6{,}14 \cdot 10^{12}\ [\mathrm{m^2/s^2}]}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot kg^{-2}}]}=3{,}63 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

Análise: O resultado é bastante diferente ao valor dos libros $5{,}98{\cdot}10^{24}$ kg, aínda que da mesma orde de magnitude.

Pero na proba non dispoñemos dunha folla de cálculo. A pendente da recta debuxada nun papel pode aproximarse ao cociente dos datos máis altos:

$$\frac{r_4^3}{T_4^2}=\frac{4{,}67 \cdot 10^{13}\ [\mathrm{km}]^3}{2{,}10 \cdot 10^6\ [\mathrm{min}]^2}=2{,}22 \cdot 10^7\ \frac{\mathrm{km}^3}{\mathrm{s}^2}\ \frac{(10^3\,\mathrm{m})^3}{(1\,\mathrm{km})^3}=6{,}18 \cdot 10^{12}\ \mathrm{m^3/s^2}$$

Que é case o mesmo resultado que a pendente obtida na folla de cálculo.

Outro valor similar ao da pendente sería a media dos cocientes.

	T^2	r^3	r^3/T^2
Satélite	(s²)	(m³)	(m³/s²)
DELTA 1-R/B	$8{,}99{\cdot}10^7$	$4{,}38{\cdot}10^{20}$	$4{,}87{\cdot}10^{12}$
O3B PFM	$2{,}99{\cdot}10^8$	$3{,}00{\cdot}10^{21}$	$1{,}01{\cdot}10^{13}$
GOES 2	$7{,}56{\cdot}10^9$	$4{,}67{\cdot}10^{22}$	$6{,}18{\cdot}10^{12}$
NOAA	$3{,}75{\cdot}10^7$	$3{,}82{\cdot}10^{20}$	$1{,}02{\cdot}10^{13}$

r^3/T^2 (media) = $7{,}83{\cdot}10^{12}$ m³/s²

O valor medio é $7{,}83{\cdot}10^{12}$ m³/s² que daría unha masa da Terra:

$$M=\frac{4\pi^2}{G}\ \frac{r^3}{T^2}=\frac{4 \cdot 3{,}14^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot kg^{-2}}]} \cdot 7{,}83 \cdot 10^{12}\ [\mathrm{m^2/s^2}]=4{,}63 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

Este valor é bastante diferente ao da pendente, o que fai sospeitar da validez dos datos.

b) A incerteza é o cociente da diferenza entre o valor calculado e o «correcto» entre o valor «correcto»:

$$\delta=\frac{|M_{\text{calc}}-M|}{M}=\frac{|3{,}63\cdot 10^{24}-5{,}98\cdot 10^{24}|}{5{,}98\cdot 10^{24}}=0{,}39=39\ \%$$

Analise: Resolvín o exercicio coa folla de cálculo [Física Lab (gal)] pero a incerteza obtida, era do 39 %! Buscando na web atopei un erro no raio medio dos satélites GOES. Resulta que son satélites xeoestacionarios, pero a distancia que da o enunciado do problema é: a altura! en vez da distancia ao centro da Terra.
Os datos do satélite DELTA 1-R/B non coinciden cos da páxina web: [DELTA 1 R/B Satellite details 1969-101B NORAD 4251 (n2yo.com)], nin o período (312 min) nin o raio medio da órbita (na páxina non da o valor do raio medio, senón o perixeo, 375 km, e o apoxeo, 17 342 km, pero a media destes valores é 8860 km). Substituín os valores do enunciado polos da páxina web, e entón a incerteza foi do 0,7 %.

5. Unha nave sitúa un obxecto de 20 kg de masa entre a Terra e o Sol nun punto onde a forza gravitacional neta sobre o obxecto é nula. Calcula nese punto:
   a) A distancia do obxecto ao centro da Terra.
   b) A aceleración da Terra debida á forza que o obxecto exerce sobre ela.
   DATOS: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N·m²·kg⁻²; $M(\text{T}) = 5{,}98\times10^{24}$ kg; $M(\text{S}) = 2{,}00\times10^{30}$ kg; distancia Terra-Sol = $1{,}50\times10^{11}$ m. *(A.B.A.U. ord. 24)*
   Rta.: a) $r = 2{,}59\cdot10^{8}$ m; b) $a = 1{,}99\cdot10^{-26}$ m/s².

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa da Terra	$M(\text{T}) = 5{,}98\cdot10^{24}$ kg
Masa do Sol	$M(\text{S}) = 2{,}00\cdot10^{30}$ kg
Masa do obxecto	$m = 20{,}0$ kg
Distancia Terra-Sol	$d = 1{,}50\cdot10^{11}$ m
Constante da gravitación universal	$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Incógnitas	
Distancia do obxecto ao centro da Terra.	r
Aceleración da Terra debida á forza que o obxecto exerce sobre ela	a
Ecuacións	
Lei de Newton da gravitación universal. (Forza entre corpos esféricos ou puntuais)	$\vec{F}=-G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\sum\overline{\boldsymbol{F}} = m\cdot\overline{\boldsymbol{a}}$

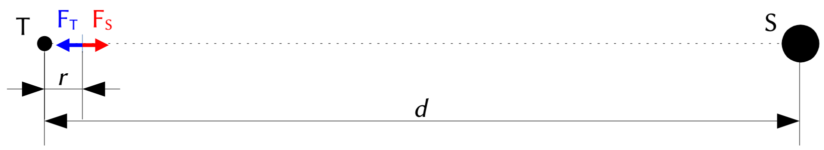
Solución:

a) A forza de atracción gravitacional entre dúas masas puntuais ou esféricas, M e m, vén dada pola lei da gravitación de Newton. G é a constante da gravitación universal e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as masas.

$$\vec{F}=-G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$$

Escríbese a ecuación da forza gravitacional sobre o obxecto, que é nula;

$$-G\frac{M(\text{S})\cdot m}{(d-r)^2}\vec{u}_{r\text{S}}+\left(-G\frac{M(\text{T})\cdot m}{r^2}\vec{u}_{r\text{T}}\right)=\vec{0}$$



Elíxese un sistema de coordenadas coa Terra na orixe, porque o punto onde se anula a forza ten que estar moito mías cerca da Terra que do Sol, que ten unha masa moito maior. O Sol sitúase no sentido positivo do eixe *X*.
O vector unitario da posición do Sol neste sistema $\vec{u}_{r\text{S}}$ é o vector $\bar{\mathbf{i}}$, unitario do eixe *X* en sentido positivo.
O vector unitario da Terra $\vec{u}_{r\text{T}}$, tomando o Sol coma orixe, é o vector unitario contrario $-\bar{\mathbf{i}}$.

Substitúense os vectores unitarios na ecuación e reordénase:

$$-G\frac{M(\mathrm{S})\cdot m}{(d-r)^2}\vec{\mathbf{i}}+\left(-G\frac{M(\mathrm{T})\cdot m}{r^2}(-\vec{\mathbf{i}})\right)=0\,\vec{\mathbf{i}}$$

$$-\cancel{G}\frac{M(\mathrm{S})\cdot \cancel{m}}{(d-r)^2}+\cancel{G}\frac{M(\mathrm{T})\cdot \cancel{m}}{r^2}=0$$

$$\frac{M(\mathrm{S})}{(d-r)^2}=\frac{M(\mathrm{T})}{r^2} \Rightarrow (d-r)^2=\frac{M(\mathrm{S})}{M(\mathrm{T})}r^2 \Rightarrow d-r=\sqrt{\frac{M(\mathrm{S})}{M(\mathrm{T})}}r \Rightarrow d=r\left(1+\sqrt{\frac{M(\mathrm{S})}{M(\mathrm{T})}}\right)$$

Despéxase r e substitúense os valores:

$$r=\frac{d}{1+\sqrt{\frac{M(\mathrm{S})}{M(\mathrm{T})}}}=\frac{1{,}50\cdot 10^{11}\ [\mathrm{m}]}{1+\sqrt{\frac{2{,}00\cdot 10^{30}\ [\mathrm{kg}]}{5{,}98\cdot 10^{24}\ [\mathrm{kg}]}}}=2{,}59\cdot 10^{8}\ \mathrm{m}$$

Análise: A distancia obtida é moito menor que a que hai entre o Sol e a Terra e o punto sitúase cerca da Terra.

b) Aplícase a 2.ª lei de Newton da Dinámica en módulos e despéxase a aceleración que produce a masa de 20 kg sobre o planeta Terra:

$$a=\frac{F}{M(\mathrm{T})}=\frac{G\frac{m\cdot \cancel{M(\mathrm{T})}}{r^2}}{\cancel{M(\mathrm{T})}}=G\frac{m}{r^2}=6{,}667\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2}}]\frac{20\ [\mathrm{kg}]}{(2{,}59\cdot 10^{8}\ [\mathrm{m}])^2}=1{,}99\cdot 10^{-26}\ \mathrm{m/s^2}$$

6. Unha carga eléctrica puntual de valor Q ocupa a posición (0,0) do plano XY no baleiro. Nun punto A do eixo X o potencial eléctrico é V = −120 V e o campo eléctrico é $\overline{\boldsymbol{E}}$ = −80 $\overline{\mathbf{i}}$ N /C. Se as coordenadas están dadas en metros, calcula:
   a) A posición do punto A e o valor de Q.
   b) O traballo que realiza a forza eléctrica do campo para levar un electrón desde o punto B (2,2) ata o punto A.
   DATOS: K = 9×10⁹ N·m²·C⁻²; $|q_e|$ = 1,6×10⁻¹⁹ C. *(A.B.A.U. ord. 24)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{r}}_A$ = (1,50, 0) m; Q = −20,0 nC; b) $W_{B\to A}$ = −9,02·10⁻¹⁸ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición da carga Q	$\overline{\boldsymbol{r}}_O$ = (0, 0) m
Potencial eléctrico no punto A	V_A = −120 V
Campo eléctrico no punto A	$\overline{\boldsymbol{E}}$ = −80,0 $\overline{\mathbf{i}}$ N/C
Posición do punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B$ = (2,00, 2,00) m
Carga do electrón	q_p = −1,60·10⁻¹⁹ C
Constante de Coulomb	K = 9,00·10⁹ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Posición do punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A$
Valor da carga Q	Q
Traballo da forza do campo para levar un electrón do punto B ao punto A	$W_{B\to A}$
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V=K\frac{Q}{r}$
Traballo da forza eléctrica ao mover unha carga do punto A ao punto B	$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$
Enerxía potencial eléctrica dunha interacción entre dúas cargas, Q e q, situadas a unha distancia, r, una da outra.	$E_p=q\cdot V=K\frac{Q\cdot q}{r}$

Solución:

A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

a) Substitúense os datos na ecuación do campo eléctrico:

$$-80{,}0\,\vec{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}] = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Tomando só o módulo, queda:

$$80{,}0\ [\mathrm{N/C}] = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{|Q|}{r^2}$$

A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Substitúese tamén na ecuación de potencial eléctrico:

$$-120\ [\mathrm{V}] = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{Q}{r}$$

Como na ecuación do campo eléctrico aparece o valor absoluto da carga, $|Q|$, emprégase a ecuación en valores absolutos:

$$120\ [\mathrm{V}] = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{|Q|}{r}$$

Resólvese o sistema:

$$\begin{cases} 80{,}0 = 9{,}00 \cdot 10^9 \dfrac{|Q|}{r^2} \\ 120 = 9{,}00 \cdot 10^9 \dfrac{|Q|}{r} \end{cases}$$

Dividindo a segunda ecuación entre a primeira, obtense:

$$\frac{120}{80{,}0} = \frac{\dfrac{\cancel{9{,}00 \cdot 10^9 |Q|}}{r}}{\dfrac{\cancel{9{,}00 \cdot 10^9 |Q|}}{r^2}} = r$$

$$r = 1{,}50 \text{ m}$$

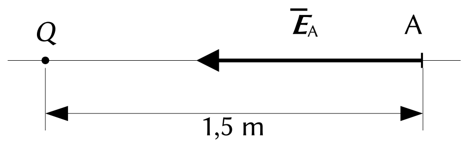
Despexando o valor absoluto da carga $|Q|$ da segunda ecuación:

$$|Q| = \frac{120\ [\mathrm{V}] \cdot r}{9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot C^{-2}}]} = \frac{120\ [\mathrm{V}] \cdot 1{,}50\ [\mathrm{m}]}{9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot C^{-2}}]} = 2{,}00 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

O potencial é negativo, por tanto, a carga debe ser negativa:

$$Q = -2{,}00 \cdot 10^{-8} \text{ C} = -20{,}0 \text{ nC}$$

Como o campo no punto A vai no sentido negativo do eixe X, $\overline{\boldsymbol{E}}_A$ = -80,0 $\mathbf{\vec{i}}$ (N/C), o punto ten que estar no semieixe positivo:



$$\overline{r}_A = (1{,}50,\ 0)\ \text{m}$$

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V = \frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A \to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

b) Para calcular o potencial do punto B, débese calcular primeiro a distancia do punto B á carga Q.

$$r_{OB} = \sqrt{(2{,}00\ [\text{m}])^2 + (2{,}00\ [\text{m}])^2} = 2{,}83\ \text{m}$$

Calcúlase o potencial eléctrico no punto B:

$$V_B = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{|-2{,}00 \cdot 10^{-8}\ [\text{C}]|}{2{,}83\ [\text{m}]} = -63{,}6\ \text{V}$$

Calcúlase o traballo realizado pola forza do campo:

$$W_{B \to A} = q\,(V_B - V_A) = -1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}] \cdot (-63{,}6 - (-120))\ [\text{V}] = -9{,}02 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

Análise: Para unha carga positiva, o traballo do campo sería positivo porque o desprazamento vai no sentido de potencial crecente, achegándose á carga. Pero como a carga é negativa, o traballo tamén o é.

7. Unha coleccionista de moedas utiliza unha lupa de distancia focal 5 cm para examinalas polo miúdo.
   a) Calcula a distancia á que ten que situar as moedas respecto da lupa se quere observalas cun tamaño dez veces maior.
   b) Represente aproximadamente o correspondente diagrama de raios, indicando as posicións e as características do obxecto e da imaxe.

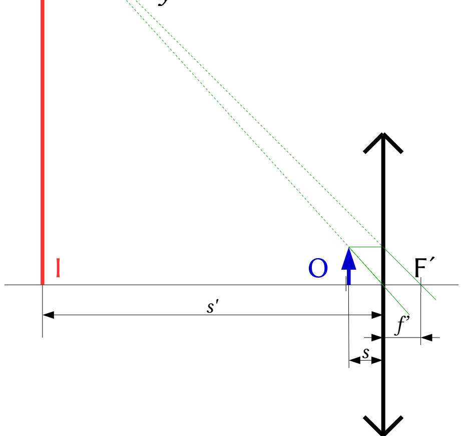
(A.B.A.U. ord. 24)

Rta.: a) s = 5,5 cm.

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Aumento lateral	$A_L = 10$
Distancia focal da lente	$f = 5{,}0$ cm $= 0{,}050$ m
Incógnitas	
Posición do obxecto	s
Outros símbolos	
Tamaño da imaxe	y'
Ecuacións	
Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nas lentes	$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$
Aumento lateral nas lentes	$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$

Solución:

Como a lente é converxente, a distancia focal é positiva: f' = 0,050 m
Como a imaxe é virtual, o aumento lateral é positivo.
Calcúlase a relación entre a distancia obxecto e a distancia imaxe coa ecuación do aumento lateral.



$$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=10 \Rightarrow s'=10\ s$$

Substitúense os datos na ecuación das lentes:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{10\,s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{0{,}050\ [\mathrm{m}]}$$

Calcúlase a distancia do obxecto despexando:

$$\frac{1}{10\,s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{10\,s}-\frac{10}{10\,s}=\frac{-9}{10\,s}=\frac{1}{0{,}050\ [\mathrm{m}]}$$

$$s=\frac{-9\cdot 0{,}050\ [\mathrm{m}]}{10}=-0{,}045\ \mathrm{m}\ =-4{,}5\ \mathrm{cm}$$

Debúxase un esquema de lente converxente (unha liña vertical rematada por dúas puntas de frechas) e sitúase o foco F′ á dereita da lente.
Debúxase, á súa esquerda, unha frecha vertical cara arriba, que representa ao obxecto O.
Desde o punto superior do obxecto debúxanse dous raios:

- Un, cara ao centro da lente. Atravésaa sen desviarse.
- Outro, horizontal cara á lente, que a atravesa e se refracta.
  Debúxase de forma que o raio refractado pase polo foco da dereita F′.

O punto de corte é o correspondente á punta da imaxe I. Debúxase unha frecha vertical nese punto.

Análise: O resultado do cálculo está en consonancia co debuxo.

8. Marie Curie recibiu o Premio Nobel de Química en 1911 polo descubrimento do radio. Se nese mesmo ano se gardasen no seu laboratorio 2,00 g de radio-226, calcula:
   a) A cantidade de radio que quedaría e a actividade da mostra na actualidade.
   b) Os anos que pasarían ata que a mostra de radio se reducise ó 1 % do seu valor inicial.
   DATOs: N_A = 6,02·10²³ mol⁻¹. Tempo de semidesintegración do radio = 1,59×10³ anos. *(A.B.A.U. ord. 24)*
   Rta.: a) m = 1,90 g; A = 7,01·10¹⁰ Bq; b) t = 1,06·10⁴ anos.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 1{,}59\cdot10^3$ anos = $5{,}02\cdot10^{10}$ s
Masa inicial da mostra	m_0 = 2,00 g
Tempo para calcular a actividade	t = 2024 −1911 = 113 anos
Porcentaxe que quedaría nun certo tempo	r = 1,00 %
Masa atómica do ^{226}Ra	M = 226 g/mol
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol⁻¹
Incógnitas	
Masa (cantidade?) de radio que quedaría na actualidade.	m
Actividade da mostra na actualidade	A
Tempo ata que a mostra de radio se reducise ó 1 % do seu valor inicial	t
Outros símbolos	
Constante de desintegración radioactiva	λ
Ecuacións	
Lei da desintegración radioactiva	$N=N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}$
Relación do período de semidesintegración coa constante de desintegración	$T_{½}\cdot\lambda=\ln 2$
Actividade radioactiva	$A=-\mathrm{d}N/\mathrm{d}t=\lambda\cdot N$

Solución:

a) Pódese calcular o número de átomos a partir da expresión da actividade radioactiva.
A lei de desintegración radioactiva, que di que o número de átomos que se desintegran na unidade de tempo é proporcional á cantidade de átomos presentes, ($-\mathrm{d}N=\lambda\cdot N\cdot\mathrm{d}t$), pode expresarse como:

$$N=N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}$$

N é a cantidade de átomos que quedan sen desintegrar ao cabo dun tempo t, N_0 é a cantidade inicial de átomos e λ é a constante de desintegración.

Obtense unha versión máis manexable da ecuación de desintegración radioactiva, $N=N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 ao outro membro, aplicando logaritmos neperianos e cambiando o signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

O período de semidesintegración dunha substancia radioactiva é o tempo que transcorre ata que só queda a metade da mostra orixinal. Cando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poñendo na ecuación logarítmica: ($2N$) en lugar de N_0, e $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2 N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Calcúlase o período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2}=1{,}59 \cdot 10^3 \text{ [anos] } \frac{365{,}25 \text{ [días]}}{1 \text{ [ano]}} \frac{24{,}0 \text{ [h]}}{1 \text{ [día]}} \frac{3600 \text{ [s]}}{1 \text{ [h]}}=5{,}02 \cdot 10^{10} \text{ s}$$

Calcúlase a constante λ de desintegración radioactiva, a partir do período de semidesintegración:

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\frac{0{,}693}{5{,}02 \cdot 10^{10} \text{ [s]}}=1{,}38 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$$

Dedúcese a lei da desintegración radioactiva en función da masa.
Como a masa, m, é proporcional á cantidade de átomos, N: ($m = N \cdot M / N_A$), pódese obter unha expresión similar á lei da desintegración radioactiva, $N=N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, multiplicando ambos os membros por (M / N_A):

$$N \cdot \frac{M}{N_A}=N_0 \cdot \frac{M}{N_A} e^{-\lambda t} \Rightarrow m=m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N_A é o número de Avogadro e M é a masa atómica do elemento.
Calcúlase o tempo transcorrido desde o descubrimento do raio:

$$t=(2024-1911) \text{ [anos] } \frac{365{,}25 \text{ [días]}}{1 \text{ [ano]}} \frac{24{,}0 \text{ [h]}}{1 \text{ [día]}} \frac{3600 \text{ [s]}}{1 \text{ [h]}}=3{,}57 \cdot 10^9 \text{ s}$$

Calcúlase a masa actual da mostra:

$$m=m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}=2{,}00 \text{ [g]} \cdot e^{-1{,}38 \cdot 10^{-11} [\text{s}^{-1}] \cdot 3{,}57 \cdot 10^9 [\text{s}]}=1{,}90 \text{ g}$$

Análise: 113 *anos son menos da* 1/10 de *período de semidesintegración, polo que a masa que debe quedar debe ser un pouco menos ca inicial* (2 g)*, o que está de acordo co resultado.*
A actividade radioactiva é o número de átomos que se desintegran nun segundo. É proporcional á cantidade de substancia radioactiva, sendo λ, a constante radioactiva, característica de cada isótopo.

$$A=\frac{-\mathrm{d} N}{\mathrm{d} t}=\lambda \cdot N$$

Calcúlase o número de átomos actual co número de Avogadro:

$$N=\frac{m}{M} \cdot N_A=\frac{1{,}90 \text{ [g]}}{226 \text{ [g/mol]}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ [átomos/mol]}=5{,}07 \cdot 10^{21} \text{ átomos}$$

Calcúlase a actividade radioactiva, que é proporcional á cantidade de átomos:

$$A=\lambda \cdot N=1{,}38 \cdot 10^{-11} [\text{s}^{-1}] \cdot 5{,}07 \cdot 10^{21} \text{ [átomos]}=7{,}01 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

b) Se a cantidade que queda nun tempo é o 1 % da inicial, pódese calcular ese tempo coa expresión logarítmica da lei de desintegración radioactiva:

$$\ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t \Rightarrow \quad t=\frac{\ln (N/N_0)}{\lambda}=\frac{\ln (0{,}01 \text{N} / \text{N})}{\lambda}=\frac{\ln 0{,}01}{1{,}38 \cdot 10^{-11} [\text{s}^{-1}]}=3{,}33 \cdot 10^{11} \text{ s}$$

Pódese calcular ese tempo en anos:

$$t=3{,}33 \cdot 10^{11} \text{ [s]} \frac{1 \text{ [h]}}{3600 \text{ [s]}} \frac{1 \text{ [día]}}{24{,}0 \text{ [h]}} \frac{1 \text{ [ano]}}{365{,}25 \text{ [días]}}=1{,}06 \cdot 10^4 \text{ anos}$$

Análise: O 1 % (= 0,01) *está comprendido entre* $(1/2)^6 = 1/64 = 0{,}016$ *e* $(1/2)^7 = 1/128 = 0{,}08$*, polo que deberán transcorrer máis de* 6 *períodos* ($6 \cdot 1{,}59 \cdot 10^3 \approx 9{,}5 \cdot 10^3$ *anos*)*, pero menos de* 7, ($\approx 1{,}1 \cdot 10^4$ *anos*)*. O resultado calculado cumpre estes requisitos.*

Cuestións e problemas das Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.
Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice do mesmo autor.
Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de *traducindote*, e de o tradutor da CIXUG.
Procurouse seguir as recomendacións do Centro Español de Metrología (CEM).
Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Actualizado: 16/07/24