Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade

Código: 23

ord. 2017

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestións 4 puntos (1 cada cuestión, teórica ou práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado). Non se valorará a simple anotación dun ítem como solución ás cuestións. As respostas han de ser razoadas. Pódese usar calculadora sempre que non sexa programable nin memorice texto. O alumno elixirá unha das dúas opcións.

OPCIÓN A

C.1. Para saber a masa do Sol, coñecidos o raio da órbita e o período orbital da Terra respecto ao Sol, necesítase dispor do dato de: A) A masa da Terra. B) A constante de gravitación G. C) O raio da Terra.

C.2. Faise incidir desde o aire (índice de refracción n = 1) un feixe de luz láser sobre a superficie dunha lámina de vidro de 2 cm de espesor, cuxo índice de refracción é n = 1,5, cun ángulo de incidencia de 60°. O ángulo de refracción despois de atravesar a lámina é: A) 35°. B) 90°. C) 60°. Fai un breve esquema da marcha dos raios.

C.3. A hipótese de De Broglie refírese a que: A) Ao medir con precisión a posición dunha partícula atómica altérase a súa enerxía. B) Todas as partículas en movemento levan asociada unha onda. C) A velocidade da luz é independente do movemento da fonte emisora de luz.

C.4. Quérese obter a aceleración da gravidade mediante un péndulo simple a partir das seguintes medidas: Representa o cadrado do período fronte á lonxitude do péndulo e acha a aceleración a partir da gráfica. Estima a súa incerteza.

Lonxitude do péndulo (cm)	60	82	90	105
Tempo de 20 oscilacións(s)	31,2	36,4	38,2	41,1

P.1. A función de onda dunha onda harmónica que se move nunha corda é $y(x, t)$= 0,03 sen(2,2 x – 3,5 t), onde as lonxitudes se expresan en metros e o tempo en segundos. Determina: a) A lonxitude de onda e o período desta onda. b) A velocidade de propagación. c) A velocidade máxima de calquera segmento da corda.

P.2. Unha esfera pequena, de masa 2 g e carga +3 μC, colga dun fío de 6 cm de lonxitude entre dúas placas metálicas verticais e paralelas separadas entre si unha distancia de 12 cm. As placas posúen cargas iguais pero de signo contrario. Calcula: a) O campo eléctrico entre as placas para que o fío forme un ángulo de 45° coa vertical. b) A tensión do fío nese momento. Se as placas se descargan, c) cal será a velocidade da esfera ao pasar pola vertical? Dato: g = 9,81 m·s⁻².

OPCIÓN B

C.1. Dúas cargas puntuais de valor +q están separadas unha distancia a. No punto medio entre ambas (a/2) cúmprese: A) O módulo do campo é $E = 8\ k·q/a^2$ e o potencial V = 0. B) E = 0 e $V = 4\ k·q/a$. C) Ambos son nulos.

C.2. A propagación na dirección x da onda dunha explosión nun certo medio pode describirse pola onda harmónica $y(x, t)$ = 5 sen(12 x ± 7680 t), onde as lonxitudes se expresan en metros e o tempo en segundos. Ao cabo dun segundo de producirse a explosión, o seu son alcanza unha distancia de: A) 640 m. B) 1536 m. C) 38 km.

C.3. Dous condutores idénticos A e B paralelos, con correntes respectivas +I e -I (entrando e saíndo do plano do papel) están separados unha distancia a. Un terceiro condutor, C, paralelo e idéntico aos anteriores e con corrente +I (entrando) sitúase en a/2. Sobre el exércese unha forza: A) Dirixida cara a A. B) Dirixida cara a B. C) Non se exerce ningunha forza sobre el.

C.4. Disponse dunha lente converxente e quérese obter a imaxe dun obxecto. Debuxa a marcha dos raios para determinar onde debe colocarse o obxecto para que a imaxe sexa: a) Menor, real e invertida. b) Maior, real e invertida.

P.1. Un astronauta está no interior dunha nave espacial que describe unha órbita circular de raio 2 R_T. Calcula: a) A velocidade orbital da nave. b) A aceleración da gravidade na órbita da nave. Se nun instante dado, pasa á beira da nave espacial un obxecto de 60 kg en dirección á Terra cunha velocidade de 40 m·s⁻¹, acha: c) a velocidade do obxecto ao chegar á superficie terrestre. Datos: R_T = 6370 km; g = 9,81 m·s⁻².

P.2. O período de semidesintegración do $^{90}_{38}Sr$ é 28 anos. Calcula: a) A constante de desintegración radioactiva expresada en s⁻¹. b) A actividade inicial dunha mostra de 1 mg. c) O tempo necesario para que esa mostra se reduza a 0,25 mg. Datos: $N_A = 6{,}022·10^{23}$ mol⁻¹; masa atómica do $^{90}_{38}Sr$ = 90 g·mol⁻¹.

Solucións

OPCIÓN A

C.1. Para saber a masa do Sol, coñecidos o raio da órbita e o período orbital da Terra respecto ao Sol, necesítase dispor do dato de:
A) A masa da Terra.
B) A constante de gravitación G.
C) O raio da Terra.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

A forza gravitacional, $\overline{\boldsymbol{F}}_G$, que exerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que xira arredor del nunha órbita de radio r, é unha forza central, está dirixida cara ao astro, e réxese pola lei de Newton da gravitación universal:

$$\vec{\boldsymbol{F}}_G = -G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

Nesta expresión, G é a constante da gravitación universal, e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$, o vector unitario na dirección da liña que une o astro co satélite. En módulos:

$$F_G = G\frac{M\cdot m}{r^2}$$

En moitos casos a traxectoria do satélite é practicamente circular arredor do centro do astro. Como a forza gravitacional é unha forza central, a aceleración só ten compoñente normal, a_N. Ao non ter aceleración tanxencial, o módulo, v, da velocidade lineal é constante e o movemento é circular uniforme.
A aceleración normal, nun movemento circular uniforme de raio r, obtense da expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como a forza gravitacional que exerce o astro sobre o satélite é moito maior que calquera outra, pódese considerar que é a única forza que actúa.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_G$$

A 2.ª lei de Newton di que a forza resultante sobre un obxecto produce unha aceleración directamente proporcional á forza, sendo a súa masa, m, a constante de proporcionalidade.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m\cdot\overline{\boldsymbol{a}}$$

Expresada para os módulos, queda:

$$\left|\sum\vec{\boldsymbol{F}}\right| = m\cdot|\vec{\boldsymbol{a}}|$$

$$F_G = m\cdot a_N$$

Substituíndo a expresión do módulo, F_G, da forza gravitacional, e a da aceleración normal, queda:

$$G\frac{M\cdot\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despexando a velocidade orbital do satélite, queda:

$$v = \sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$$

A velocidade nun movemento circular uniforme de raio r e período T é:

$$v = \frac{2\pi\cdot r}{T}$$

Igualando esta expresión coa anterior e elevando ao cadrado queda:

$$\left(\frac{2\pi\cdot r}{T}\right)^2=\frac{G\cdot M}{r}$$

Agrupando termos:

$$4\ \pi^2 \cdot r^3 = G \cdot M \cdot T^2$$

Despexando a masa do Sol, queda:

$$M=\frac{4\pi^2 r^3}{G\,T^2}$$

C.2. Faise incidir desde o aire (índice de refracción n = 1) un feixe de luz láser sobre a superficie dunha lámina de vidro de 2 cm de espesor, cuxo índice de refracción é n = 1,5, cun ángulo de incidencia de 60°. O ángulo de refracción despois de atravesar a lámina é:
A) 35°
B) 90°
C) 60°
Fai un breve esquema da marcha dos raios.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: A

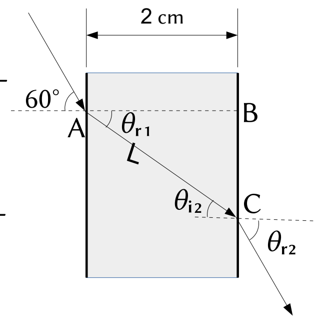
Datos	***Cifras significativas: 2***
Ángulo de incidencia	θ_{i1} = 60°
Espesor da lámina de vidro	e = 2,0 cm = 0,020 m
Índice de refracción do vidro	n_v = 1,50
Índice de refracción do aire	n_a = 1,00
Incógnitas	
Ángulo de desviación do raio ao saír da lámina	θ_{r2}
Ecuacións	
Índice de refracción dun medio $_i$ no que a luz se despraza á velocidade v_i	
Lei de Snell da refracción	$n_i \cdot \text{sen}\ \theta_i = n_r \cdot \text{sen}\ \theta_r$

Solución:

As leis de Snell da refracción son:
1ª O raio incidente, o raio refractado e a normal están no mesmo plano.
2ª A relación matemática entre os índices de refracción n_i e n_r dos medios incidente e refractado e os ángulos de incidencia e refracción θ_i e θ_r, é:

$$n_i \cdot \text{sen}\ \theta_i = n_r \cdot \text{sen}\ \theta_r$$

Na figura represéntase a traxectoria da luz. O raio incidente no punto A con un ángulo de incidencia θ_{i1} = 30° pasa do aire ao vidro dando un raio refractado que forma o primeiro ángulo de refracción θ_{r1} e o segundo ángulo de incidencia θ_{i2} entre o vidro e o aire. Finalmente, sae da lámina de vidro polo punto B co segundo ángulo de refracción θ_{r2}.



Como o espesor da lámina é de 10 cm, a lonxitude percorrida polo raio é a hipotenusa L do triángulo ABC.
O primeiro ángulo de refracción θ_{r1} pódese calcular aplicando a lei de Snell

$$1{,}00 \cdot \text{sen}\ 60° = 1{,}50 \cdot \text{sen}\ \theta_{r1}$$

$$\text{sen}\,\theta_{r1}=\frac{1{,}0\cdot \text{sen}\,60°}{1{,}5}=0{,}58$$

$$\theta_{r1} = \text{arcsen}\ 0{,}58 = 35°$$

Por tanto a hipotenusa L vale

$$L=\frac{e}{\cos\theta_{r1}}=\frac{2,0\ [\text{cm}]}{\cos 35°}=1,6\ \text{cm}$$

Como a lámina de vidro é de caras paralelas, o segundo ángulo de incidencia a_{i2} é igual ao primeiro ángulo de refracción:

$$\theta_{i2} = \theta_{r1} = 35°$$

Para calcular o ángulo co que sae da lámina, vólvese a aplicar a lei de Snell entre o vidro (que agora é o medio incidente) e o aire (que é o medio refractado):

$$1,50 \cdot \text{sen } 35° = 1,00 \cdot \text{sen } \theta_{r2}$$

$$\text{sen}\,\theta_{r2}=\frac{1,5\cdot\text{sen}\,35°}{1,0}=0,87$$

$$\theta_{r2} = \text{arcsen } 0,87 = 60°$$

Análise: Este resultado é correcto porque o raio sae paralelo ao raio incidente orixinal.

C.3. A hipótese de De Broglie refírese a que:
A) Ao medir con precisión a posición dunha partícula atómica altérase a súa enerxía.
B) Todas as partículas en movemento levan asociada unha onda.
C) A velocidade da luz é independente do movemento da fonte emisora de luz.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

De Broglie propuxo que nalgúns casos o comportamento de certas partículas podería interpretarse como o de ondas cuxa lonxitude de onda asociada λ viría dada pola expresión:

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m\cdot v}$$

Na ecuación, h é a constante de Planck e m a masa da partícula e v a súa velocidade.
Como h é unha constante e $m \cdot v$ é a expresión do momento lineal ou cantidade de movemento, a lonxitude da onda asociada a un protón é inversamente proporcional ao seu momento lineal.

As outras opcións.
A. Falsa. É unha consecuencia do principio de indeterminación de Heisenberg.
C. Falsa. É un dos postulados da teoría da relatividade especial de Einstein.

C.4. Quérese obter a aceleración da gravidade mediante un péndulo simple a partir das seguintes medidas: Representa o cadrado do período fronte á lonxitude do péndulo e acha a aceleración a partir da gráfica. Estima a súa incerteza.

Lonxitude do péndulo (cm)	60	82	90	105
Tempo de 20 oscilacións(s)	31,2	36,4	38,2	41,1

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución:

Calcúlanse os valores de
- os períodos dividindo os tempos de 20 oscilacións entre 20.
- os cadrados dos períodos, elevando ao cadrado os resultados anteriores:

Lonxitude do péndulo	(m)	L		0,60	0,82	0,90	1,05
Tempo de 20 oscilacións	(s)	t_{20}		31,2	36,4	38,2	41,1
Período	(s)	T	$= t_{20} / 20$	1,56	1,82	1,91	2,06
Cadrado dos períodos	(s^2)	T^2		2,43	3,31	3,65	4,22

A representación gráfica sería:

Sen axuda dunha folla de cálculo, o valor da pendente sería:

$$\text{pendente} = b = \frac{\Delta T^2}{\Delta L} = 4 \text{ s}^2/\text{m}$$

Como a ecuación do período do péndulo é:

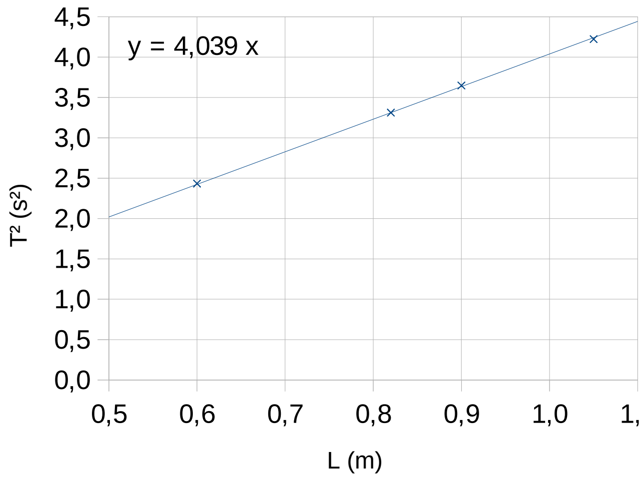
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

A relación entre a pendente e g é:

$$b = \frac{\Delta T^2}{\Delta L} = \frac{4\pi^2}{g}$$

O valor da aceleración da gravidade sería:

$$g = \frac{4\pi^2}{b} = \frac{4\pi^2}{4} = 10 \text{ m/s}^2$$



A incerteza dun valor calculado da pendente dunha gráfica, aínda que fose en papel milimetrado, sería enorme. Polo tanto habería que escribir:

$$g = (10 \pm 1) \text{ m/s}^2$$

P.1. A función de onda dunha onda harmónica que se move nunha corda é $y(x, t) = 0{,}03 \text{ sen}(2{,}2\ x - 3{,}5\ t)$, onde as lonxitudes exprésanse en metros e o tempo en segundos. Determina:

a) A lonxitude de onda e o período desta onda.

b) A velocidade de propagación.

c) A velocidade máxima de calquera segmento da corda.

(A.B.A.U. ord. 17)

Rta.: a) λ = 2,86 m; T = 1,80 s; b) v_p = 1,59 m·s⁻¹; c) v_m = 0,105 m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ecuación da onda	$y = 0{,}0300 \cdot \text{sen}\ (2{,}20 \cdot x - 3{,}50 \cdot t)$ [m]
Incógnitas	
Lonxitude de onda	λ
Período	T
Velocidade de propagación	v_p
Velocidade máxima	v_m
Outros símbolos	
Posición do punto (distancia ao foco)	x
Amplitude	A
Frecuencia	f
Ecuacións	
Ecuación dunha onda harmónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}\ (\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\ \pi / \lambda$
Relación entre a frecuencia angular e a frecuencia	$\omega = 2\ \pi \cdot f$
Relación entre a frecuencia e o período	$f = 1 / T$
Relación entre a lonxitude de onda e a velocidade de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Obtéñense a frecuencia angular e o número de onda comparando a ecuación dunha onda harmónica unidimensional coa ecuación do problema:

$$y = A \cdot \text{sen}\ (\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0{,}0300 \cdot \text{sen}\ (-3{,}50 \cdot t + 2{,}20 \cdot x)\ [\text{m}]$$

Frecuencia angular: $\omega = 3{,}50 \text{ rad·s}^{-1}$

Número de onda: $k = 2,20\ \text{rad·m}^{-1}$

Calcúlase a lonxitude de onda a partir do número de onda:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\cdot 3,14\ [\text{rad}]}{2,20\ [\text{rad·m}^{-1}]}=2,86\ \text{m}$$

Calcúlase a frecuencia a partir da frecuencia angular:

$$\omega=2\pi\cdot f \Rightarrow f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{3,50\ [\text{rad·s}^{-1}]}{2\cdot 3,14\ [\text{rad}]}=0,557\ \text{s}^{-1}=0,557\ \text{Hz}$$

Calcúlase o período a partir da frecuencia:

$$f=\frac{1}{T} \Rightarrow T=\frac{1}{f}=\frac{1}{0,557\ \text{s}^{-1}}=1,80\ \text{s}$$

b) Calcúlase a velocidade de propagación da onda a partir da lonxitude de onda e da frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 2,86\ [\text{m}] \cdot 0,557\ [\text{s}^{-1}] = 1,59\ \text{m·s}^{-1}$$

c) A velocidade dun punto obtense derivando a ecuación de movemento con respecto ao tempo:

$$v=\frac{\text{d}y}{\text{d}t}=\frac{\text{d}\{0,0300\cdot \text{sen}(-3,50\cdot t+2,20\cdot x)\}}{\text{d}t}=0,0300\cdot(-3,50)\cdot\cos(-3,50\cdot t+2,20\cdot x)\ [\text{m/s}]$$

$$v = -0,105 \cdot \cos(-3,50 \cdot t + 2,20 \cdot x)\ [\text{m/s}]$$

A velocidade é máxima cando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 0,105\ \text{m/s}$$

P.2. Unha esfera pequena, de masa 2 g e carga +3 μC, colga dun fío de 6 cm de lonxitude entre dúas placas metálicas verticais e paralelas separadas entre si unha distancia de 12 cm. As placas posúen cargas iguais pero de signo contrario. Calcula:

a) O campo eléctrico entre as placas para que o fío forme un ángulo de 45° coa vertical.

b) A tensión do fío nese momento.

c) Se as placas se descargan, cal será a velocidade da esfera ao pasar pola vertical?

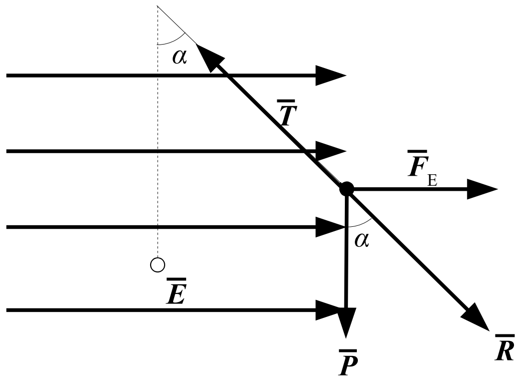
Dato: $g = 9,81\ \text{m·s}^{-2}$. *(A.B.A.U. ord. 17)*

Rta.: a) $E = 6,54\cdot 10^3$ N/C; b) $T = R = 0,0277$ N; c) $v = 0,587$ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa da esfera	$m = 2,00\ \text{g} = 2,00\cdot 10^{-3}\ \text{kg}$
Carga da esfera	$q = 3,00\ \mu\text{C} = 3,00\cdot 10^{-6}\ \text{C}$
Lonxitude do fío	$L = 6,00\ \text{cm} = 0,0600\ \text{m}$
Ángulo que forma o fío coa vertical	$\alpha = 45°$
Valor do campo gravitacional terrestre	$g = 9,81\ \text{m/s}^2$
Incógnitas	
Valor do campo eléctrico	E
Tensión do fío	T
Velocidade da esfera ao pasar pola vertical	v
Outros símbolos	
Forza resultante das forzas eléctrica e peso	$\overline{\boldsymbol{R}}$
Altura do punto de equilibrio	h
Ecuacións	
Campo eléctrico	$\vec{\boldsymbol{E}}=\frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{q}$
Forza peso	$\overline{\boldsymbol{P}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{g}}$
Enerxía potencial da forza peso	$E_p = m \cdot g \cdot h$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Principio da conservación da enerxía entre dous puntos A e B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:

a) Debúxase un esquema situando as forzas.
Cando a esfera alcanza o equilibrio, a tensión, $\overline{\boldsymbol{T}}$, equilibra á resultante, $\overline{\boldsymbol{R}}$, das forzas peso, $\overline{\boldsymbol{P}}$, e eléctrica, $\overline{\boldsymbol{F}}_E$.
Calcúlase o valor da forza peso:



$$P = m \cdot g = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}81\ [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] = 0{,}0196\ \text{N}$$

Como o ángulo entre a resultante e a vertical é de 45° e tan 45° = 1,00, a forza eléctrica vale o mesmo que o peso.

$$F_E = P \cdot \tan 45° = P = 0{,}0196\ \text{N}$$

Calcúlase o campo eléctrico:

$$E = \frac{F_E}{q} = \frac{0{,}0196\ \text{N}}{3{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{C}} = 6{,}54 \cdot 10^3\ \text{N/C}$$

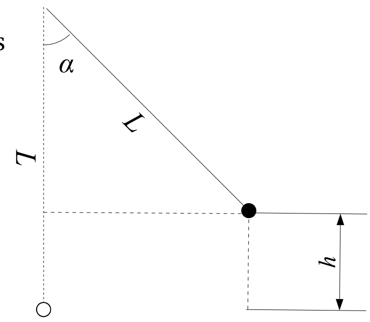
b) Como a forza eléctrica e o peso son perpendiculares, a forza resultante vale:

$$|\vec{\boldsymbol{R}}| = \sqrt{(0{,}0196[\text{N}])^2 + (0{,}0196[\text{N}])^2} = 0{,}0277\ \text{N}$$

O valor da tensión é o mesmo que o da forza resultante:

$$T = R = 0{,}0277\ \text{N}$$

c) Ao descargarse as láminas só actúa a forza peso, que é unha forza conservativa. A enerxía mecánica consérvase entre a posición inicial e o punto máis baixo da traxectoria.
A altura do punto de equilibrio respecto do punto máis baixo pode calcularse do triángulo:



$$h = L - L \cos \alpha = L\,(1 - \cos \alpha) = 0{,}0600\ [\text{m}]\ (1 - \cos 45°) = 0{,}0176\ \text{m}$$

Calcúlase a enerxía potencial do peso no punto de partida, tomando como orixe de enerxías o punto máis baixo:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}81\ [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] \cdot 0{,}00240\ [\text{m}] = 3{,}45 \cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

Aplícase o principio de conservación da enerxía entre a posición inicial e o punto máis baixo:

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$
$$(\tfrac{1}{2}\, m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_A = (\tfrac{1}{2}\, m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_B$$
$$0 + 3{,}45 \cdot 10^{-4}\ [\text{J}] = (2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot v^2 / 2) + 0$$

Calcúlase a velocidade despexando:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}45 \cdot 10^{-4}[\text{J}]}{2{,}00 \cdot 10^{-3}[\text{kg}]}} = 0{,}587\ \text{m/s}$$

OPCIÓN B

C.1. Dúas cargas puntuais de valor $+q$ están separadas unha distancia a. No punto medio entre ambas (a/ 2) cúmprese:
A) O módulo do campo é $E = 8\ k \cdot q / a^2$ e o potencial $V = 0$.
B) $E = 0$ e $V = 4\ k \cdot q / a$.
C) Ambos son nulos.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.

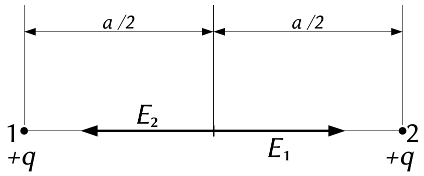
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{\boldsymbol{F}}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

Debúxase un esquema:



Como o punto medio atópase á mesma distancia de ambas as cargas e estas son do mesmo valor, o valor das intensidades de campo eléctrico no punto medio é o mesmo. Como os vectores son de sentidos opostos, a resultante é nula.
O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.

$$V = V_1 + V_2 = K \frac{q}{a/2} + K \frac{q}{a/2} = 4\,k \frac{q}{a}$$

C.2. A propagación na dirección x da onda dunha explosión nun certo medio pode describirse pola onda harmónica $y(x, t) = 5 \text{ sen}(12\, x \pm 7680\, t)$, onde as lonxitudes exprésanse en metros e o tempo en segundos. Ao cabo dun segundo de producirse a explosión, o seu son alcanza unha distancia de:
A) 640 m.
B) 1536 m.
C) 38 km.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

Para calcular a distancia alcanzada polo son nun segundo, necesitamos determinar a súa velocidade a partir da ecuación de onda-
A ecuación dunha onda harmónica unidimensional pode escribirse como:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

Na que
y é a elongación do punto que oscila (separación da posición de equilibrio)
A *é* a amplitude (elongación máxima)
ω é a frecuencia angular que está relacionada coa frecuencia f por $\omega = 2\,\pi \cdot f$.
t é o tempo
k é o número de onda, a cantidade de ondas que entran nunha lonxitude de $2\,\pi$ metros. Está relacionada coa lonxitude de onda λ por $k = 2\,\pi / \lambda$
x é a distancia do punto ao foco emisor.

O signo ± entre $\omega \cdot t$ e $k \cdot x$ é negativo si a onda propágase en sentido positivo do eixo X, e positivo se o fai en sentido contrario.
Comparando a ecuación xeral coa do problema obtemos:
A = 5 m
ω = 7680 rad/s
k = 12 rad/m

A velocidade de propagación dunha onda nun medio pode calcularse da expresión:

$$u=\lambda \cdot f=\frac{2\pi}{k}\cdot\frac{\omega}{2\pi}=\frac{\omega}{k}=\frac{7689\ \text{rad/s}}{12\ \text{rad/m}}=641\ \text{m/s}$$

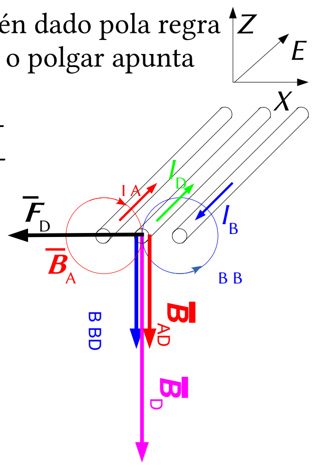
Por tanto, a distancia percorrida en 1 s é 641 m.

C.3. Dous condutores idénticos A e B paralelos, con correntes respectivas +I e -I (entrando e saíndo do plano do papel) están separados unha distancia a .Un terceiro condutor, C, paralelo e idéntico aos anteriores e con corrente +I (entrando) sitúase en a/2. Sobre el exércese unha forza:
A) Dirixida cara a A.
B) Dirixida cara a B.
C) Non se exerce ningunha forza sobre el.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: A

O campo magnético creado por un condutor rectilíneo é circular e o seu sentido vén dado pola regra da man dereita: o sentido do campo magnético é o de peche da man dereita cando o polgar apunta no sentido da corrente.



No diagrama debúxanse os campos magnéticos $\overline{\boldsymbol{B}}_A$ e $\overline{\boldsymbol{B}}_B$ creados por ambos os condutores no punto medio D, e o vector forza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_D$, exercida sobre o condutor alí situado.
Tanto o campo magnético creado polo condutor A no punto D equidistante de ambos os condutores como o campo magnético creado polo condutor B no punto D están dirixidos no sentido negativo do eixe Z. Por tanto, o vector campo magnético resultante tamén o está. Aplicando a lei de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}} = I\,(\overline{\boldsymbol{l}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = I\,(l\,\overline{\mathbf{j}} \times B\,(-\overline{\mathbf{k}})) = I \cdot l \cdot B\,(-\overline{\mathbf{i}})$$

Vese que está dirixida cara ao condutor que leva a corrente A.

C.4. Disponse dunha lente converxente e quérese obter a imaxe dun obxecto. Debuxa a marcha dos raios para determinar onde debe colocarse o obxecto para que a imaxe sexa:
a) Menor, real e invertida.
b) Maior, real e invertida.

(A.B.A.U. ord. 17)

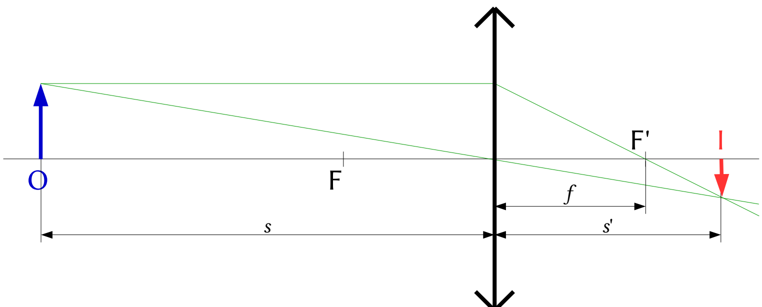
Solución:

Debúxase un esquema de lente converxente (unha liña vertical rematada por dúas puntas de frechas) e sitúase o foco F′ á dereita da lente.
Debúxase, á súa esquerda, unha frecha vertical cara arriba, que representa ao obxecto O.
Desde o punto superior do obxecto debúxanse dous raios:

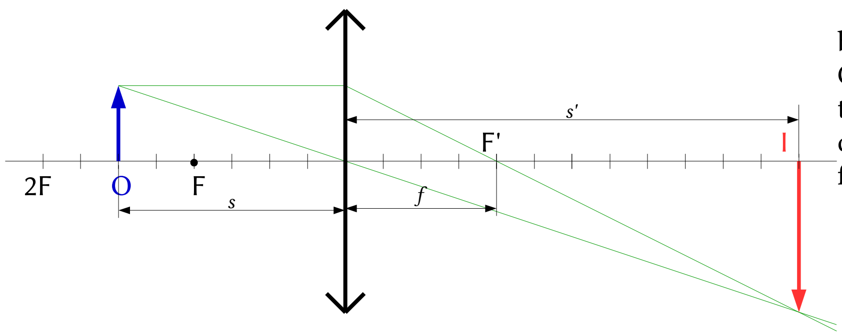
- Un, cara ao centro da lente. Atravésaa sen desviarse.
- Outro, horizontal cara á lente, que a atravesa e se refracta.
  Debúxase de forma que o raio refractado pase polo foco da dereita F′.

O punto de corte é o correspondente á punta da imaxe I. Debúxase unha frecha vertical nese punto.

a) Menor, real e invertida.
O obxecto debe atoparse a unha distancia da lente superior ao dobre da distancia focal.



$|s| > 2f$



b) Maior, real e invertida.
O obxecto debe atoparse a unha distancia da lente comprendida entre a distancia focal e o dobre da distancia focal.

$$2f > |s| > f$$

P.1. Un astronauta está no interior dunha nave espacial que describe unha órbita circular de raio 2 R_T. Calcula:

a) A velocidade orbital da nave.

b) A aceleración da gravidade na órbita da nave.

c) Se nun instante dado, pasa á beira da nave espacial un obxecto de 60 kg en dirección á Terra cunha velocidade de 40 m·s⁻¹, acha a velocidade do obxecto ao chegar á superficie terrestre.

Datos: R_T = 6370 km; g = 9,81 m·s⁻². *(A.B.A.U. ord. 17)*

Rta.: a) v = 5,59 km/s; b) g_h = 2,45 m/s²; c) v_2 = 7,91·10³ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Raio da órbita	$r = 2 \cdot R$
Raio da Terra	R = 6370 km = 6,37·10⁶ m
Aceleración da gravidade na superficie da Terra	g_0 = 9,81 m/s²
Masa do obxecto	m = 60,0 kg
Velocidade do obxecto ao pasar xunto á nave	v_0 = 40,0 m/s
Incógnitas	
Valor da velocidade da nave espacial na súa órbita arredor da Terra	v
Aceleración da gravidade na órbita da nave.	g_h
Valor da velocidade do obxecto ao chegar á superficie terrestre.	v_2
Outros símbolos	
Masa da Terra	M
Constante da gravitación universal	G
Ecuacións	
Lei de Newton da gravitación universal (forza que exerce un planeta esférico sobre un corpo puntual)	$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$
Velocidade lineal nun movemento circular uniforme de raio r e período T	$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
Aceleración normal dun obxecto que se move cunha velocidade lineal, v, nunha traxectoria circular de radio r	$a_N = \frac{v^2}{r}$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Enerxía potencial gravitacional (referida ao infinito)	$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$
Enerxía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

A forza gravitacional, $\vec{F}_G$, que exerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que xira arredor del nunha órbita de radio r, é unha forza central, está dirixida cara ao astro, e réxese pola lei de Newton da gravitación universal:

$$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

Nesta expresión, G é a constante da gravitación universal, e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$, o vector unitario na dirección da liña que une o astro co satélite. En módulos:

$$F_G = G\frac{M \cdot m}{r^2}$$

En moitos casos a traxectoria do satélite é practicamente circular arredor do centro do astro. Como a forza gravitacional é unha forza central, a aceleración só ten compoñente normal, a_N. Ao non ter aceleración tangencial, o módulo, v, da velocidade lineal é constante e o movemento é circular uniforme.
A aceleración normal, nun movemento circular uniforme de raio r, obtense da expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como a forza gravitacional que exerce o astro sobre o satélite é moito maior que calquera outra, pódese considerar que é a única forza que actúa.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_G$$

A 2.ª lei de Newton di que a forza resultante sobre un obxecto produce unha aceleración directamente proporcional á forza, sendo a súa masa, m, a constante de proporcionalidade.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

Expresada para os módulos, queda:

$$\left|\sum \vec{\boldsymbol{F}}\right| = m \cdot |\vec{\boldsymbol{a}}|$$

$$F_G = m \cdot a_N$$

Substituíndo a expresión do módulo, F_G, da forza gravitacional, e a da aceleración normal, queda:

$$G\frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despexando a velocidade orbital do satélite, queda:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Cando non se teñen os datos da constante da gravitación universal, G, ou da masa do astro, M, pero si do valor da aceleración da gravidade na súa superficie, pódese encontrar unha relación entre elas, usando que, na superficie do astro, o peso dun corpo, $m \cdot g_0$, é igual á forza gravitacional:

$$\cancel{m}\, g_0 = G\frac{M \cdot \cancel{m}}{R^2}$$

R representa o raio de astro e g_0 o valor da aceleración da gravidade na súa superficie.
A relación é:

$$G \cdot M = g_0 \cdot R^2$$

a) Calcúlase a velocidade orbital substituíndo $G \cdot M$ por $g_0 \cdot R^2$.

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R^2}{2 \cdot R}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R}{2}} = \sqrt{\frac{9{,}81\ [\mathrm{m/s^2}] \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\ [\mathrm{m}]}{2}} = 5{,}59 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s} = 5{,}59\ \mathrm{km/s}$$

Análise: Agárdase que un obxecto que se mova arredor da Terra teña unha velocidade duns poucos km/s. *O resultado de* 5,59 km/s *está de acordo con esta suposición.*

b) Calcúlase a aceleración da gravidade na órbita da nave a partir da 2.ª lei de Newton, substituíndo $G \cdot M$ por $g_0 \cdot R^2$, e o raio, r, da órbita, por $2\,R$:

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}} \Rightarrow F_G = m \cdot g \Rightarrow \quad g = \frac{F_G}{m} = \frac{G\frac{M\cancel{m}}{r^2}}{\cancel{m}} = \frac{G\,M}{r^2} = \frac{g_0 \cdot R^2}{(2 \cdot R)^2} = \frac{g_0}{4} = \frac{9{,}81\ \mathrm{m/s^2}}{4} = 2{,}45\ \mathrm{m/s^2}$$

c) Como a forza gravitacional é unha forza conservativa, la enerxía mecánica, suma das enerxías cinética e potencial, consérvase.
Calcúlase a enerxía potencial do obxecto ando pasa xunto á nave espacial:

$$E_{\mathrm{p}1}=-G\frac{M\cdot m}{r}=-\frac{g_0\cdot R^2\cdot m}{2\cdot R}=-\frac{g_0\cdot R\cdot m}{2}=-\frac{9{,}81\,[\mathrm{m/s^2}]\cdot 6{,}37\cdot 10^6\,[\mathrm{m}]\cdot 60{,}0\,[\mathrm{kg}]}{2}=-1{,}87\cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

Calcúlase a súa enerxía cinética:

$$E_{\mathrm{c}\ 1} = m \cdot v_0^2 / 2 = 60{,}0\ [\mathrm{kg}] \cdot (40{,}0\ [\mathrm{m/s}])^2 / 2 = 4{,}80\cdot 10^4\ \mathrm{J}$$

A enerxía mecánica do obxecto cando pasa xunto á nave espacial é a suma das súas enerxías cinética e potencial:

$$E = E_{\mathrm{c}\ 1} + E_{\mathrm{p}\ 1} = 4{,}80\cdot 10^4\ [\mathrm{J}] + (-1{,}87\cdot 10^9\ [\mathrm{J}]) = -1{,}87\cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

Calcúlase a enerxía potencial do obxecto cando chega á superficie da Terra:

$$E_{\mathrm{p}2}=-G\frac{M\cdot m}{r}=-\frac{g_0\cdot R^2\cdot m}{R}=-g_0\cdot R\cdot m=-9{,}81\,[\mathrm{m/s^2}]\cdot 6{,}37\cdot 10^6\,[\mathrm{m}]\cdot 60{,}0\,[\mathrm{kg}]=-3{,}75\cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

Calcúlase a enerxía cinética do obxecto cando chega á superficie da Terra aplicando o principio de conservación da enerxía:

$$E_{\mathrm{c}\ 2} = E - E_{\mathrm{p}\ 2} = (-1{,}87\cdot 10^9\ [\mathrm{J}]) - (-3{,}75\cdot 10^9\ [\mathrm{J}]) = 1{,}87\cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

Calcúlase a velocidade do obxecto ao chegar á superficie da Terra a partir da súa enerxía cinética:

$$E_{\mathrm{c}} = ½\ m \cdot v^2 \Rightarrow\ v=\sqrt{\frac{2\cdot E_{\mathrm{c}2}}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}87\cdot 10^9\,[\mathrm{J}]}{60{,}0\,[\mathrm{kg}]}}=7{,}91\cdot 10^3\,\mathrm{m/s}$$

P.2. O período de semidesintegración do $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ é 28 anos. Calcula:
   a) A constante de desintegración radioactiva expresada en s^{-1}.
   b) A actividade inicial dunha mostra de 1 mg.
   c) O tempo necesario para que esa mostra se reduza a 0,25 mg.
   Datos: $N_{\mathrm{A}} = 6{,}022\cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$; masa atómica do $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ = 90 g·mol⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 17)*
   Rta.: a) $\lambda = 7{,}84\cdot 10^{-10}\ \mathrm{s}^{-1}$; b) $A_0 = 5{,}25\cdot 10^9$ Bq; c) t = 56 años.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 28{,}0$ anos $= 8{,}84\cdot 10^8$ s
Masa da mostra	$m = 1{,}00$ mg $= 1{,}00\cdot 10^{-3}$ g
Masa atómica do $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$	$M = 90{,}0\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$
Número de Avogadro	$N_{\mathrm{A}} = 6{,}022\cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$
Incógnitas	
Constante de desintegración radioactiva	λ
Actividade inicial dunha mostra de 1 mg.	A_0
Tempo necesario para que a masa se reduza de 1 mg a 0,25 mg	t
Ecuacións	
Lei da desintegración radioactiva	$N=N_0\cdot \mathrm{e}^{-\lambda\cdot t}$
Relación do período de semidesintegración coa constante de desintegración	$T_{½}\cdot\lambda = \ln 2$
Actividade radioactiva	$A = -\mathrm{d}\,N/\mathrm{d}\,t = \lambda\cdot N$

Solución:

a) Dedúcese a relación entre o período de semidesintegración e a constante de desintegración:
A lei de desintegración radioactiva, que di que o número de átomos que se desintegran na unidade de tempo é proporcional á cantidade de átomos presentes, ($-\mathrm{d}N = \lambda \cdot N \cdot \mathrm{d}t$), pode expresarse como:

$$N=N_0\cdot \mathrm{e}^{-\lambda\cdot t}$$

N é a cantidade de átomos que quedan sen desintegrar ao cabo dun tempo t, N_0 é a cantidade inicial de átomos e λ é a constante de desintegración.
Obtense unha versión máis manexable da ecuación de desintegración radioactiva, $N=N_0\cdot \mathrm{e}^{-\lambda\cdot t}$, pasando N_0 ao outro membro, aplicando logaritmos neperianos e cambiando o signo:

$$-\ln(N / N_0) = \ln(N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

O período de semidesintegración dunha substancia radioactiva é o tempo que transcorre ata que só queda a metade da mostra orixinal. Cando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poñendo na ecuación logarítmica: (2 N) en lugar de N_0, e $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln(2\, N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Calcúlase o período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 28{,}0\,[\text{anos}]\,\frac{365{,}25\,[\text{días}]}{1\,[\text{ano}]}\,\frac{24{,}0\,[\text{h}]}{1\,[\text{día}]}\,\frac{3600\,[\text{s}]}{1\,[\text{h}]} = 8{,}84 \cdot 10^{8}\ \text{s}$$

Calcúlase a constante radioactiva a partir do período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{8{,}84 \cdot 10^{8}\,[\text{s}]} = 7{,}84 \cdot 10^{-10}\ \text{s}^{-1}$$

b) Calcúlanse cantos átomos hai en 1 mg de estroncio:

$$N = 1{,}00 \cdot 10^{-3}\ \text{g}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}\ \frac{1\ \text{mol}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}{90{,}0\ \text{g}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}\ \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{átomos}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}{1\ \text{mol}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}\ \frac{1\ \text{núcleo}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}{1\ \text{átomo}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}} = 6{,}69 \cdot 10^{18}\ \text{núcleos}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}$$

Despois calcúlase a actividade radioactiva:

$$A = \lambda \cdot N = 7{,}84 \cdot 10^{-10}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 6{,}69 \cdot 10^{18}\ [\text{núcleos}] = 5{,}25 \cdot 10^{9}\ \text{Bq}$$

c) Calcúlase o tempo coa ecuación da lei de desintegración radioactiva:
Como a masa, m, é proporcional á cantidade de átomos, N: ($m = N \cdot M / N_A$), pódese obter unha expresión similar á lei da desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, multiplicando ambos os membros por (M / N_A):

$$N \cdot \frac{M}{N_A} = N_0 \cdot \frac{M}{N_A} e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N_A é o número de Avogadro e M é a masa atómica do elemento.
Pasando m_0 ao outro lado e aplicando logaritmos:

$$-\ln(m / m_0) = \ln(m_0 / m) = \lambda \cdot t$$

Calcúlase o tempo necesario para que esa mostra se reduza a 0,25 mg.

$$t = \frac{\ln(m_0 / m)}{\lambda} = \frac{\ln(1{,}00\ \text{mg}\,{}^{90}_{38}\text{Sr} / 0{,}25\ \text{mg}\,{}^{90}_{38}\text{Sr})}{7{,}84 \cdot 10^{-10}\,[\text{s}^{-1}]} = 1{,}77 \cdot 10^{9}\ \text{s} = 56\ \text{anos}$$

Análise: Posto que nese tempo a mostra reduciuse á cuarta parte = $(1/2)^2$*, transcorreron* 2 *períodos de semidesintegración que son* 56 *anos.*

Cuestións e problemas das Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.
Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice do mesmo autor.
Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de *traducindote*, e de o tradutor da CIXUG.
Procurouse seguir as recomendacións do Centro Español de Metrología (CEM).
Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Actualizado: 16/07/24