

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que poderá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas**.

PREGUNTA 1. Interacción gravitacional. Responda indicando e xustificando a opción correcta. (2 puntos)

1.1. Un satélite móvese nunha órbita estable arredor dun planeta. O seu momento angular respecto do centro do planeta: A) aumenta indefinidamente; B) é cero; C) permanece constante.

1.2. Sexa v_e a velocidade de escape dun corpo situado na superficie da Terra. A velocidade de escape do corpo, se este se sitúa inicialmente a unha altura medida desde a superficie igual a dous radios terrestres, será: A) $v_e / 3$; B) $v_e / 2$; C) $v_e / \sqrt{3}$.

PREGUNTA 2. Interacción electromagnética. Responda indicando e xustificando a opción correcta. (2 puntos)

2.1. Se a forza eléctrica que unha carga puntual Q_1 , de -8 C situada no punto P_1 exerce sobre outra carga Q_2 , tamén puntual, de -5 C, situada en P_2 vale $100 \vec{i}$ N, a intensidade de campo eléctrico da carga Q_1 no punto P_2 é: A) $20 \vec{i}$ N/C; B) $-12,5 \vec{i}$ N/C; C) $-20 \vec{i}$ N/C.

2.2. Unha espira colócase perpendicularmente a un campo magnético uniforme. En que caso será maior a f.e.m. inducida pola espira?: A) se o campo magnético diminúe linealmente de 300 mT a 0 en 1 ms; B) se o campo magnético aumenta linealmente de 1 T a 1,2 T en 1 ms; C) se o campo magnético permanece constante cun valor de 1,5 T.

PREGUNTA 3. Ondas e óptica xeométrica. Responda indicando e xustificando a opción correcta. (2 puntos)

3.1. A enerxía mecánica dun oscilador harmónico: A) duplícase cando se duplica a amplitude da oscilación; B) duplícase cando se duplica a frecuencia da oscilación; C) cuadrúplicase cando se duplica a amplitude da oscilación.

3.2. A que distancia dunha lente delgada converxente de focal 10 cm se debe situar un obxecto para que a súa imaxe real se forme a mesma distancia da lente?: A) 5 cm; B) 20 cm; C) 10 cm.

PREGUNTA 4. Práctica de física do século XX. (2 puntos)

Nun experimento sobre o efecto fotoeléctrico nun certo metal observouse a correlación entre o potencial de freado, $V(\text{freado})$, e a frecuencia, ν , da radiación empregada que mostra a táboa. a) Represente graficamente a frecuencia f en unidades de 10^{14} Hz (eixo Y) fronte a $V(\text{freado})$ en V (eixo X) e razoe se debe esperarse unha ordenada na orixe positiva ou negativa. b) Deduza o valor da constante de Planck a partir da gráfica.

$V(\text{freado})$ (V)	f (10^{14} Hz)
0,154	4,000
0,568	5,000
0,982	6,000
1,395	7,000
1,809	8,000

DATO: $|q_e| = 1,6 \times 10^{-19}$ C.

PREGUNTA 5. Problema de interacción gravitacional. (2 puntos)

O telescopio espacial Hubble (HST) orbita a Terra de xeito aproximadamente circular a unha altura sobre a superficie terrestre de 520 km. Calcule: a) o período orbital do HST; b) o valor do potencial gravitacional terrestre na órbita do HST. DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻²; $M(T) = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R(T) = 6370$ km.

PREGUNTA 6. Problema de interacción electromagnética. (2 puntos)

Un ión K^+ potasio penetra cunha velocidade $\vec{v} = 8 \times 10^4 \vec{i}$ m/s nun campo magnético de intensidade $\vec{B} = 0,1 \vec{k}$ T describindo unha traxectoria circular de 65 cm de diámetro. a) Calcule a masa do ión potasio. b) Determine o módulo, dirección e sentido do campo eléctrico que hai que aplicar nesta rexión para que o ión non se desvíe. DATO: $|q_e| = 1,6 \times 10^{-19}$ C.

PREGUNTA 7. Problema de ondas e óptica xeométrica. (2 puntos)

Un raio de luz vermella propágase por un vidro e incide na superficie que separa o vidro do aire cun ángulo de 30° respecto á dirección normal á superficie. O índice de refracción do vidro para a luz vermella é 1,60 e o índice de refracción do aire é 1. Determine: a) o ángulo que forma o raio refractado respecto á dirección normal á superficie de separación de ambos os medios; b) o ángulo de incidencia máximo para que o raio de luz vermella pase ao aire.

PREGUNTA 8. Problema de física do século XX. (2 puntos)

Nunha peza extraída dunha central nuclear existen 10^{20} núcleos dun material radioactivo cun período de semidesintegración de 29 anos. a) Calcule o número de núcleos que se desintegran no primeiro ano. b) Se a peza é considerada segura cando a súa actividade é menor de 600 Bq, determine cantos anos deben transcorrer para alcanzar ese valor.

Solucións

- 1.1. Un satélite móvese nunha órbita estable arredor dun planeta. O seu momento angular respecto do centro do planeta:
- A) Aumenta indefinidamente.
 - B) É cero.
 - C) Permanece constante.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: C

O campo gravitacional é un campo de forzas centrais, nas que a forza gravitacional que exerce o planeta sobre un satélite ten a mesma dirección (e sentido contrario) que o vector de posición do satélite colocando a orixe de coordenadas no planeta.

O momento angular, \vec{L}_O , dunha partícula de masa m que se move cunha velocidade \vec{v} respecto dun punto O que se toma como orixe é:

$$\vec{L}_O = \vec{r} \times m \cdot \vec{v}$$

Para estudar a súa variación, dérívase con respecto ao tempo:

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times m \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times m \cdot \vec{v} + \vec{r} \times \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = \vec{v} \times m \cdot \vec{v} + \vec{r} \times \vec{F}$$

O primeiro sumando dá o vector $\vec{0}$ (cero) porque a velocidade, \vec{v} , e o momento lineal, $m \cdot \vec{v}$, son paralelos.

$$|\vec{v} \times m \cdot \vec{v}| = |\vec{v}| \cdot m \cdot |\vec{v}| \cdot \sin 0 = 0$$

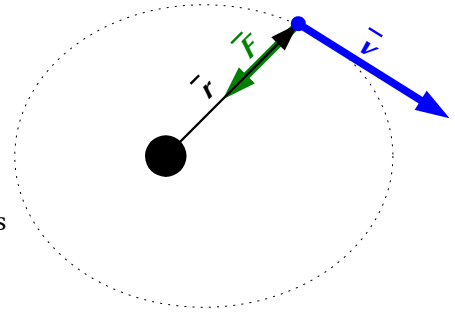
O segundo sumando tamén dá o vector $\vec{0}$ porque, ao ser o campo de forzas un campo central, o vector de posición, \vec{r} , con orixe no punto orixe do campo e o vector forza (dirixido cara a esa orixe) son vectores paralelos de sentido contrario.

$$|\vec{r} \times \vec{F}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin 180^\circ = 0$$

A derivada é cero.

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{v} \times m \cdot \vec{v} + \vec{r} \times \vec{F} = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$$

Cando unha partícula se move nun campo de forzas centrais, o momento angular, \vec{L}_O , respecto ao punto orixe da forza é un vector constante, xa que a súa derivada é cero.



- 1.2. Sexa v_e a velocidade de escape dun corpo situado na superficie da Terra. A velocidade de escape do corpo, se este se sitúa inicialmente a unha altura medida desde a superficie igual a dous radios terrestres, será:
- A) $v_e / 3$
 - B) $v_e / 2$
 - C) $v_e / \sqrt{3}$.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: C

A velocidade de escape dun astro é a velocidade mínima adicional que habería que comunicar a un corpo sometido ó seu campo gravitacional, para situalo nun punto no que non estea sometido a devandita atracción, a unha distancia infinita do centro del astro.

A velocidade de escape proporcionaríalle a enerxía, ΔE , necesaria para situalo no infinito.

$$\Delta E = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_1$$

No infinito a enerxía potencial é nula, porque tómasse coma orixe de enerxías potenciais.

Tendo en conta que velocidade de escape é a velocidade mínima, a enerxía cinética que tería o obxecto no infinito sería nula.

A enerxía mecánica, suma das enerxías cinética e potencial, no infinito sería nula:

$$E_{\infty} = (E_c + E_p)_{\infty} = 0 + 0 = 0$$

A enerxía potencial dun corpo de masa m situado na superficie dun astro de masa M e radio R é:

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{R}$$

Se o corpo atópase na superficie do astro, en repouso respecto do chan, a súa enerxía cinética é nula.

A enerxía mecánica na superficie do astro sería:

$$E_s = (E_c + E_p)_s = 0 + \left(-G \frac{M \cdot m}{R} \right) = -G \frac{M \cdot m}{R}$$

A velocidade de escape v_e comunicarlle a enerxía ΔE necesaria para situalo no infinito.

$$\Delta E = \frac{1}{2} m \cdot v_e^2 = (E_c + E_p)_{\infty} - (E_c + E_p)_s$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = 0 - \left(-G \frac{M \cdot m}{R} \right) = G \frac{M \cdot m}{R}$$

Despexando a velocidade de escape, queda:

$$v_e = \sqrt{2 G \frac{M}{R}}$$

Se o corpo atópase a unha altura h sobre a superficie da Terra, en repouso respecto do chan, a súa enerxía cinética é nula.

Como a altura é igual a dous radios terrestres, á distancia r ao centro da Terra é:

$$r = R + h = R + 2 R = 3 R$$

A enerxía mecánica a esa altura sería:

$$E_s = (E_c + E_p)_s = 0 + \left(-G \frac{M \cdot m}{r} \right) = -G \frac{M \cdot m}{r} = -G \frac{M \cdot m}{3 R}$$

A velocidade de escape a esa altura v_{eh} comunicarlle a enerxía ΔE necesaria para situalo no infinito.

$$\Delta E = \frac{1}{2} m \cdot v_{eh}^2 = (E_c + E_p)_{\infty} - (E_c + E_p)_s$$

$$\frac{1}{2} m v_{eh}^2 = 0 - \left(-G \frac{M \cdot m}{3 R} \right) = G \frac{M \cdot m}{3 R}$$

Despexando a velocidade de escape, queda:

$$v_{eh} = \sqrt{2 G \frac{M}{3 R}} = \sqrt{\frac{1}{3}} \sqrt{2 G \frac{M}{R}} = \frac{v_e}{\sqrt{3}}$$

2.1. Se a forza eléctrica que unha carga puntual Q_1 de -8 C situada no punto P_1 exerce sobre outra carga Q_2 , tamén puntual, de -5 C , situada en P_2 vale $100 \vec{i} \text{ N}$, a intensidade de campo eléctrico da carga Q_1 no punto P_2 é:

- A) $20 \vec{i} \text{ N/C}$
- B) $-12,5 \vec{i} \text{ N/C}$
- C) $-20 \vec{i} \text{ N/C}$.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: C

A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q , separadas por unha distancia, r , vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e \vec{u}_r o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r , dunha carga puntual, Q , é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r}{q} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{100 \vec{i} [\text{N}]}{-5 [\text{C}]} = -20 \vec{i} [\text{N/C}]$$

2.2. Unha espira colócase perpendicularmente a un campo magnético uniforme. En que caso será maior a f.e.m. inducida pola espira?:

- A) Se o campo magnético diminúe linealmente de 300 mT a 0 en 1 ms.
- B) Se o campo magnético aumenta linealmente de 1 T a 1,2 T en 1 ms.
- C) Se o campo magnético permanece constante cun valor de 1,5 T.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: A

A lei de Faraday-Lenz di que se inducirá unha corrente que se opoña á variación de fluxo a través da espira. A f.e.m. desa corrente será igual á variación de fluxo magnético respecto ao tempo.

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

O fluxo magnético é o produto escalar do vector \vec{B} , campo magnético polo vector \vec{S} , perpendicular á superficie delimitada pola espira.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Se a superficie S e a orientación φ non varían, a variación de fluxo magnético será proporcional á variación de campo magnético respecto ao tempo.

$$\varepsilon = -S \cdot \cos \varphi \frac{dB}{dt}$$

Opción A: $\frac{dB}{dt} = \frac{-300 [\text{mT}]}{1 [\text{ms}]} = -300 \text{ T/s}$

Opción B: $\frac{dB}{dt} = \frac{(1,2 [\text{T}] - 1 [\text{T}])}{1 [\text{ms}]} = \frac{0,2 [\text{T}]}{10^{-3} [\text{s}]} = 200 \text{ T/s}$

Opción C: 0. Non hai variación.

En valor absoluto, a variación é maior na opción A, polo a que f.e.m. inducida pola espira tamén será maior.

3.1. A enerxía mecánica dun oscilador harmónico:

- A) Duplícase cando se duplica a amplitude da oscilación.
- B) Duplícase cando se duplica a frecuencia da oscilación.
- C) Cuadriplícase cando se duplica a amplitude da oscilación.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: C

A forza recuperadora é unha forza conservativa (o traballo que realiza entre dous puntos é independente do camiño seguido) e dá lugar a unha enerxía potencial en cada punto de elongación x cuxa expresión é:

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

Sendo unha forza conservativa, a enerxía mecánica valerá o mesmo para calquera elongación: é constante.

$$E = (E_c + E_p) = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_m^2 = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

Para o punto de equilibrio:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v_m^2 + \frac{1}{2} k \cdot 0^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_m^2$$

$$E = \frac{1}{2} m \cdot v_m^2$$

Por definición, un obxecto realiza un movemento harmónico simple cando a aceleración recuperadora é proporcional á separación da posición de equilibrio.

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

Isto é equivalente a dicir que a ecuación de movemento é de tipo senoidal ou cosenoidal.

$$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Derivando:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d\{A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)\}}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

A velocidade é máxima cando $\cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = 1$

$$v_m = A \cdot \omega$$

A pulsación ou fase angular, ω está relacionada coa frecuencia f pola expresión

$$\omega = 2 \pi \cdot f$$

Substituíndo na ecuación da enerxía total:

$$E = \frac{1}{2} m \cdot v_m^2 = m \cdot (A \cdot 2 \pi f)^2 / 2 = 2 \pi^2 m \cdot A^2 \cdot f^2$$

A enerxía mecánica é directamente proporcional ao cadrado da frecuencia e ao cadrado da amplitude. Se a amplitude faise o dobre, a enerxía cuadruplicase.

- 3.2. A que distancia dunha lente delgada converxente de focal 10 cm se debe situar un obxecto para que a súa imaxe real se forme á mesma distancia da lente?:
- A) 5 cm
 - B) 20 cm
 - C) 10 cm.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: B

A ecuación das lentes é:

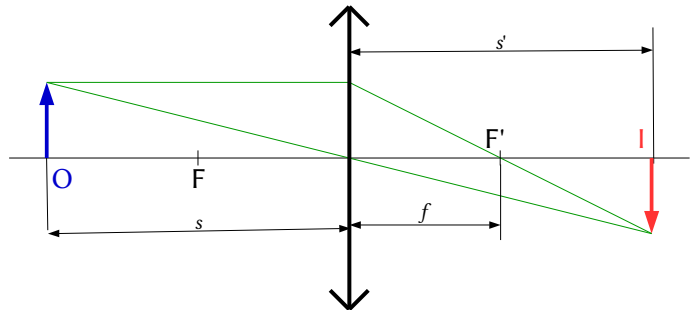
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Se a imaxe real se forma á mesma distancia da lente:

$$s = -s'$$

Substituíndo e despregando a distancia da imaxe á lente:

$$\frac{1}{-s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow -\frac{2}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = -2f'$$



Para que a súa imaxe real se forme á mesma distancia da lente, o obxecto debe colocarse a unha distancia da lente igual ao dobre da distancia focal.

$$|s| = 2 \cdot f = 2 \cdot 10 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

4. Nun experimento sobre o efecto fotoeléctrico nun certo metal observouse a correlación entre o potencial de freado, $V(\text{freado})$, e a frecuencia, f , da radiación empregada que mostra a táboa.
- | $V(\text{freado})$ (V) | f (10^{14} Hz) |
|------------------------|---------------------|
| 0,154 | 4,000 |
| 0,568 | 5,000 |
| 0,982 | 6,000 |
| 1,395 | 7,000 |
| 1,809 | 8,000 |
- a) Representa graficamente a frecuencia f en unidades de 10^{14} Hz (eixo Y) fronte a $V(\text{freado})$ en V (eixo X) e razo e se debe esperar unha ordenada na orixe positiva ou negativa.
- b) Deduce o valor da constante de Planck a partir da gráfica.
- DATO: $|q_e| = 1,6 \times 10^{-19}$ C.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución:

Cando a luz interactúa co metal da célula fotoeléctrica faíno coma se fose un chorro de partículas chamadas fotóns (paquetes de enerxía).

Cada fotón choca cun electrón e transmíttelle toda a súa enerxía.

Para que se produza efecto fotoeléctrico, os electróns emitidos deben ter enerxía suficiente para chegar ao anticátodo, o que ocorre cando a enerxía do fotón é maior que o traballo de extracción, que é unha característica do metal.

A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.

A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f = h \cdot f$$

h é a constante de Planck e ten un valor moi pequeno: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

O potencial de freado é a diferenza de potencial que detén o paso de electróns, sendo unha medida da súa enerxía cinética máxima:

$$E_c = q \cdot V$$

Ordenamos a ecuación de Einstein para que se axuste á gráfica da frecuencia fronte ao potencial de freado.

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

$$f = (q/h) \cdot V + W_e/h$$

Esta é a ecuación dunha recta

$$y = m \cdot x + b$$

Nela, f é a variable dependente (y), V é a variable independente (x), (q/h) sería a pendente m e (W_e/h) a ordenada b na orixe.

A ordenada na orixe ten que ser positiva, porque corresponde á frecuencia limiar: a frecuencia mínima dos fotóns para producir o efecto fotoeléctrico.

Se se dispón dunha folla de cálculo, pódese pedir que faga unha regresión lineal para obter a pendente e a ordenada na orixe.

A constante de Planck calcúlase da pendente:

$$m = 2,42 \cdot 10^{14} = q/h$$

$$h = \frac{q}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} [\text{C}]}{2,42 \cdot 10^{14} [\text{Hz/V}]} = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

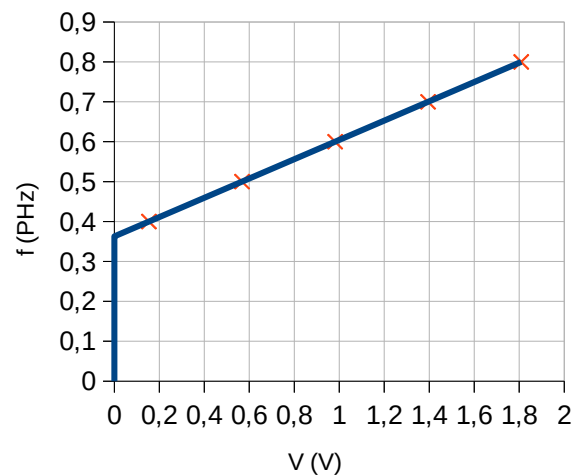
Na proba de acceso non deixan, polo de agora, empregar follas de cálculo. Pódese tomar como unha boa aproximación da pendente o cociente entre os valores dos puntos máximo e mínimo:

$$m = \frac{(8,000 - 4,000) \cdot 10^{14} [\text{Hz}]}{(1,809 - 0,154 [\text{V}])} = 2,417 \cdot 10^{14} \text{ Hz/V}$$

Con este resultado, calcúlase a constante de Planck:

$$h = \frac{q}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} [\text{C}]}{2,417 \cdot 10^{14} [\text{Hz/V}]} = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

Análise: Este resultado é moi aproximado ao valor correcto ($h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s). Aínda que os datos das medidas teñen catro cifras significativas, ao facer unha aproximación da pendente e vendo que o valor da carga do electrón só ten dúas, o valor calculado da constante de Planck, só terá dúas cifras significativas.



- O telescopio espacial Hubble (HST) orbita a Terra de xeito aproximadamente circular a unha altura sobre a superficie terrestre de 520 km. Calcula:

- a) O período orbital do HST.
 b) O valor do potencial gravitacional terrestre na órbita do HST.
 Datos: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M(T) = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$; $R(T) = 6370 \text{ km}$.
 Rta.: a) $T = 1 \text{ h } 34 \text{ min}$; b) $V = -5,78 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$.

(A.B.A.U. extr. 24)



Datos

Altura da órbita
 Masa da Terra
 Raio da Terra
 Constante da gravitación universal

Incógnitas

Período orbital
 Potencial gravitacional terrestre na órbita

Ecuacións

Lei de Newton da gravitación universal
 (forza que exerce un planeta esférico sobre un corpo puntual)

2.ª lei de Newton da Dinámica

Velocidade lineal nun movemento circular uniforme de raio r e período T

Aceleración normal dun obxecto que se move cunha velocidade lineal, v , nunha traxectoria circular de radio r

Energía cinética dunha masa, m , que se move cunha velocidade, v

Energía potencial gravitacional (referida ao infinito)

Energía mecánica

Cifras significativas: 3

$h = 520 \text{ km} = 5,20 \cdot 10^5 \text{ m}$
 $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
 $R = 6370 \text{ km} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

T
 V

$$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$$

$$E = E_c + E_p$$

Solución:

A forza gravitacional, \vec{F}_G , que exerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que xira arredor del nunha órbita de radio r , é unha forza central, está dirixida cara ao astro, e réxese pola lei de Newton da gravitación universal:

$$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

Nesta expresión, G é a constante da gravitación universal, e \vec{u}_r , o vector unitario na dirección da liña que une o astro co satélite. En módulos:

$$F_G = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

En moitos casos a traxectoria do satélite é practicamente circular arredor do centro do astro. Como a forza gravitacional é unha forza central, a aceleración só ten compoñente normal, a_N . Ao non ter aceleración tangencial, o módulo, v , da velocidade lineal é constante e o movemento é circular uniforme.

A aceleración normal, nun movemento circular uniforme de raio r , obtense da expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como a forza gravitacional que exerce o astro sobre o satélite é moito maior que calquera outra, pódese considerar que é a única forza que actúa.

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_G$$

A 2.ª lei de Newton di que a forza resultante sobre un obxecto produce unha aceleración directamente proporcional á forza, sendo a súa masa, m , a constante de proporcionalidade.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Expresada para os módulos, queda:

$$|\Sigma \vec{F}| = m \cdot |\vec{a}|$$

$$F_G = m \cdot a_N$$

Substituíndo a expresión do módulo, F_G , da forza gravitacional, e a da aceleración normal, queda:

$$G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

Despexando a velocidade orbital do satélite, queda:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

a) O raio da órbita é:

$$r = R + h = 6,37 \cdot 10^6 \text{ [m]} + 5,20 \cdot 10^5 \text{ [m]} = 6,89 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Calcúlase la velocidade orbital substituíndo os valores dos datos:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ [kg]}}{6,89 \cdot 10^6 \text{ [m]}}} = 7,60 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

O período calcúlase a partir da expresión da velocidade lineal no movemento circular uniforme:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,89 \cdot 10^6 \text{ [m]}}{7,60 \cdot 10^3 \text{ [m/s]}} = 5,70 \cdot 10^3 \text{ s} = 1 \text{ h } 34 \text{ min}$$

b) O potencial gravitacional é enerxía potencial da unidade de masa.

$$V = \frac{E_p}{m}$$

A expresión da enerxía potencial na órbita é:


$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$$


A expresión do potencial queda:


$$V = \frac{-G \frac{M \cdot m}{r}}{m} = -G \frac{M}{r}$$

O potencial na órbita valerá:

$$V = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ [kg]}}{6,89 \cdot 10^6 \text{ [m]}} = -5,78 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$$

6. Un ión K^+ potasio penetra cunha velocidade $\vec{v} = 8 \times 10^4 \vec{i}$ m/s nun campo magnético de intensidade $\vec{B} = 0,1 \vec{k}$ T describindo unha traxectoria circular de 65 cm de diámetro. 

a) Calcula a masa do ión potasio. 

b) Determina o módulo, dirección e sentido do campo eléctrico que hai que aplicar nesta rexión para que o ión non se desvíe. 

DATO: $|q_e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

(A.B.A.U. extr. 24)

Rta.: a) $m = 6,51 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$; b) $\vec{E} = 8,00 \cdot 10^3 \vec{j} \text{ N/C}$.

Datos

Carga da partícula

Intensidade do campo magnético

Velocidade da partícula

Diámetro da traxectoria circular

Incógnitas

Masa do ión potasio

Vector campo eléctrico para que o ión non se desvíe

Outros símbolos

Radio da traxectoria circular

Valor da forza magnética sobre a partícula

Vector forza eléctrica sobre a partícula

Cifras significativas: 3

$$q = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\vec{B} = 0,100 \vec{k} \text{ T}$$

$$\vec{v} = 8,00 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ m/s}$$

$$d = 65,0 \text{ cm} = 0,650 \text{ m}$$

$$m$$

$$\vec{E}$$

$$R$$

$$\vec{F}_B$$

$$\vec{F}_E$$

Ecuacións

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga, q , que se despraza polo interior dun campo magnético, \vec{B} , cunha velocidade, \vec{v}

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Aceleración normal (nun movemento circular de raio R)

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

2.ª lei de Newton da Dinámica

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Forza, \vec{F}_E , exercida por un campo electrostático, \vec{E} , sobre unha carga, q

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

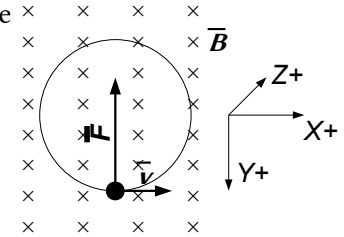
Solución:

a) Como só actúa a forza magnética, que é perpendicular á velocidade, a partícula describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$



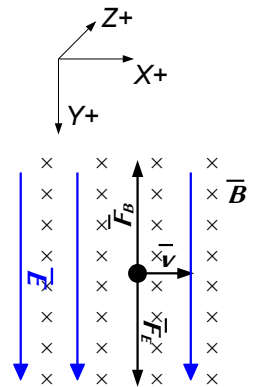
Se a partícula entra perpendicularmente ao campo magnético, sen $\varphi = 1$.

O raio, R , é a metade do diámetro: $R = d_r / 2 = 0,650 \text{ [m]} / 2 = 0,325 \text{ m}$.

Despexando a masa:

$$m = \frac{R \cdot |q| \cdot B}{v} = \frac{0,325 \text{ [m]} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 0,100 \text{ [T]}}{8,00 \cdot 10^4 \text{ [m/s]}} = 6,51 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

Análise: Na táboa periódica pódese ver que a masa atómica do potasio é de $39 \text{ u} = 39 \text{ g/mol}$. Se se coñece que o número de Avogadro é $6,02 \cdot 10^{23}$, pódese calcular a masa do átomo de potasio que é practicamente igual á do ión: $m = 39 \text{ [g/mol]} / 6,02 \cdot 10^{23} \text{ [átomos/mol]} = 6,49 \cdot 10^{-23} \text{ g} = 6,49 \cdot 10^{-26} \text{ kg/átomo K}$. O resultado anterior é correcto.



b) Se a forza eléctrica anula a magnética:

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}) = -(8,00 \cdot 10^4 \text{ i} \text{ [m/s]} \times 0,100 \text{ k} \text{ [T]}) = 8,00 \cdot 10^3 \text{ j} \text{ N/C}$$

7. Un raio de luz vermella propágase por un vidro e incide na superficie que separa o vidro do aire cun ángulo de 30° respecto á dirección normal á superficie. O índice de refracción do vidro para a luz vermella é 1,60 e o índice de refracción do aire é 1. Determina:
- O ángulo que forma o raio refractado respecto á dirección normal á superficie de separación de ambos os medios.
 - O ángulo de incidencia máximo para que o raio de luz vermella pase ao aire.

(A.B.A.U. extr. 24)

Rta.: a) $\theta_r = 53,1^\circ$; b) $\lambda = 38,7^\circ$.

Datos

Índice de refracción do aire
Índice de refracción do vidro
Ángulo de incidencia

Cifras significativas: 3

$n_1 = 1,00$
 $n_2 = 1,60$
 $\theta_i = 30,0^\circ$

Incógnitas

Ángulo de refracción
Ángulo de incidencia máximo para que o raio de luz vermella pase ao aire

θ_r
 λ

Ecuacións

Lei de Snell da refracción

$$n_i \cdot \text{sen } \theta_i = n_r \cdot \text{sen } \theta_r$$

Solución:

a) O ángulo de refracción θ_r pódese calcular aplicando a lei de Snell.

$$1,60 \cdot \text{sen } 30^\circ = 1,00 \cdot \text{sen } \theta_r$$

$$\text{sen } \theta_r = \frac{1,60 \cdot \text{sen } 30^\circ}{1,00} = 0,800$$

$$\theta_r = \arcsen 0,800 = 53,1^\circ$$

b) Ángulo límite λ é o ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción de 90° .

$$1,60 \cdot \text{sen } \lambda = 1,00 \cdot \text{sen } 90,0^\circ$$

$$\text{sen } \lambda = 1,00 / 1,60 = 0,625$$

$$\lambda = \arcsen 0,625 = 38,7^\circ$$

8. Nunha peza extraída dunha central nuclear existen 10^{20} núcleos dun material radioactivo cun período de semidesintegración de 29 anos.

- Calcula o número de núcleos que se desintegran no primeiro ano.
- Se a peza é considerada segura cando a súa actividade é menor de 600 Bq, determine cantos anos deben transcorrer para alcanzar ese valor.

(A.B.A.U. extr. 24)

Rta.: a) $\Delta N = 2,4 \cdot 10^{18}$ núcleos; b) $\Delta t = 780$ anos.

Datos

Período de semidesintegración
 Cantidad da mostra
 Tempo transcorrido
 Actividade final

Cifras significativas: 3

$T_{1/2} = 29 \text{ anos} = 9,15 \cdot 10^8 \text{ s}$
 $N_0 = 1,00 \cdot 10^{20} \text{ núcleos}$
 $t = 1,00 \text{ ano}$
 $A = 600 \text{ Bq}$

Incógnitas

Número de núcleos que se desintegran no primeiro ano
 Tempo para que a actividade sexa de 600 Bq

ΔN
 Δt

Outros símbolos

Constante de desintegración radioactiva

λ

Ecuacións

Lei da desintegración radioactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Relación do período de semidesintegración coa constante de desintegración $T_{1/2} \cdot \lambda = \ln 2$

Actividade radioactiva

$$A = -dN / dt = \lambda \cdot N$$

Solución:

a) Dedúcese a relación entre o período de semidesintegración e a constante de desintegración. A lei de desintegración radioactiva, que di que o número de átomos que se desintegran na unidade de tempo é proporcional á cantidade de átomos presentes, ($-dN = \lambda \cdot N \cdot dt$), pode expresarse como:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N é a cantidade de átomos que quedan sen desintegrar ao cabo dun tempo t , N_0 é a cantidade inicial de átomos e λ é a constante de desintegración.

Obtense unha versión máis manexable da ecuación de desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 ao outro membro, aplicando logaritmos neperianos e cambiando o signo:

$$-\ln(N / N_0) = \ln(N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

O período de semidesintegración dunha substancia radioactiva é o tempo que transcorre ata que só queda a metade da mostra orixinal. Cando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.

Poñendo na ecuación logarítmica: ($2 N$) en lugar de N_0 , e $T_{1/2}$ en vez de t , queda:

$$\ln(2 N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \quad \Rightarrow \quad \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Calcúlase o período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 29,0 \text{ [anos]} \frac{365,25 \text{ [días]}}{1 \text{ [ano]}} \frac{24,0 \text{ [h]}}{1 \text{ [día]}} \frac{3600 \text{ [s]}}{1 \text{ [h]}} = 9,15 \cdot 10^8 \text{ s}$$

Calcúlase a constante radioactiva:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{29,0 \text{ [anos]}} = 0,023 \text{ [anos]}^{-1} = \frac{0,693}{9,15 \cdot 10^8 \text{ [s]}} = 7,57 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

Aplicase a lei de desintegración radioactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 1,00 \cdot 10^{20} \text{ [núcleos]} \cdot e^{0,023 \text{ [anos]}^{-1} \cdot 1,00 \text{ [anos]}} = 7,39 \cdot 10^{10} \text{ núcleos quedan sen desintegrar.}$$

Polo tanto desintegráronse:

$$\Delta N = 1,00 \cdot 10^{20} - 7,39 \cdot 10^{10} = 2,4 \cdot 10^{18} \text{ núcleos}$$

b) Calcúlase a cantidade de núcleos que producen esa actividade radioactiva:

$$A = \lambda \cdot N \Rightarrow N = \frac{A}{\lambda} = \frac{600 \text{ [Bq]}}{7,57 \cdot 10^{-10} \text{ [s}^{-1}\text{]}} = 7,93 \cdot 10^{11} \text{ núcleos}$$

Calcúlase o tempo, coa ecuación de desintegración en versión logarítmica:

$$t = \frac{\ln(N_0 / N)}{\lambda} = \frac{\ln(1,00 \cdot 10^{20} / 7,93 \cdot 10^{11})}{0,023 \text{ [anos]}^{-1}} = 780 \text{ anos}$$

Cuestións e problemas das [Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade](#) (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.

[Respostas](#) e composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Alguns cálculos fixéronse cunha [folia de cálculo](#) de [LibreOffice](#) do mesmo autor.

Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de [traducindote](#), e de o [tradutor da CIXUG](#).

Procurouse seguir as [recomendacións](#) do Centro Español de Metrología (CEM).

Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Actualizado: 16/07/24