Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade **Código: 23**

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2020

FÍSICA

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que poderá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só se corrixirán as 5 primeiras respondidas.**

PREGUNTA 1. Responda indicando e xustificando a opción correcta:
1.1. Un satélite xira arredor dun planeta nunha traxectoria elíptica. Cal das seguintes magnitudes permanece constante?: A) O momento angular. B) O momento lineal. C) A enerxía potencial.
1.2. Unha partícula móvese nun círculo de raio r perpendicularmente a un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$. Se duplicamos o valor de $\overline{\boldsymbol{B}}$, o valor de r: A) Duplícase. B) Redúcese á metade. C) Non varía.

PREGUNTA 2. Responda indicando e xustificando a opción correcta:
2.1. Para obter unha imaxe virtual e dereita cunha lente delgada converxente, de distancia focal f, o obxecto debe estar a unha distancia da lente: A) Menor ca f. B) Maior ca f e menor que $2f$. C) Maior ca $2f$.
2.2. Indúcese corrente nunha espira condutora se: A) É atravesada por un fluxo magnético constante. B) Xira no seo dun campo magnético uniforme. C) En ambos os casos.

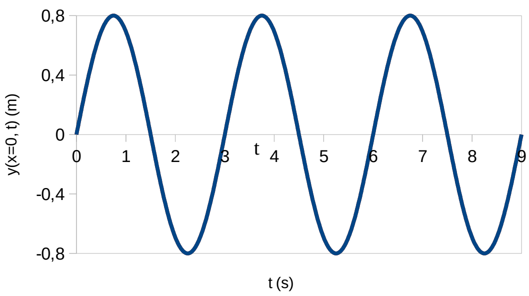
PREGUNTA 3. Responda indicando e xustificando a opción correcta:
3.1. O chifre dunha locomotora emite un son de 435 Hz de frecuencia. Se a locomotora se move achegándose a un observador en repouso, a frecuencia percibida polo observador é: A) 435 Hz. B) Maior ca 435 Hz. C) Menor ca 435 Hz.
3.2. Unha mostra dunha substancia radioactiva contiña hai 10 anos o dobre de núcleos que no instante actual; polo tanto, o número de núcleos que había hai 30 anos respecto ao momento actual era: A) Seis veces maior. B) Tres veces maior. C) Oito veces maior.

PREGUNTA 4. Desenvolva esta práctica:
Nunha experiencia para calcular o traballo de extracción dun metal observamos que os fotoelectróns expulsados da súa superficie por unha luz de 4×10^{-7} m de lonxitude de onda no baleiro son freados por unha diferenza de potencial de 0,80 V. E se a lonxitude de onda é de 3×10^{-7} m o potencial de freado é 1,84 V. a) Represente graficamente a frecuencia fronte ao potencial de freado. b) Determine o traballo de extracción a partir da gráfica.
DATOS: $c = 3\times10^{8}$ m·s^{-1}; $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J·s; $|q_e| = 1{,}6\times10^{-19}$ C.

PREGUNTA 5. Resolva este problema:
A aceleración da gravidade na superficie dun planeta esférico de 4100 km de raio é 7,2 m·s^{-2}. Calcule: a) A masa do planeta. b) A enerxía mínima necesaria que hai que comunicar a un minisatélite de 3 kg de masa para lanzalo dende a superficie do planeta e situalo a 1000 km de altura sobre a mesma, nunha órbita circular arredor do planeta.
DATO: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N·m² ·kg^{-2}.

PREGUNTA 6. Resolva este problema:
Dúas cargas puntuais de −6 µC cada unha están fixas nos puntos de coordenadas (−5, 0) e (5, 0). As coordenadas están expresadas en metros. Calcule: a) O vector campo electrostático no punto (15, 0). b) A velocidade coa que chega ao punto (10, 0) unha partícula de masa 20 g e carga 8 µC que se abandona libremente no punto (15, 0).
DATO: $K = 9\times10^{9}$ N·m²·C^{-2}.

PREGUNTA 7. Resolva este problema:
Unha onda harmónica transversal de lonxitude de onda λ = 60 cm propágase no sentido positivo do eixe x. Na gráfica amósase a elongación (y) do punto de coordenada x = 0 en función do tempo.
Determine: a) A expresión matemática que describe esta onda, indicando o desfase inicial, a frecuencia e a amplitude da onda. b) A velocidade de propagación da onda.



PREGUNTA 8. Resolva este problema:
Un mergullador acende unha lanterna dentro da auga e enfócaa cara á superficie formando un ángulo de 30° coa normal. a) Con que ángulo emerxerá a luz da auga? b) Cal é o ángulo de incidencia a partir do cal a luz non sairá da auga? DATOS: n(auga) = 4/3; n(aire) = 1.

Solucións

1.1. Un satélite xira arredor dun planeta nunha traxectoria elíptica. Cal das seguintes magnitudes permanece constante?:
A) O momento angular.
B) O momento lineal.
C) A enerxía potencial.

(A.B.A.U. extr. 20)

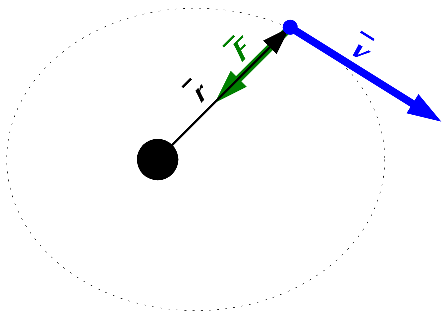
Solución: A

O campo gravitacional é un campo de forzas centrais, nas que a forza gravitacional que exerce o planeta sobre un satélite ten a mesma dirección (e sentido contrario) que o vector de posición do satélite colocando a orixe de coordenadas no planeta.
O momento angular, $\overline{\boldsymbol{L}}_O$, dunha partícula de masa m que se move cunha velocidade $\overline{\boldsymbol{v}}$ respecto dun punto O que se toma como orixe é:

$$\overline{\boldsymbol{L}}_O = \overline{\boldsymbol{r}} \times m \cdot \overline{\boldsymbol{v}}$$

Para estudar a súa variación, derívase con respecto ao tempo:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{L}}_O}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(\vec{\boldsymbol{r}}\times m\cdot\vec{\boldsymbol{v}})}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{r}}}{\mathrm{d}t}\times m\cdot\vec{\boldsymbol{v}}+\vec{\boldsymbol{r}}\times\frac{\mathrm{d}(m\cdot\vec{\boldsymbol{v}})}{\mathrm{d}t}=\vec{\boldsymbol{v}}\times m\cdot\vec{\boldsymbol{v}}+\vec{\boldsymbol{r}}\times\vec{\boldsymbol{F}}$$



O primeiro sumando dá o vector $\overline{\mathbf{0}}$ (cero) porque a velocidade, $\overline{\boldsymbol{v}}$, e o momento lineal, $m \cdot \overline{\boldsymbol{v}}$, son paralelos.

$$|\overline{\boldsymbol{v}} \times m \cdot \overline{\boldsymbol{v}}| = |\overline{\boldsymbol{v}}| \cdot m \cdot |\overline{\boldsymbol{v}}| \cdot \text{sen } 0 = 0$$

O segundo sumando tamén dá o vector $\overline{\mathbf{0}}$ porque, ao ser o campo de forzas un campo central, o vector de posición, $\overline{\boldsymbol{r}}$, con orixe no punto orixe do campo e o vector forza (dirixido cara a esa orixe) son vectores paralelos de sentido contrario.

$$|\overline{\boldsymbol{r}} \times \overline{\boldsymbol{F}}| = |\overline{\boldsymbol{r}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{F}}| \cdot \text{sen } 180° = 0$$

A derivada é cero.

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{L}}_O}{\mathrm{d}t}=\vec{\boldsymbol{v}}\times m\cdot\vec{\boldsymbol{v}}+\vec{\boldsymbol{r}}\times\vec{\boldsymbol{F}}=\vec{\mathbf{0}}+\vec{\mathbf{0}}=\vec{\mathbf{0}}$$

Cando unha partícula se move nun campo de forzas centrais, o momento angular, $\overline{\boldsymbol{L}}_O$, respecto ao punto orixe da forza é un vector constante, xa que a súa derivada é cero.

As outras opcións:
B. Falsa. O momento lineal, $\overline{\boldsymbol{p}}$, dun obxecto de masa m que se move a unha velocidade $\overline{\boldsymbol{v}}$, vale:

$$\overline{\boldsymbol{p}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{v}}$$

Como o momento angular é constante, ao variar a distancia, $\overline{\boldsymbol{r}}$, do satélite ao planeta, tamén variará a súa velocidade $\overline{\boldsymbol{v}}$. Ademais, a dirección cambia a medida que o satélite se despraza arredor do planeta.
C. Falsa.
A enerxía potencial gravitacional, tomando como orixe de enerxía o infinito, vén dada pola expresión:

$$E_p=-G\frac{M\cdot m}{r}$$

Sendo M a masa que orixina o campo gravitacional, (neste caso a do planeta), m é a masa do obxecto que xira arredor del (o satélite), r a distancia entre ambas os corpos e G a constante da gravitación universal.
Nunha órbita elíptica, co planeta situado nun dos focos, a distancia do satélite ao planeta non é constante. Polo tanto, a enerxía potencial tampouco é constante.

1.2. Unha partícula móvese nun círculo de raio r perpendicularmente a un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$. Se duplicamos o valor de $\overline{\boldsymbol{B}}$, o valor de r:

A) Duplícase.
B) Redúcese á metade.
C) Non varía.

(A.B.A.U. extr. 20)

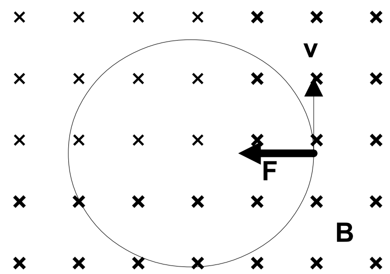
Solución: B

A forza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre unha carga, q, que se despraza no interior dun campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, cunha velocidade, $\overline{\boldsymbol{v}}$, vén dada pola lei de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Esta forza é perpendicular en todos os puntos á dirección de avance da partícula, polo que describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante xa que a aceleración só ten compoñente normal a_N.

$$a_{\mathrm{N}}=\frac{v^2}{r}$$



Se só actúa a forza magnética:

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

Aplicando a 2.ª lei de Newton:

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_{\mathrm{N}} = m\frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen}\varphi = m\frac{v^2}{R}$$

Como as partículas entran perpendicularmente ao campo, sen φ = 1.
Despexando o raio, R:

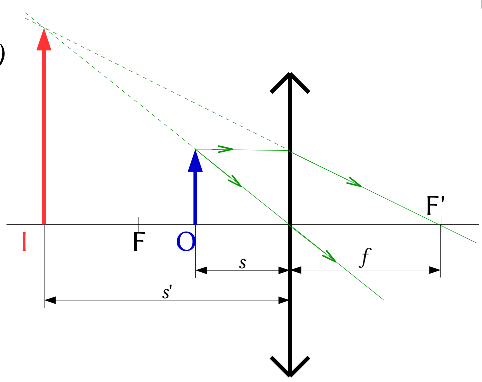
$$R=\frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Como o valor da velocidade é constante, o mesmo que a carga e a masa da partícula, o raio da traxectoria é inversamente proporcional á intensidade do campo magnético. Se o campo magnético faise o dobre, o raio da traxectoria redúcese á metade.

2.1. Para obter unha imaxe virtual e dereita cunha lente delgada converxente, de distancia focal f, o obxecto debe estar a unha distancia da lente:
A) Menor que f.
B) Maior que f e menor que 2f.
C) Maior que 2f.

(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: A



Debúxase un esquema de lente converxente (unha liña vertical rematada por dúas puntas de frechas) e sitúase o foco F′ á dereita da lente.
Debúxase, á súa esquerda, unha frecha vertical cara arriba, que representa ao obxecto O.
Desde o punto superior do obxecto debúxanse dous raios:

- Un, cara ao centro da lente. Atravésaa sen desviarse.
- Outro, horizontal cara á lente, que a atravesa e se refracta.
  Debúxase de forma que o raio refractado pase polo foco da dereita F′.

O diagrama mostra a formación da imaxe cando o obxecto atópase dentro da distancia focal.
A ecuación das lentes é:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

Despexando a distancia da imaxe á lente:

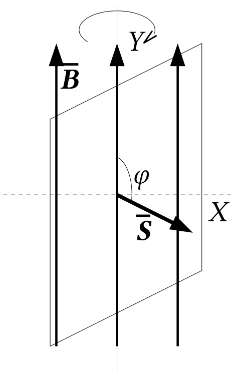
$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{s}+\frac{1}{f'}=\frac{f'+s}{s\cdot f'}\Rightarrow s'=\frac{f'\cdot s}{s+f'}$$

O criterio de signo di que hay que poñer o obxecto á esquerda da lente, e a posición é negativa: $s < 0$.
Nas lentes delgadas converxentes a distancia focal é positiva: $f' > 0$,
Para que a imaxe sexa virtual ten que formarse á esquerda da lente: $s' < 0$.
Como $f' \cdot s < 0$, para que $s' < 0$, $s + f'$ ten que ser positiva: $s + f' > 0$.
Como $s < 0$ e $f' > 0$, para que $s + f'$ sexa positiva $|s| < f'$. O obxecto terá que atoparse dentro da distancia focal.

2.2. Indúcese corrente nunha espira condutora se:
A) É atravesada por un fluxo magnético constante.
B) Xira no seo dun campo magnético uniforme.
C) En ámbolos dous casos.

(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: B



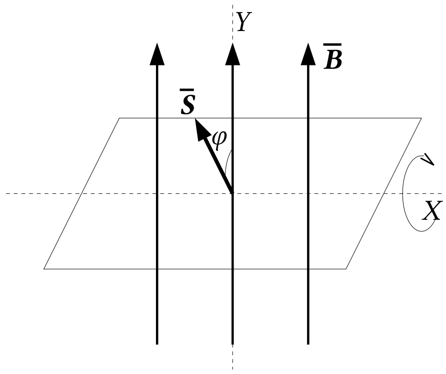
A lei de Faraday-Lenz di que se inducirá unha corrente que se opoña á variación de fluxo a través da espira. A f.e.m. desa corrente será igual á variación de fluxo magnético respecto ao tempo.

$$\varepsilon=\frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

O fluxo magnético é o produto escalar do vector $\overline{\boldsymbol{B}}$, campo magnético polo vector $\overline{\boldsymbol{S}}$, perpendicular á superficie delimitada pola espira.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Cando a espira xira arredor dun eixe paralelo ao campo magnético, o fluxo magnético non varía, posto que é nulo todo o tempo: as liñas do campo magnético non atravesan a superficie da espira nin cando a espira está en repouso nin cando xira arredor do eixe, pois son sempre paralelas ao plano da espira. O ángulo φ vale sempre $\pi/2$ rad e o $\cos \pi/2 = 0$.
Pero cando a espira xira arredor dun eixe perpendicular ao campo, as liñas de campo atravesan a superficie plana delimitada pola espira, variando o fluxo magnético desde 0 ata un máximo o volvendo a facerse nulo cando leve xirada media volta.
Se non xira, o fluxo non varía e non se induce corrente algunha.



3.1. O chifre dunha locomotora emite un son de 435 Hz de frecuencia. Se a locomotora se move achegándose a un observador en repouso, a frecuencia percibida polo observador é:
A) 435 Hz.
B) Maior ca 435 Hz.
C) Menor ca 435 Hz.

(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: B

A ecuación do efecto Doppler é:

$$f(\text{obs})=f(\text{em})\frac{v(\text{son})\pm v(\text{obs})}{v(\text{son})\pm v(\text{em})}$$

Na que
f(obs) é a frecuencia que percibe o observador.
f(em) é a frecuencia emitida pola fonte.
v(son) é a velocidade do son.
v(obs) é a velocidade do observador.
v(em) é a velocidade do emisor da frecuencia.
Para un observador en repouso e unha fonte dirixíndose cara a el a ecuación anterior queda:

$$f(\text{obs})=f(\text{em})\frac{v(\text{son})}{v(\text{son})-v(\text{em})}$$

A frecuencia percibida polo observador é maior que a emitida.
Isto pódese comprobar escoitando o chifre dun tren que pasa cerca de nos. Cando pasa xunto a nos o son tórnase máis grave. É máis agudo cando se está a achegar e tórnase máis grave cando se afasta.

3.2. Unha mostra dunha substancia radioactiva contiña hai 10 anos o dobre de núcleos que no instante actual; polo tanto, o número de núcleos que había hai 30 anos respecto ao momento actual era:
A) Seis veces maior.
B) Tres veces maior.
C) Oito veces maior.

(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: C

O período de semidesintegración dunha sustancia radioactiva é o tempo que transcorre ata que só queda a metade da mostra orixinal. É un valor constante. Do enunciado da cuestión dedúcese que o período de semidesintegración da sustancia radioactiva é de 10 anos xa que daquela había o dobre de núcleos que agora. De hai trinta anos ata agora transcorreron 3 períodos, polo que a cantidade que había entón era 2^3 = 8 veces maior que agora.

4. Nunha experiencia para calcular o traballo de extracción dun metal observamos que os fotoelectróns expulsados da súa superficie por unha luz de 4×10^{-7} m de lonxitude de onda no baleiro son freados por unha diferenza de potencial de 0,80 V. E se a lonxitude de onda é de 3×10^{-7} m o potencial de freado é 1,84 V.
a) Represente graficamente a frecuencia fronte ao potencial de freado.
b) Determine o traballo de extracción a partir da gráfica.
Datos: $c = 3\times10^8$ m·s⁻¹; $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J·s; $|q_e| = 1{,}6\times10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. extr. 20)*
Rta.: W_e = 2,3 eV.

Solución:

Cando a luz interactúa co metal da célula fotoeléctrica faino coma se fose un chorro de partículas chamadas fotóns (paquetes de enerxía).
Cada fotón choca cun electrón e transmítelle toda a súa enerxía.
Para que se produza efecto fotoeléctrico, os electróns emitidos deben ter enerxía suficiente para chegar ao anticátodo, o que ocorre cando a enerxía do fotón é maior que o traballo de extracción, que é unha característica do metal.
A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

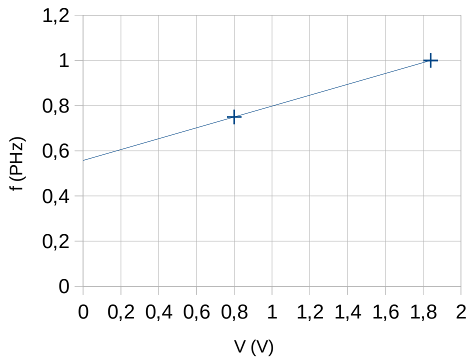
$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f = h \cdot f$$

h é a constante de Planck e ten un valor moi pequeno: $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s.
O potencial de freado é a diferencia de potencial que detén o paso de electróns, sendo unha medida da súa enerxía cinética máxima:

$$E_c = q \cdot V$$



Ordenamos a ecuación de Einstein para que se axuste á gráfica da frecuencia fronte ao potencial de freado.

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

$$f = (q / h) \cdot V + W_e / h$$

Esta é a ecuación dunha recta

$$y = m \cdot x + b$$

Nela, f é a variable dependente (y), V é a variable independente (x), (q / h) sería a pendente m e (W_e / h) a ordenada b na orixe.
O traballo de extracción pode calcularse da ordenada na orixe:

$$b = 0{,}55 \cdot 10^{15} = W_e / h$$

$$W_e = 0{,}55 \cdot 10^{15} \cdot h = 0{,}55 \cdot 10^{15}\ [\mathrm{s}^{-1}] \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [\mathrm{J \cdot s}] = 3{,}7 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

$$W_e = 3{,}7 \cdot 10^{-19}\ [\mathrm{J}] / 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ [\mathrm{J/eV}] = 2{,}3\ \mathrm{eV}$$

5. A aceleración da gravidade na superficie dun planeta esférico de 4100 km de raio é 7,2 m·s⁻². Calcula:
   a) A masa do planeta.
   b) A enerxía mínima necesaria que hai que comunicar a un minisatélite de 3 kg de masa para lanzalo dende a superficie do planeta e situalo a 1000 km de altura sobre a mesma, nunha órbita circular arredor do planeta.

   DATO: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m² ·kg⁻². *(A.B.A.U. extr. 20)*

   Rta.: a) $M = 1{,}8 \cdot 10^{24}$ kg; b) $\Delta E = 5{,}30 \cdot 10^{7}$ J.

Datos	**Cifras significativas: 3**
Raio do planeta	$R = 4100\ \mathrm{km} = 4{,}10 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$
Aceleración da gravidade na superficie do planeta	$g_0 = 7{,}20\ \mathrm{m/s^2}$
Masa do satélite	$m = 3{,}00\ \mathrm{kg}$
Altura da órbita	$h = 1000\ \mathrm{km} = 1{,}00 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$
Constante da gravitación universal	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$
Incógnitas	
Masa do planeta	M
Enerxía que hai que comunicarlle desde a superficie do planeta	ΔE
Ecuacións	
Lei de Newton da gravitación universal (forza que exerce un planeta esférico sobre un corpo puntual)	$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$
Velocidade lineal nun movemento circular uniforme de raio r e período T	$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
Aceleración normal dun obxecto que se move cunha velocidade lineal, v, nunha traxectoria circular de radio r	$a_N = \frac{v^2}{r}$
Peso dun obxecto de masa m na superficie dun planeta cuxa aceleración da gravidade é g_0	$P = m \cdot g_0$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Enerxía potencial gravitacional (referida ao infinito)	$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$
Enerxía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

a) Na superficie do planeta, o peso dun corpo, $m \cdot g_0$, é igual á forza gravitacional:

$$\cancel{m}\, g_0 = G \frac{M \cdot \cancel{m}}{R^2}$$

Despéxase a masa do planeta:

$$M=\frac{g_0 \cdot R^2}{G}=\frac{7{,}20\ [\mathrm{m/s^2}] \cdot (4{,}10 \cdot 10^6\ [\mathrm{m}])^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}]}=1{,}81 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

b) A enerxía mecánica é a suma das enerxías cinética e potencial.
A expresión da enerxía potencial é:

$$E_\mathrm{p}=-G\frac{M \cdot m}{r}$$

Suponse que o satélite está en repouso na superficie do planeta, polo que só ten enerxía potencial. Calcúlase esta enerxía potencial:

$$E_\mathrm{p}(\text{chan})=-G\frac{M \cdot m}{R}=-6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \cdot \frac{1{,}81 \cdot 10^{24}\ [\mathrm{kg}] \cdot 3{,}00\ [\mathrm{kg}]}{4{,}10 \cdot 10^6\ [\mathrm{m}]}=-8{,}86 \cdot 10^7\ \mathrm{J}$$

Calcúlase o raio da órbita circular sumando a altura de 1000 km ao raio do planeta:

$$r = R + h = 4{,}10 \cdot 10^6\ [\mathrm{m}] + 1{,}00 \cdot 10^6\ [\mathrm{m}] = 5{,}10 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$$

Calcúlase a enerxía potencial na órbita:

$$E_\mathrm{p}(\text{órbita})=-G\frac{M \cdot m}{r}=-6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \cdot \frac{1{,}81 \cdot 10^{24}\ [\mathrm{kg}] \cdot 3{,}00\ [\mathrm{kg}]}{5{,}10 \cdot 10^6\ [\mathrm{m}]}=-7{,}12 \cdot 10^7\ \mathrm{J}$$

Para calcular a enerxía cinética na órbita necesítase calcular a velocidade orbital.
A forza gravitacional, $\overline{\boldsymbol{F}}_\mathrm{G}$, que exerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que xira arredor del nunha órbita de radio r, é unha forza central, está dirixida cara ao astro, e réxese pola lei de Newton da gravitación universal:

$$\vec{\boldsymbol{F}}_\mathrm{G}=-G\frac{M \cdot m}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

Nesta expresión, G é a constante da gravitación universal, e $\overline{\boldsymbol{u}}_\mathrm{r}$, o vector unitario na dirección da liña que une o astro co satélite. En módulos:

$$F_\mathrm{G}=G\frac{M \cdot m}{r^2}$$

En moitos casos a traxectoria do satélite é practicamente circular arredor do centro do astro. Como a forza gravitacional é unha forza central, a aceleración só ten compoñente normal, a_N. Ao non ter aceleración tanxencial, o módulo, v, da velocidade lineal é constante e o movemento é circular uniforme.
A aceleración normal, nun movemento circular uniforme de raio r, obtense da expresión:

$$a_\mathrm{N}=\frac{v^2}{r}$$

Como a forza gravitacional que exerce o astro sobre o satélite é moito maior que calquera outra, pódese considerar que é a única forza que actúa.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_\mathrm{G}$$

A 2.ª lei de Newton di que a forza resultante sobre un obxecto produce unha aceleración directamente proporcional á forza, sendo a súa masa, m, a constante de proporcionalidade.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

Expresada para os módulos, queda:

$$\left|\sum \vec{\boldsymbol{F}}\right|=m \cdot |\vec{\boldsymbol{a}}|$$

$$F_\mathrm{G}=m \cdot a_\mathrm{N}$$

Substituíndo a expresión do módulo, F_G, da forza gravitacional, e a da aceleración normal, queda:

$$G\frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}}=\cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despexando a velocidade orbital do satélite, queda:

$$v=\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Substitúense os valores:

$$v=\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}=\sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \cdot 1{,}81 \cdot 10^{24}\ [\mathrm{kg}]}{5{,}10 \cdot 10^6\ [\mathrm{m}]}}=4{,}87 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s}=4{,}87\ \mathrm{km/s}$$

Calcúlase a enerxía cinética en órbita:

$$E_c(\text{órbita}) = m \cdot v^2 / 2 = [3{,}00\ [\mathrm{kg}] \cdot (4{,}87 \cdot 10^3\ [\mathrm{m/s}])^2] / 2 = 3{,}56 \cdot 10^7\ \mathrm{J}$$

A enerxía mecánica é a suma das súas enerxías cinética e potencial:

$$E(\text{órbita}) = E_c(\text{órbita}) + E_p(\text{órbita}) = 3{,}56 \cdot 10^7\ [\mathrm{J}] + (-7{,}12 \cdot 10^7\ [\mathrm{J}]) = -3{,}56 \cdot 10^7\ \mathrm{J}$$

Análise: Pódese demostrar que a enerxía mecánica ten o valor oposto ao da enerxía cinética substituíndo $G \cdot M / r$ por v^2 na expresión da enerxía mecánica:

$$E=E_c+E_p=\frac{1}{2} m \cdot v^2-G\frac{M \cdot m}{r}=\frac{1}{2} m \cdot v^2-m \cdot v^2=-\frac{1}{2} m \cdot v^2=-E_c$$

A enerxía que hai que comunicarlle ao satélite na superficie dun planeta é a diferenza entre a que terá en órbita e a que ten no chan:

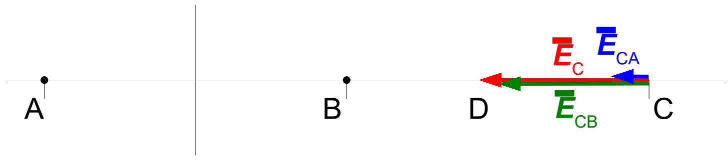
$$\Delta E = E(\text{órbita}) - E(\text{chan}) = -3{,}56 \cdot 10^7\ [\mathrm{J}] - (-8{,}86 \cdot 10^7 [\mathrm{J}]) = 5{,}30 \cdot 10^7\ \mathrm{J}$$

6. Dúas cargas puntuais de −6 µC cada unha están fixas nos puntos de coordenadas (−5, 0) e (5, 0). As coordenadas están expresadas en metros. Calcula:
   a) O vector campo electrostático no punto (15, 0).
   b) A velocidade coa que chega ao punto (10, 0) unha partícula de masa 20 g e carga 8 µC que se abandona libremente no punto (15, 0).
   DATO: $K = 9 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$. *(A.B.A.U. extr. 20)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_C = -675\ \bar{\mathbf{i}}$ N/C; b) $\overline{\boldsymbol{v}}_D = -2{,}24\ \bar{\mathbf{i}}$ m/s.

Datos		***Cifras significativas: 3***
Valor das cargas fixas		$Q = -6{,}00\ \mu\mathrm{C} = -6{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Posicións das cargas fixas:	A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (-5{,}00, 0)$ m
	B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (5{,}00, 0)$ m
Posición do punto C		$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (15{,}0, 0)$ m
Carga que se despraza		$q = 8{,}00\ \mu\mathrm{C} = 8{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Masa da carga que se despraza ata a orixe		$m = 20{,}0$ g $= 0{,}0200$ kg
Velocidade inicial no punto C		$v_C = 0$
Posición do punto D polo que pasa a carga que se despraza		$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (10{,}0, 0)$ m
Constante de Coulomb		$K = 9{,}00 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$
Incógnitas		
Vector campo eléctrico no punto C		$\overline{\boldsymbol{E}}_C$
Velocidade que terá a carga de 8 µC ao pasar polo punto D		v_D
Outros símbolos		
Distancia		r
Ecuacións		
Lei de Coulomb: forza entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas unha distancia, r		$\vec{\boldsymbol{F}}=K\frac{Q \cdot q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición		$\vec{\boldsymbol{F}}_A=\sum \vec{\boldsymbol{F}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q		$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas		$V = \sum V_i$
Enerxía potencial eléctrica dunha carga nun punto A		$E_{pA} = q \cdot V_A$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v		$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Principio da conservación da enerxía entre dous puntos A e B		$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:

a) Faise un debuxo no que se sitúan os puntos A(−5, 0), B(5, 0) e C(15, 0).



Debúxanse os vectores de campo no punto C, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de atracción porque as cargas son negativas.
A medida do campo vectorial creado pola carga situada no punto B é catro veces maior que o creado pola carga situada no punto A, que está ao dobre de distancia.
Debúxase o vector suma, que é o campo resultante, $\overline{E}_C$.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

A distancia entre os puntos A e C vale: r_{AC} = |(15,0, 0) [m] − (−5,00, 0) [m]| = 20,0 m.
O vector unitario do punto C, tomando como orixe o punto A, é $\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe X.
Calcúlase o campo no punto C, debido á carga de −6 µC situada no punto A:

$$\vec{E}_{CA} = 9{,}00 \cdot 10^9 \, [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-6} \, [\mathrm{C}]}{(20{,}0 \, [\mathrm{m}])^2} \vec{\mathbf{i}} = -135 \, \vec{\mathbf{i}} \ \mathrm{N/C}$$

A distancia entre os puntos B e C vale: r_{BC} = |(15,0, 0) [m] − (5,00, 0) [m]| = 10,0 m
O vector unitario do punto C, tomando como orixe o punto B, é $\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe X.
Calcúlase o campo no punto C debido á carga de −6 µC situada no punto B:

$$\vec{E}_{CB} = 9{,}00 \cdot 10^9 \, [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-6} \, [\mathrm{C}]}{(10{,}0 \, [\mathrm{m}])^2} \vec{\mathbf{i}} = -540 \, \vec{\mathbf{i}} \ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, o vector de intensidade de campo eléctrico resultante no punto C é a suma vectorial dos vectores de intensidade de campo de cada carga:

$$\overline{E}_C = \overline{E}_{CA} + \overline{E}_{CB} = -135 \, \overline{\mathbf{i}} \, [\mathrm{N/C}] + (-540 \, \overline{\mathbf{i}} \, [\mathrm{N/C}]) = -675 \, \overline{\mathbf{i}} \ \mathrm{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo está dirixido no sentido negativo do eixe X.

b) Como a forza eléctrica é unha forza conservativa, a enerxía mecánica consérvase.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$
$$½ \, m \, v_C^2 + q \cdot V_C = ½ \, m \, v_D^2 + q \cdot V_D$$

Hai que calcular os potencias eléctricos nos puntos C e D.
O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Calcúlase o potencial eléctrico no punto C, debido á carga de −6 µC situada no punto A é:

$$V_{CA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(20{,}0\ [\text{m}])}=-2{,}70\cdot 10^3\ \text{V}$$

Calcúlase o potencial eléctrico no punto C, debido á carga de −6 µC situada no punto B é:

$$V_{CB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(10{,}0\ [\text{m}])}=-5{,}40\cdot 10^3\ \text{V}$$

O potencial eléctrico no punto C é a suma:

$$V_C = V_{CA} + V_{CB} = -2{,}70\cdot 10^3\ [\text{V}] + (-5{,}40\cdot 10^3\ [\text{V}]) = -8{,}10\cdot 10^3\ \text{V}$$

A distancia entre os puntos A(−5, 0) e D(10, 0) vale: r_{AD} = |(10,0, 0) [m] − (−5,00, 0) [m]| = 15,0 m.
Calcúlase o potencial eléctrico no punto D, debido á carga de −6 µC situada no punto A:

$$V_{DA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(15{,}0\ [\text{m}])}=-3{,}60\cdot 10^3\ \text{V}$$

A distancia entre os puntos B e D vale: r_{BD} = |(10,0, 0) [m] − (5,00, 0) [m]| = 5,0 m.
Calcúlase o potencial eléctrico no punto D, debido á carga de −6 µC situada no punto B:

$$V_{DB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(5{,}0\ [\text{m}])}=-1{,}1\cdot 10^4\ \text{V}$$

O potencial eléctrico no punto D é a suma:

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} = -3{,}60\cdot 10^3\ [\text{V}] + (-1{,}1\cdot 10^4\ [\text{V}]) = -1{,}5\cdot 10^4\ \text{V}$$

Aplícase o principio de conservación da enerxía:

$$0 + 8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]\cdot(-8{,}10\cdot 10^3\ [\text{V}]) = (20{,}0\cdot 10^{-3}\ [\text{kg}]\cdot v_D^2 / 2) + 8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]\cdot(-1{,}5\cdot 10^4\ [\text{V}])$$

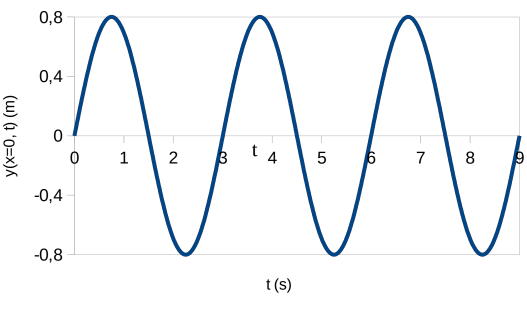
O valor da velocidade obtense despexando:

$$v_D=\sqrt{\frac{2\cdot 8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}](1{,}5\cdot 10^4-8{,}10\cdot 10^3)\ [\text{V}]}{20{,}0\cdot 10^{-3}\ [\text{kg}]}} = 2{,}2\ \text{m/s}$$

Como a velocidade é un vector, hai que determinar a dirección e o sentido.
Pódese deducir que a aceleración ten a dirección do eixe X en sentido negativo, porque a carga é positiva e a aceleración seguirá a dirección e o sentido do campo. Se un móbil parte do repouso, e a aceleración ten dirección constante, o movemento será rectilíneo na liña da aceleración.

$$\bar{\boldsymbol{v}}_D = -2{,}2\ \bar{\mathbf{i}}\ \text{m/s}$$

7. Unha onda harmónica transversal de lonxitude de onda λ = 60 cm propágase no sentido positivo do eixe x. Na gráfica amósase a elongación (y) do punto de coordenada x = 0 en función do tempo. Determina:
   a) A expresión matemática que describe esta onda, indicando o desfase inicial, a frecuencia e a amplitude da onda.
   b) A velocidade de propagación da onda.



(A.B.A.U. extr. 20)

Rta.: a) $y(x, t) = 0{,}80\cdot\text{sen}(2{,}1\cdot t - 10\cdot x)$ [m]; $\varphi_0 = 0$; $f = 0{,}33\ \text{s}^{-1}$; $A = 0{,}80$ m; b) $v_p = 0{,}20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Datos	***Cifras significativas: 2***
Lonxitude de onda	λ = 60 cm = 0,60 m
Gráfica	
Incógnitas	
Ecuación da onda (amplitude, frecuencia angular e número de onda)	A, ω, k
Velocidade de propagación	v_p
Outros símbolos	
Posición do punto (distancia ao foco)	x
Período	T

Ecuacións

Ecuación dunha onda harmónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$
Número de onda	$k = 2\,\pi / \lambda$
Relación entre a frecuencia e o período	$f = 1 / T$
Frecuencia angular	$\omega = 2\,\pi \cdot f$
Relación entre a lonxitude de onda e a velocidade de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$
Velocidade de propagación	$v_p = \Delta x / \Delta t$

Solución:

a) A ecuación dunha onda harmónica é:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

Podemos observar na gráfica:
O tempo dunha oscilación completa é $T = 3{,}0$ s $\Rightarrow$ período: $T = 3{,}0$ s.
A elongación máxima vale $A = 0{,}80$ m $\Rightarrow$ amplitude: $A = 0{,}80$ m.
Cando o tempo é cero a elongación do punto $x = 0$ vale $y = 0$.
$0 = \text{sen}\ \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$ ou $\varphi_0 = \pi$
Para $t = T / 4 = 0{,}75$ s, a elongación do punto $x = 0$ vale $y = 0{,}80$ m $= A > 0$.
$y = A \cdot \text{sen}((2 \cdot \pi / T) \cdot (T/4) + \varphi_0) = A \cdot \text{sen}(\pi/2 + \varphi_0) = A \Rightarrow \text{sen}(\pi/2 + \varphi_0) = 1 \Rightarrow \varphi_0 = 0$
O desfase inicial vale 0. $\Rightarrow \varphi_0 = 0$

Calcúlase o número de onda a partir da lonxitude de onda:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}{0{,}60\ [\text{m}]}=10\ \text{rad/m}$$

Calcúlase a frecuencia a partir do período:

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{3{,}0\ \text{s}}=0{,}33\ \text{s}^{-1}$$

Calcúlase a frecuencia angular a partir da frecuencia:

$$\omega = 2\,\pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}33\ [\text{s}^{-1}] = 2{,}1\ \text{rad·s}^{-1}$$

A ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0{,}80 \cdot \text{sen}(2{,}1 \cdot t - 10 \cdot x)\ [\text{m}]$$

b) Calcúlase a velocidade de propagación a partir da lonxitude de onda e da frecuencia:

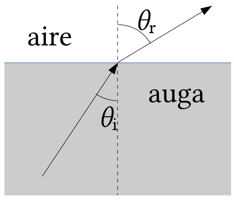
$$v_p = \lambda \cdot f = 0{,}60\ [\text{m}] \cdot 0{,}33\ [\text{s}^{-1}] = 0{,}20\ \text{m·s}^{-1}$$

8. Un mergullador acende unha lanterna dentro da auga e enfócaa cara á superficie formando un ángulo de 30° coa normal.
   a) Con que ángulo emerxerá a luz da auga?
   b) Cal é o ángulo de incidencia a partir do cal a luz non sairá da auga?
   DATOS: n(auga) = 4/3; n(aire) = 1. *(A.B.A.U. extr. 20)*
   Rta.: a) $\theta_r = 41{,}8°$; b) $\lambda = 48{,}6°$.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Índice de refracción do aire	$n = 1{,}00$
Índice de refracción da auga	$n_a = 4 / 3 = 1{,}33$
Ángulo de incidencia na auga	$\theta_i = 30{,}0°$
Incógnitas	
Ángulo de refracción	θ_r
Ángulo límite	λ
Ecuacións	
Lei de Snell da refracción	$n_i \cdot \text{sen}\ \theta_i = n_r \cdot \text{sen}\ \theta_r$

Solución:

a) Aplicando a lei de Snell da refracción:



$$n_i \cdot \text{sen } \theta_i = n_r \cdot \text{sen } \theta_r$$

$$1,33 \cdot \text{sen } 30,0 = 1,00 \cdot \text{sen } \theta_r$$

$$\text{sen } \theta_r = 1,33 \cdot \text{sen } 30,0 = 1,33 \cdot 0,500 = 0,667$$

$$\theta_r = \text{arcsen } 0,667 = 41,8°$$

b) Ángulo límite λ é o ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción de 90°.

$$1,33 \cdot \text{sen } \lambda = 1,00 \cdot \text{sen } 90,0°$$

$$\text{sen } \lambda = 1,00 / 1,33 = 0,75$$

$$\lambda = \text{arcsen } 0,75 = 48,6°$$

Cuestións e problemas das Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.
Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice do mesmo autor.
Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de *traducindote*, e de o tradutor da CIXUG.
Procurouse seguir as recomendacións do Centro Español de Metroloxía (CEM).
Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Actualizado: 16/07/24