



# Proba de Avaliación do Bacharelato Código: 23 para o Acceso á Universidade

XULLO 2019

## FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestións 4 puntos (1 cada cuestión, teórica ou práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado). Non se valorará a simple anotación dunha opción como solución ás cuestións. As respostas deben ser razoadas. O/A alumno/a elixirá unha das dúas opcións.

### OPCIÓN A

**C.1.** A distancia focal dun sistema formado por unha lente converxente de 2 dioptrías e outra diverxente de 4,5 dioptrías é: A) 2,5 m. B) -0,65 m. C) -0,4 m.

**C.2.** As liñas de forza do campo eléctrico: A) Son pechadas. B) En cada punto son perpendiculares ás superficies equipotenciais. C) Poden cortarse.

**C.3.** Unha partícula de masa  $m$  e carga  $q$  penetra nunha rexión onde existe un campo magnético uniforme de módulo  $B$  perpendicular á velocidade  $v$  da partícula. O raio da órbita descrita: A) Aumenta se aumenta a enerxía cinética da partícula. B) Aumenta se aumenta a intensidade do campo magnético. C) Non depende da enerxía cinética da partícula.

**C.4.** Determina graficamente o índice de refracción dun vidro a partir da seguinte táboa de valores dos ángulos de incidencia,  $\varphi_i$ , e de refracción,  $\varphi_r$ , da luz. Estima a súa incerteza.

	N.º exp.	1	2	3	4
$\varphi_i/^\circ$		10,0	20,0	30,0	40,0
$\varphi_r/^\circ$		6,5	13,5	20,3	25,5

**P.1.** Considera dúas masas de 2 kg e 4 kg fixas sobre o eixe  $X$  na orixe e a  $x = 6$  m, respectivamente. Calcula: a) As coordenadas dun punto no que o campo gravitacional resultante valla cero. b) O potencial gravitacional en  $x = 2$  m; c) O traballo realizado pola forza do campo gravitacional para levar unha masa de 6 kg desde ese punto ata o infinito. Interpreta o signo do resultado. DATO:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .

**P.2.** Ilumínase un metal con luz monocromática dunha certa lonxitude de onda. Se o traballo de extracción é de  $4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  e o potencial de freado é de 2,0 V, calcula: a) A velocidade máxima dos electróns emitidos. b) A lonxitude de onda da radiación incidente. c) Representa graficamente a enerxía cinética máxima dos electróns emitidos en función da frecuencia da luz incidente. DATOS:  $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ;  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

### OPCIÓN B

**C.1.** O  ${}_{90}^{232}\text{Th}$  desintégrose emitindo 6 partículas  $\alpha$  e 4 partículas  $\beta$ , o que dá lugar a un isótopo estable do chumbo de número atómico: A) 82. B) 78. C) 74.

**C.2.** A expresión que relaciona a enerxía mecánica dun satélite que describe unha órbita circular arredor dun planeta e a súa enerxía potencial é: A)  $E_m = -E_p$ . B)  $E_m = -\frac{1}{2} E_p$ . C)  $E_m = \frac{1}{2} E_p$ .

**C.3.** Unha superficie plana separa dous medios de índices de refracción distintos  $n_1$  e  $n_2$ . Un raio de luz incide desde o medio de índice  $n_1$ . Razo a cal das afirmacións seguintes é verdadeira: A) O ángulo de incidencia é maior que o ángulo de reflexión. B) Os ángulos de incidencia e de refracción son sempre iguais. C) Se  $n_1 < n_2$  non se produce reflexión total.

**C.4.** Na práctica de óptica xeométrica traballas con lentes converxentes e obtés imaxes nunha pantalla variando a distancia entre o obxecto e a lente. Xustifica con diagramas de raios os casos nos que non obtés imaxes na pantalla.

**P.1.** Un electrón acelérase desde o repouso mediante unha diferenza de potencial de  $1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$ , penetrando a continuación, perpendicularmente, nun campo magnético uniforme de 0,20 T. Calcula: a) A velocidade do electrón ao entrar no campo magnético. b) O raio da traxectoria do electrón. c) O módulo, a dirección e o sentido do campo eléctrico uniforme necesario para que o electrón non experimente desviación ao seu paso pola rexión na que existen o campo eléctrico e o magnético. DATOS:  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

**P.2.** Nunha corda propágase unha onda dada pola ecuación  $y(x, t) = 0,04 \sin 2\pi(2x - 4t)$ , onde as lonxitudes exprésanse en metros e o tempo en segundos. Calcula: a) A frecuencia, o número de onda, a lonxitude de onda e a velocidade de propagación da onda. b) A diferenza de fase, nun instante determinado, entre dous puntos da corda separados 1 m e comproba se devanditos puntos están en fase ou en oposición. c) Os módulos da velocidade e aceleración máximas de vibración dos puntos da corda.

## Solucións

### OPCIÓN A

- C.1. A distancia focal dun sistema formado por unha lente converxente de 2 dioptrías e outra diverxente de 4,5 dioptrías é:
- A) 2,5 m.
  - B) -0,65 m.
  - C) -0,4 m.

(A.B.A.U. extr. 19)

**Solución:** C

Como non dan a distancia entre as lentes, supoño que están unidas. Nese caso:

$$P = P_1 + P_2 = 2 + (-4,5) = -2,5 \text{ dioptrías}$$

$$P = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{P} = \frac{1}{-2,5 [\text{m}^{-1}]} = -0,4 \text{ m}$$

- C.2. As liñas de forza do campo eléctrico:
- A) Son pechadas.
  - B) En cada punto son perpendiculares ás superficies equipotenciais.
  - C) Poden cortarse.

(A.B.A.U. extr. 19)

**Solución:** B

As superficies equipotenciais son aquelas formadas polos puntos nos que o potencial eléctrico vale o mesmo. Se o campo eléctrico non fose perpendicular á superficie, tería unha compoñente paralela a ela e, ao colocar unha carga eléctrica nun punto da superficie sufriría unha forza e desprazaría. Pero isto non ocorre porque as cargas só se desprazan se hai unha diferenza de potencial, que non é o caso.

As outras opcións.

A. Falsa. As liñas de forza dun campo electrostático xorden das cargas positivas (fontes) e terminan nas cargas negativas (sumidoiros). Son abertas.

C. Falsa. Por definición, as liñas de forza débúxanse de forma que o campo eléctrico sexa tanxente a elas en cada punto. O campo eléctrico nun punto é único. Se as liñas de forza cortásense, habería dúas tanxentes e dous vectores de campo eléctrico.

- C.3. Unha partícula de masa  $m$  e carga  $q$  penetra nunha rexión onde existe un campo magnético uniforme de módulo  $B$  perpendicular á velocidade  $v$  da partícula. O raio da órbita descrita:
- A) Aumenta se aumenta a enerxía cinética da partícula.
  - B) Aumenta se aumenta a intensidade do campo magnético.
  - C) Non depende da enerxía cinética da partícula.

(A.B.A.U. extr. 19)

**Solución:** B

A forza magnética,  $\vec{F}_B$ , sobre unha carga,  $q$ , que se despraza no interior dun campo magnético,  $\vec{B}$ , cunha velocidade,  $\vec{v}$ , vén dada pola lei de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta forza é perpendicular en todos os puntos á dirección de avance da partícula, polo que describe traxectoria circular con velocidade de valor constante xa que a aceleración só ten compoñente normal  $a_N$ .

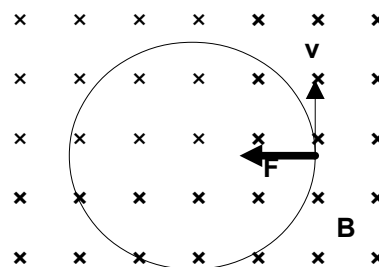
Se só actúa a forza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

Aplicándoa 2.ª lei de Newton:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$



Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética quedaría:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \text{sen } \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Se as partículas entran perpendicularmente ao campo,  $\text{sen } \varphi = 1$ .

Despexando o raio, R:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Se aumenta a enerxía cinética, aumenta a velocidade e, como se ve na ecuación anterior, aumenta tamén o raio da traxectoria.

	N.º exp.	1	2	3	4
C.4. Determina graficamente o índice de refracción dun vidro a partir da seguinte táboa de valores dos ángulos de incidencia, $\varphi_i$ , e de refracción, $\varphi_r$ , da luz. Estima a súa incerteza.	$\varphi_i / ^\circ$	10,0	20,0	30,0	40,0
	$\varphi_r / ^\circ$	6,5	13,5	20,3	25,5
		(A.B.A.U. extr. 19)			

**Solución:**

[DETERMINACIÓN DO ÍNDICE DE REFRACCIÓN DUN MEDIO](#) en [Prácticas: Orientacións xerais](#) do Grupo de Traballo.

A lei de Snell pode resumirse na ecuación:

$$n_i \cdot \text{sen } \varphi_i = n_r \cdot \text{sen } \varphi_r$$

Se o medio de incidencia é o aire,  $n_i = 1$ , o índice de refracción do vidro será

$$n_r = \frac{\text{sen } \varphi_i}{\text{sen } \varphi_r}$$

Se se fai unha representación gráfica de  $\text{sen } \varphi_r$  fronte a  $\text{sen } \varphi_i$ , a pendente da gráfica será a inversa do índice de refracción.

$$\text{sen } \varphi_r = (1 / n_r) \cdot \text{sen } \varphi_i$$

Faise unha táboa calculando os senos dos ángulos de incidencia e refracción.

N.º exp.	$\varphi_i / ^\circ$	$\varphi_r / ^\circ$	$\text{sen } \varphi_i$	$\text{sen } \varphi_r$
1	10	6,5	0,174	0,113
2	20	13,5	0,342	0,233
3	30	20,3	0,500	0,347
4	40	25,5	0,643	0,431

Nunha folla de cálculo represéntanse nunha gráfica  $\text{sen } \varphi_r$  fronte a  $\text{sen } \varphi_i$  e trázase a liña de tendencia que pasa pola orixe de coordenadas.

A inversa da pendente será o índice de refracción:

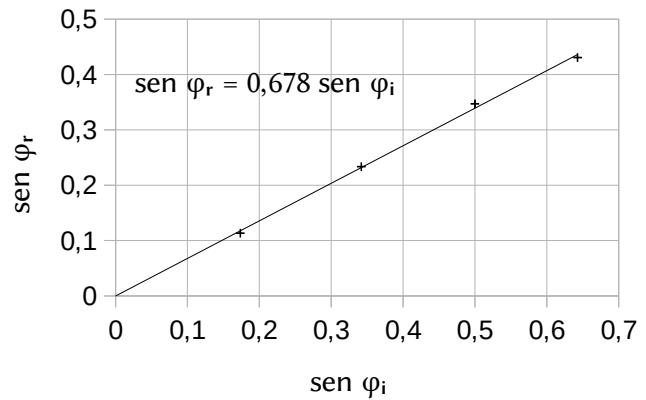
$$n_r = \frac{\text{sen } \varphi_i}{\text{sen } \varphi_r} = \frac{1}{0,678} = 1,47$$

A incerteza depende da incerteza das medidas (medio grao?) e do cálculo. O máis sinxelo é poñelo en función das cifras significativas.

$$n_r = 1,47 \pm 0,01$$

Se non se ten unha folia de cálculo trázase a ollo a recta polos puntos. Nese caso a incerteza vai ser moito maior.

$$n_r = 1,5 \pm 0,1$$



P.1. Considera dúas masas de 2 kg e 4 kg fixas sobre o eixe  $X$  na orixe e a  $x = 6$  m, respectivamente. Calcula:

- As coordenadas dun punto no que o campo gravitacional resultante valla cero
- O potencial gravitacional en  $x = 2$  m.
- O traballo realizado pola forza do campo gravitacional para levar unha masa de 6 kg desde ese punto ata o infinito. Interpreta o signo do resultado.

DATO:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .

(A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: a)  $x = 2,5$  m; b)  $V = -1,3 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg}$ ; c)  $W = -8,0 \cdot 10^{-10} \text{ J}$ .

### Datos

Masa na orixe  
Masa no eixo  $X$   
Coordenada  $x$  da masa na orixe  
Coordenada  $x$  da masa no eixo  $X$   
Coordenada  $x$  para calcular o potencial  
Masa que se leva ao infinito  
Constante da gravitación universal

### Cifras significativas: 3

$M_0 = 2,00 \text{ kg}$   
 $M_1 = 4,00 \text{ kg}$   
 $x_0 = 0 \text{ m}$   
 $x_1 = 6,00 \text{ m}$   
 $x_2 = 2,00 \text{ m}$   
 $m = 6,00 \text{ kg}$   
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

### Incógnitas

Coordenadas dun punto no que o campo gravitacional resultante valla cero  
Potencial gravitacional en  $x = 2$  m  
Traballo da forza do campo para levar 6 kg desde  $x = 2$  m ata o infinito

$x, y$   
 $V_2$   
 $W$

### Ecuacións

Lei de Newton da gravitación universal  
(forza que exerce cada masa puntual sobre cada unha das outras)

$$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

Intensidade do campo gravitacional que exerce unha masa  $M$  puntual nun punto a unha distancia  $r$

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_G}{m} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r$$

Potencial gravitacional nun punto debido a unha masa  $M$  que dista  $r$  do punto

$$V = -G \frac{M}{r}$$

Energía potencial gravitacional (referida ao infinito)

$$E_p = m \cdot V = -G \frac{M \cdot m}{r}$$

Traballo do campo cando se despraza unha masa desde o punto 1 ao punto 2

$$W_{1 \rightarrow 2} = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p$$

### Solución:

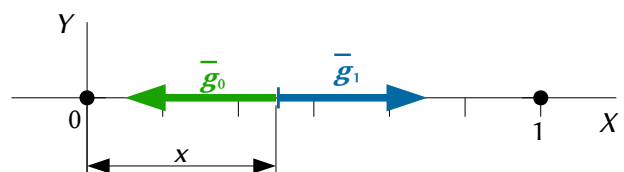
a) O punto deberá estar no eixe  $X$  entre as dúas masas.

A súa coordenada  $y$  será  $y = 0$ .

O principio de superposición di que a intensidade de campo gravitacional nun punto, debido á presenza de varias masas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada masa, coma se o resto das masas non estivese presente.

Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada masa, e despois súmanse os vectores.

A forza de atracción gravitacional entre dúas masas puntuais ou esféricas,  $M$  e  $m$ , vén dada pola lei da gravitación de Newton.  $G$  é a constante da gravitación universal e  $\vec{u}_r$  o vector unitario na liña que une as ma-



sas.

$$\vec{F} = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo gravitacional nun punto situado a unha distancia,  $r$ , dunha masa puntual,  $M$ , é a forza sobre a unidade de masa situada nese punto.

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-G \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{m}} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r$$

Para calcular a súa coordenada  $x$ , escríbense as expresións dos campos gravitacionais creados nese punto polas masas, e aplícase a condición de que o campo resultante é nulo.

O campo gravitacional nese punto creado pola masa situada na orixe é:

$$\vec{g}_0 = -G \frac{M_0}{r_0^2} \vec{u}_r = -6,67 \cdot 10^{-11} [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \frac{2,00 [\text{kg}]}{x^2} \vec{i} = \frac{-1,33 \cdot 10^{-10}}{x^2} \vec{i} \text{ m/s}^2$$

O campo gravitacional nese punto creado pola masa situada en  $x_1 = 6$  [m] é:

$$\vec{g}_1 = -G \frac{M_1}{r_1^2} \vec{u}_r = -6,67 \cdot 10^{-11} [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \frac{4,00 [\text{kg}]}{(6,00 - x)^2} (-\vec{i}) = \frac{2,67 \cdot 10^{-10}}{(6,00 - x)^2} \vec{i} \text{ m/s}^2$$

Polo principio de superposición, o campo gravitacional é a suma vectorial dos dous campos.

$$\begin{aligned} \vec{g} &= \vec{g}_0 + \vec{g}_1 = \vec{0} \\ \frac{-1,33 \cdot 10^{-10}}{x^2} + \frac{2,67 \cdot 10^{-10}}{(6,00 - x)^2} &= 0 \\ \frac{(6,00 - x)^2}{x^2} &= \frac{2,67 \cdot 10^{-10}}{1,33 \cdot 10^{-10}} = 2,00 \\ 6,00 - x &= \pm \sqrt{2,00} x \\ x &= \frac{6,00}{1 + \sqrt{2,00}} = 2,48 \text{ m} \end{aligned}$$

*Análise:* A solución é aceptable, posto que se atopa entre as dúas masas. A outra solución,

$x = \frac{6,00}{1 - \sqrt{2,00}} = -14,5 \text{ m}$  estaría nun punto no que ambos os campos serían do mesmo sentido e non se anuláran.

O potencial gravitacional nun punto, debido á presenza de varias masas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada masa, coma se o resto das masas non estivese presente.

Para determinar o potencial gravitacional nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada masa, e despois súmanse.

A ecuación do potencial gravitacional,  $V$ , nun punto situado a unha distancia,  $r$ , dunha masa puntual,  $Q$ , é:

$$V = -G \frac{M}{r}$$

$G$  é a constante da gravitación universal.

b) Calcúlase o potencial gravitacional no punto  $x = 2$  [m] creado pola masa situada na orixe:

$$V_0 = -G \frac{M_0}{r_0} = -6,67 \cdot 10^{-11} [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \frac{2,00 [\text{kg}]}{2,00 [\text{m}]} = -6,67 \cdot 10^{-11} \text{ J/kg}$$

Calcúlase o potencial gravitacional no punto  $x = 2$  [m] creado pola masa situada no punto  $x = 6$  [m]:

$$V_1 = -G \frac{M_1}{r_1} = -6,67 \cdot 10^{-11} [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \frac{4,00 [\text{kg}]}{6,00 - 2,00 [\text{m}]} = -6,67 \cdot 10^{-11} \text{ J/kg}$$

O potencial gravitacional é a suma.

$$V = V_0 + V_1 = (-6,67 \cdot 10^{-11} [\text{J/kg}]) + (-6,67 \cdot 10^{-11} [\text{J/kg}]) = -1,33 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg}$$

O campo gravitacional é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha masa se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial,  $E_p$ , asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha masa entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial gravitacional, que é igual á enerxía potencial da unidade de masa.

$$V = \frac{E_p}{m}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha masa se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = m \cdot V_A - m \cdot V_B = m (V_A - V_B)$$

c) Por definición, a enerxía potencial (e o potencial) no infinito é nula, polo que o traballo da resultante das forzas gravitacionais cando se leva a masa en  $x = 2$  [m] ata o infinito é:

$$W_{2 \rightarrow \infty} = -\Delta E_p = -(E_{p\infty} - E_{p2}) = E_{p2} - E_{p\infty} = E_{p2} = m \cdot V_2 = 6,00 \text{ [kg]} \cdot (-1,33 \cdot 10^{-10} \text{ [J/kg]}) = -8,00 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

O traballo das forzas gravitacionais é negativo, (a forza do campo oponse ao desprazamento cara ao infinito) e o traballo deberá facelo algunha forza externa.

P.2. Ilumínase un metal con luz monocromática dunha certa lonxitude de onda. Se o traballo de extracción é de  $4,8 \cdot 10^{-19}$  J e o potencial de freado é de 2,0 V, calcula:

- A velocidade máxima dos electróns emitidos.
- A lonxitude de onda da radiación incidente.
- Representa graficamente a enerxía cinética máxima dos electróns emitidos en función da frecuencia da luz incidente.

DATOS:  $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg;  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s<sup>-1</sup>;  $c = 3 \cdot 10^8$  m · s<sup>-1</sup>. (A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: a)  $v = 8,4 \cdot 10^5$  m/s; b)  $\lambda = 250$  nm.

### Datos

Traballo de extracción do metal

Potencial de freado

Constante de Planck

Velocidade da luz no baleiro

Carga do electrón

Masa do electrón

### Incógnitas

Velocidade máxima dos electróns emitidos

Lonxitude de onda da radiación incidente

### Ecuacións

Ecuación de Planck (enerxía do fotón)

Ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico

Relación entre a frecuencia dunha onda luminosa e a súa lonxitude de onda

Enerxía cinética

Relación entre a enerxía cinética dos electróns e o potencial de freado

### Cifras significativas: 2

$$W_e = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$V = 2,0 \text{ V}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$v$$

$$\lambda$$

$$E_f = h \cdot f$$

$$E_f = W_e + E_c$$

$$c = f \cdot \lambda$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_c = |e| \cdot V$$

### Solución:

a) A enerxía cinética máxima dos electróns emitidos calcúlase a partir do potencial de freado:

$$E_c = |e| \cdot V = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 2,0 \text{ [V]} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

A velocidade calcúlase a partir da expresión da enerxía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ [J]}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ [kg]}}} = 8,4 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

b) Calcúlase a enerxía da radiación empregando a [ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico](#):

$$E_f = W_e + E_c = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ [J]} + 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ [J]} = 8,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

A frecuencia dos fotóns incidentes calcúlase empregando a ecuación de Planck:

$$E_f = h \cdot f \Rightarrow f = \frac{E_f}{h} = \frac{8,0 \cdot 10^{-19} \text{ [J]}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ [J}\cdot\text{s]}} = 1,2 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} = 1,2 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

A lonxitude de onda dos fotóns calcúlase empregando a relación entre a frecuencia e a lonxitude de onda:

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,0 \cdot 10^8 \text{ [m/s]}}{1,2 \cdot 10^{15} \text{ [s}^{-1}\text{]}} = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 250 \text{ nm}$$

c) Calcúlase a frecuencia limiar [combinando as ecuacións de Planck e Einstein](#):

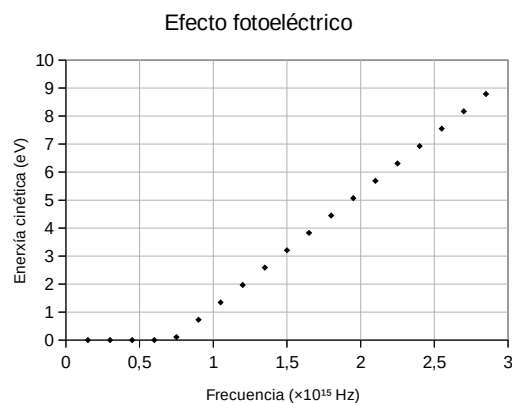
$$W_e = h \cdot f_0$$

$$f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{4,8 \cdot 10^{-19} \text{ [J]}}{6,63 \cdot 10^{-24} \text{ [J}\cdot\text{s]}} = 7,2 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

Por debaixo da frecuencia limiar non hai electróns.

Faise unha táboa con valores da frecuencia maiores ao valor da frecuencia limiar, e calcúlase a enerxía cinética dos electróns coa ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico.

A gráfica podería ser como a seguinte:



## OPCIÓN B

C.1. O  ${}_{90}^{232}\text{Th}$  desintégrose emitindo 6 partículas  $\alpha$  e 4 partículas  $\beta$ , o que dá lugar a un isótopo estable do chumbo de número atómico:

- A) 82.
- B) 78.
- C) 74.

(A.B.A.U. extr. 19)

**Solución:** A

As partículas alfa son núcleos de helio  ${}^4_2\text{He}$ , as partículas beta electróns  ${}^0_{-1}\text{e}$  e as radiacións gamma fotóns  ${}^0_0\gamma$ .  
Escribindo a reacción nuclear:



Aplicando os principios de conservación do número bariónico (ou número másico) e da carga, queda:

$$232 = 6 \cdot 4 + A \Rightarrow A = 208$$

$$90 = 6 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) + Z \Rightarrow Z = 82$$

C.2. A expresión que relaciona a enerxía mecánica dun satélite que describe unha órbita circular arredor dun planeta e a súa enerxía potencial é:

- A)  $E_m = -E_p$ .
- B)  $E_m = -\frac{1}{2} E_p$ .
- C)  $E_m = \frac{1}{2} E_p$ .

(A.B.A.U. extr. 19)

**Solución:** C

A enerxía cinética dun obxecto de masa  $m$ , que se move con velocidade  $v$ , é directamente proporcional ao cadrado da súa velocidade.

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

A enerxía potencial gravitacional dun satélite de masa  $m$ , que xira arredor dun astro de masa  $M$ , nunha órbita de radio  $r$ , é inversamente proporcional ao raio da órbita.

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$$

Onde  $G$  é a constante da gravitación universal.

A enerxía mecánica de un corpo de masa  $m$ , que se atopa en órbita de raio  $r$  arredor dun astro de masa  $M$ , é a suma das súas enerxías cinética e potencial.

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \left( -G \frac{M \cdot m}{r} \right)$$

A [velocidade dun satélite](#) que xira a unha distancia  $r$  arredor dun astro de masa  $M$  é:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Substituíndo  $v^2$ , a expresión da enerxía cinética queda:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r}$$

A expresión da enerxía mecánica queda:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - G \frac{M \cdot m}{r} = \frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r} - G \frac{M \cdot m}{r} = -\frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r}$$

A enerxía mecánica dun satélite en órbita é igual á metade da súa enerxía potencial.

$$E = \frac{1}{2} E_p$$

- C.3. Unha superficie plana separa dous medios de índices de refracción distintos  $n_1$  e  $n_2$ . Un raio de luz incide desde o medio de índice  $n_1$ . Razo a cal das afirmacións seguintes é verdadeira:
- A) O ángulo de incidencia é maior que o ángulo de reflexión.
  - B) Os ángulos de incidencia e de refracción son sempre iguais.
  - C) Se  $n_1 < n_2$  non se produce reflexión total.

(A.B.A.U. extr. 19)

**Solución:** C

Para que exista reflexión total a luz debe pasar dun medio máis denso ópticamente (con maior índice de refracción) a un menos denso.

Pola lei de Snell

$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen } \theta_2$$

O ángulo límite é o ángulo de incidencia para o que o ángulo de refracción vale  $90^\circ$ .

$$n_1 \cdot \text{sen } \lambda_1 = n_2 \cdot \text{sen } 90^\circ = n_2$$

Se  $n_2 > n_1$  entón:

$$\text{sen } \lambda_1 = n_2 / n_1 > 1$$

É imposible. O seno dun ángulo non pode ser maior que uno.

- C.4. Na práctica de óptica xeométrica traballas con lentes converxentes e obtés imaxes nunha pantalla variando a distancia entre o obxecto e a lente. Xustifica con diagramas de raios os casos nos que non obtés imaxes na pantalla.

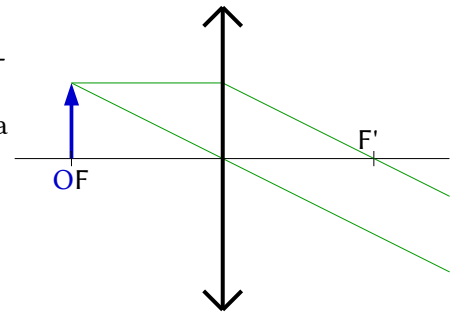
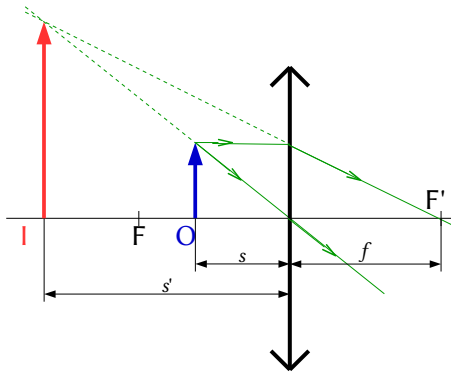
(A.B.A.U. extr. 19)

**Solución:**



Se colocamos o obxecto a unha distancia igual á distancia focal non se forma imaxe porque os raios saen paralelos despois de atravesar a lente.

Se colocamos o obxecto a unha distancia menor que a distancia focal non se forma imaxe na pantalla porque os raios non se cortan despois de atravesar a lente. Prolongando os raios obtemos un punto de corte que corresponde á imaxe virtual, que non se ve na pantalla,



P.1. Un electrón acelérase desde o repouso mediante unha diferenza de potencial de  $1,0 \cdot 10^3$  V, penetrando a continuación, perpendicularmente, nun campo magnético uniforme de 0,20 T. Calcula:

- A velocidade do electrón ao entrar no campo magnético.
- O raio da traxectoria do electrón.
- O módulo, a dirección e o sentido do campo eléctrico uniforme necesario para que o electrón non experimente desviación ao seu paso pola rexión na que existen o campo eléctrico e o magnético.

DATOS:  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$  C;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg.

(A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: a)  $v = 1,9 \cdot 10^7$  m/s; b)  $r = 5,4 \cdot 10^{-4}$  m; c)  $|E| = 3,8 \cdot 10^6$  N/C  $\perp \vec{v} \perp \vec{B}$ .

### Datos

Diferenza de potencial de aceleración  
 Valor da intensidade do campo magnético  
 Carga do electrón  
 Ángulo entre a velocidade do protón e o campo magnético  
 Masa do electrón

### Incógnitas

Velocidade do electrón  
 Radio da traxectoria circular  
 Vector campo eléctrico que anule o efecto do campo magnético

### Outros símbolos

Valor da forza magnética sobre o electrón  
 Período do movemento circular  
 Enerxía (cinética) do protón

### Ecuacións

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga,  $q$ , que se despraza polo interior dun campo magnético,  $\vec{B}$ , cunha velocidade,  $\vec{v}$

Aceleración normal (nun movemento circular de raio  $R$ )

2.ª lei de Newton da Dinámica

Velocidade nun movemento circular uniforme de raio  $R$

Traballo do campo eléctrico

Traballo da forza resultante

Enerxía cinética

Forza,  $\vec{F}_E$ , exercida por un campo electrostático,  $\vec{E}$ , sobre unha carga,  $q$

### Cifras significativas: 2

$V = 1,0 \cdot 10^3$  V  
 $B = 0,20$  T  
 $q = -1,60 \cdot 10^{-19}$  C  
 $\varphi = 90^\circ$   
 $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg

$v$

$R$   
 $\vec{E}$

$F_B$

$T$

$E_c$

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V$$

$$W = \Delta E_c$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

### Solución:

a) Para calcular a velocidade temos que ter en conta que ao acelerar o electrón cunha diferenza de potencial (supomos que desde o repouso), este adquire unha enerxía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = |q| \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_p v^2 - \frac{1}{2} m_p v_0^2$$

Se parte do repouso,  $v_0 = 0$ . A velocidade final é:

$$v = \sqrt{\frac{2|q|\cdot\Delta V}{m_p}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1,6\cdot 10^{-19} [\text{C}]\cdot 1,0\cdot 10^3 [\text{V}]}{9,1\cdot 10^{-31} [\text{kg}]}} = 1,9\cdot 10^7 \text{ m/s}$$

Análise: A velocidade é moi alta, pero non tanto que haxa que facer correccións relativistas.

b) Como só actúa a forza magnética, que é perpendicular á velocidade, o electrón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal  $a_N$ .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

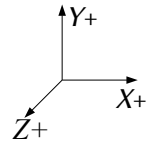
Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o raio,  $R$ :

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \sin \varphi} = \frac{9,1\cdot 10^{-31} [\text{kg}]\cdot 1,9\cdot 10^7 [\text{m/s}]}{1,6\cdot 10^{-19} [\text{C}]\cdot 0,20 [\text{T}]\cdot \sin 90^\circ} = 5,3\cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,53 \text{ mm}$$

Análise: O raio ten un valor demasiado pequeno, menos dun milímetro.



c) Se actúa unha forza eléctrica que anula a magnética,

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

O campo eléctrico debe valer, en módulo:

$$|\vec{E}| = |-(\vec{v} \times \vec{B})| = 1,9\cdot 10^7 [\text{m/s}] \cdot 0,20 [\text{T}] \cdot \sin 90^\circ = 3,8\cdot 10^6 \text{ N/C}$$

A dirección ten que ser a do produto  $(\vec{v} \times \vec{B})$ , perpendicular ao vector velocidade e perpendicular ao vector campo magnético.

O sentido ten que ser oposto ao da forza magnética. Poñamos o caso de que a velocidade é paralela ao eixe  $Y$  en sentido negativo e o campo magnético é paralelo ao eixe  $Z$  en sentido negativo, a forza magnética estará na dirección do eixe  $X$  en sentido negativo:

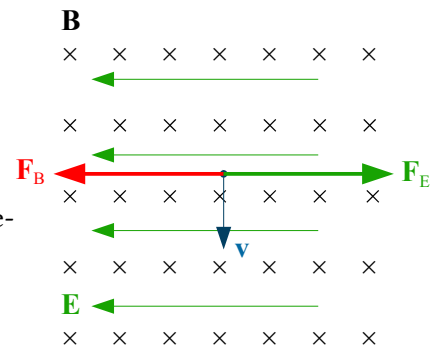
$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B}) = -q v B (-\vec{j} \times -\vec{k}) = -q v B \vec{i}$$

A forza eléctrica deberá estar na mesma dirección pero en sentido contrario.

$$\vec{F}_E = -\vec{F}_B = q v B \vec{i}$$

Pero como a carga do electrón é negativa, o campo eléctrico deberá ser de sentido oposto ao da forza

$$\vec{E} = \vec{F}_E / (-q) = -v B \vec{i}$$



P.2. Nunha corda propágase unha onda dada pola ecuación  $y(x, t) = 0,04 \sin 2\pi(2x - 4t)$ , onde as lonxitudes exprésanse en metros e o tempo en segundos. Calcula:

- A frecuencia, o número de onda, a lonxitude de onda e a velocidade de propagación da onda.
- A diferenza de fase, nun instante determinado, entre dous puntos da corda separados 1 m e comproba se devanditos puntos están en fase ou en oposición.
- Os módulos da velocidade e aceleración máximas de vibración dos puntos da corda.

(A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: a)  $f = 4 \text{ Hz}$ ;  $k = 12,5 \text{ m}^{-1}$ ;  $\lambda = 0,5 \text{ m}$ ;  $v_p = 2 \text{ m/s}$ ; b)  $\Delta\varphi = 4\pi \text{ rad}$ ; c)  $v = 1,01 \text{ m/s}$ ;  $a = 25,3 \text{ m/s}^2$ .

### Datos

Ecuación da onda  
Distancia entre os puntos

### Incógnitas

Velocidade de propagación  
Diferenza de fase entre dous puntos separados 1 m

### Outros símbolos

Pulsación (frecuencia angular)

### Cifras significativas: 3

$y = 0,0400 \sin 2\pi(2,00x - 4,00t)$  [m]  
 $\Delta x = 1,00 \text{ m}$

$v_p$

$\Delta\varphi$

$\omega$

**Datos**

Frecuencia  
 Lonxitude de onda  
 Número de onda

**Cifras significativas: 3**

$f$   
 $\lambda$   
 $k$

**Ecuacións**

Ecuación dunha onda harmónica unidimensional  
 Número de onda  
 Relación entre a frecuencia angular e a frecuencia  
 Relación entre a lonxitude de onda e a velocidade de propagación

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

**Solución:**

a) Obtéñense a frecuencia angular e o número de onda comparando a ecuación dunha onda harmónica unidimensional coa ecuación do problema:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0,0400 \text{ sen } 2\pi (2,00 x - 4,00 t) = 0,0400 \cdot \text{sen}(-8,00 \cdot \pi \cdot t + 4,00 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular:  $\omega = 8,00 \cdot \pi \text{ [rad/s]} = 25,1 \text{ rad/s}$   
 Número de onda:  $k = 4,00 \cdot \pi \text{ [rad/m]} = 12,6 \text{ rad/m}$   
 Calcúlase a frecuencia a partir da frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8,00 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}]}{2\pi \text{ [rad]}} = 4,00 \text{ s}^{-1} = 4,00 \text{ Hz}$$

Calcúlase a lonxitude de onda a partir do número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \text{ [rad]}}{4,00 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{m}^{-1}]} = 0,500 \text{ m}$$

Calcúlase a velocidade de propagación da onda a partir da lonxitude de onda e da frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0,500 \text{ [m]} \cdot 4,00 \text{ [s}^{-1}] = 2,00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) Nun instante  $t$ , a diferenza de fase entre dous puntos situados en  $x_1$  e  $x_2$  é:

$$\Delta\varphi = [2\pi(-4,00 \cdot t + 2,00 \cdot x_2)] - [4\pi(2\pi(-4,00 \cdot t + 2,00 \cdot x_1))] = 2\pi \cdot 2,00 \cdot (x_1 - x_2) = 2\pi \cdot 2,00 \cdot \Delta x$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot 2,00 \cdot 1,00 = 4,00 \pi \text{ rad}$$

*Análise: A distancia entre os puntos é 1,00 m que é o dobre da lonxitude de onda. Como os puntos que están en fase ou cuxa diferenza de fase é múltiplo de  $2\pi$  atópanse a unha distancia que é múltiplo da lonxitude de onda, unha distancia de dúas veces a lonxitude de onda corresponde a unha diferenza de fase dobre de  $2\pi$ , ou sexa,  $4\pi$  rad.*

Os dous puntos atópanse en fase.

c) A velocidade obtense derivando a ecuación de movemento con respecto ao tempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d\{0,0400 \text{ sen } 2\pi(2,00 \cdot x - 4,00 \cdot t)\}}{dt} = 0,040 \cdot 2\pi \cdot (-4,00) \cdot \cos(2\pi(2,00 \cdot x - 4,00 \cdot t)) \text{ [m/s]}$$

$$v = -1,01 \cos 2\pi(2,00 x - 4,00 t) \text{ [m/s]}$$

A velocidade é máxima cando  $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 1,01 \text{ m/s}$$

A aceleración obtense derivando a velocidade con respecto ao tempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\{-1,01 \cos 2\pi(2,00 \cdot x - 4,00 \cdot t)\}}{dt} = -1,01 \cdot 2\pi \cdot (-4,00) \cdot \text{sen}(2\pi(2,00 \cdot x - 4,00 \cdot t)) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$a = 25,3 \cdot \text{sen}(-3,00 \cdot t + 2,00 \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

A aceleración é máxima cando  $\text{sen}(\varphi) = 1$

$$a_m = 25,3 \text{ m/s}^2$$

Cuestións e problemas das [Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade](#) (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.

[Respostas](#) e composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Alguns cálculos fixéronse cunha [folla de cálculo](#) de [LibreOffice](#) do mesmo autor.

Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de [traducindote](#), e de o [tradutor da CIXUG](#).

Procurouse seguir as [recomendacións](#) do Centro Español de Metrología (CEM).

Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Actualizado: 16/07/24