Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade

Código: 23

SETEMBRO 2017

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestións 4 puntos (1 cada cuestión, teórica ou práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
Non se valorará a simple anotación dun ítem como solución ás cuestións; han de ser razoadas.
Pódese usar calculadora sempre que non sexa programable nin memorice texto. O alumno elixirá unha das dúas opcións.

OPCIÓN A

C.1. A masa dun planeta é o dobre que a da Terra e o seu radio é a metade do terrestre. Sabendo que a intensidade do campo gravitacional na superficie terrestre é *g*, a intensidade do campo gravitacional na superficie do planeta será: A) 4 *g*. B) 8 *g*. C) 2 *g*.

C.2. A orientación que debe ter a superficie dunha espira nun campo magnético uniforme para que o fluxo magnético sexa nulo é: A) Paralela ao campo magnético. B) Perpendicular ao campo magnético. C) Formando un ángulo de 45° co campo magnético.

C.3. O efecto fotoeléctrico prodúcese se: A) A intensidade da radiación incidente é moi grande. B) A lonxitude de onda da radiación é grande. C) A frecuencia da radiación é superior á frecuencia limiar.

C.4. Medíronse no laboratorio os seguintes valores para as distancias obxecto e imaxe dunha lente converxente:
Determina o valor da potencia da lente e estima a súa incerteza.

s (cm)	50	60	70	90
s′ (cm)	200	125	95	70

P.1. Dada unha esfera maciza condutora de 30 cm de raio e carga q = +4,3 μC, calcula o campo eléctrico e o potencial nos seguintes puntos: a) A 20 cm do centro da esfera. b) A 50 cm do centro da esfera. c) Fai unha representación gráfica do campo eléctrico e do potencial en función da distancia ao centro da esfera.
Dato: $K = 9\cdot10^{9}$ N·m²·C⁻².

P.2. A ecuación dunha onda transversal que se propaga nunha corda é $y(x, t) = 10 \text{ sen } \pi(x - 0{,}2\, t)$, onde as lonxitudes se expresan en metros e o tempo en segundos. Calcula: a) A amplitude, lonxitude de onda e frecuencia da onda. b) A velocidade de propagación da onda e indica en que sentido se propaga. c) Os valores máximos da velocidade e aceleración das partículas da corda.

OPCIÓN B

C.1. Por un condutor rectilíneo moi longo circula unha corrente de 1 A. O campo magnético que se orixina nas súas proximidades faise máis intenso canto: A) Máis groso sexa o condutor. B) Maior sexa a súa lonxitude. C) Máis preto do condutor estea o punto onde se determina.

C.2. Un movemento ondulatorio transporta: A) Materia. B) Enerxía. C) Depende do tipo de onda.

C.3. Cando a luz pasa dun medio a outro de distinto índice de refracción, o ángulo de refracción é: A) Sempre maior que o de incidencia. B) Sempre menor que o de incidencia. C) Depende dos valores dos índices de refracción. Xustifica a resposta facendo un esquema da marcha dos raios.

C.4. Explica como se pode determinar a aceleración da gravidade utilizando un péndulo simple e indica o tipo de precaucións que debes tomar á hora de realizar a experiencia.

P.1. Un satélite GPS describe órbitas circulares arredor da Terra, dando dúas voltas á Terra cada 24 h. Calcula: a) A altura da súa órbita sobre a superficie terrestre. b) A enerxía mecánica. c) O tempo que tardaría en dar unha volta á Terra se o facemos orbitar a unha altura dobre.
Datos: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻²; $M_T = 5{,}98\cdot10^{24}$ kg; $R_T = 6{,}37\cdot10^{6}$ m; masa do satélite = 150 kg.

P.2. En 2012 atopouse no Sahara un meteorito que contiña restos de U-238. Sabemos que no momento da súa formación había unha concentración de $5{,}00\cdot10^{12}$ átomos de U-238 por cm³, mentres que na actualidade a concentración medida é de $2{,}50\cdot10^{12}$ átomos de U-238 por cm³. Se o tempo de semidesintegración deste isótopo é de $4{,}51\cdot10^{9}$ anos, determina: a) A constante de desintegración do U-238. b) A idade do meteorito. c) Sabendo que o gas radon resulta da desintegración do U-238, completa a seguinte serie radioactiva coas correspondentes partículas ata chegar ao gas radon:
$^{238}_{92}\text{U} + \ldots \longrightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + \ldots \longrightarrow {}^{234}_{91}\text{Pa} + \ldots \longrightarrow {}^{234}_{92}\text{U} + \ldots \longrightarrow {}^{230}_{90}\text{Th} + \ldots \longrightarrow {}^{226}_{88}\text{Ra} + \ldots \longrightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn}.$

Solucións

OPCIÓN A

C.1. A masa dun planeta é o dobre que a da Terra e o seu radio é a metade do terrestre. Sabendo que a intensidade do campo gravitacional na superficie terrestre é g, a intensidade do campo gravitacional na superficie do planeta será:
A) 4 g.
B) 8 g.
C) 2 g.

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución: B

A forza gravitacional, $\overline{\boldsymbol{F}}_G$, que exerce un obxecto de masa M, sobre outro obxecto de masa m que se atopa a unha distancia r, réxese pola lei de Newton da gravitación universal:

$$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

Nesta expresión, G é a constante da gravitación universal, e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$, o vector unitario na dirección da liña que une os dous obxectos.
A intensidade do campo gravitacional é a forza sobre a unidade de masa:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_G}{m} = \frac{-G \frac{M \cancel{m}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{m}} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r$$

O valor da intensidade, g, do campo gravitacional producido por un planeta de masa M e raio R, nun punto da súa superficie, é directamente proporcional á masa do planeta e inversamente proporcional ao cadrado do seu raio. En módulos:

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

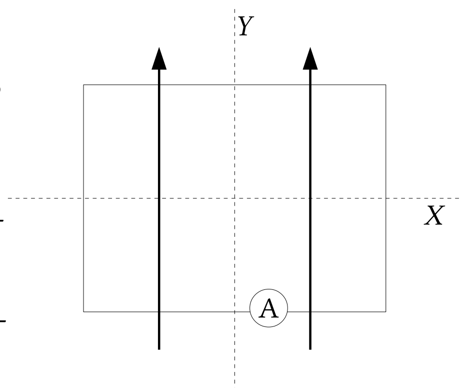
Se a masa dun planeta P é o dobre da masa da Terra e o seu raio é a metade que o da Terra, a aceleración, g, da gravidade na súa superficie será a oito veces maior ca gravidade na Terra.

$$g_P = G \frac{M_P}{R_P^2} = G \frac{2 \cdot M_T}{(R_T/2)^2} = \frac{2}{(1/4)} G \frac{M_T}{R_T^2} = 8\, g_T$$

C.2. A orientación que debe ter a superficie dunha espira nun campo magnético uniforme para que o fluxo magnético sexa nulo é:
A) Paralela ao campo magnético.
B) Perpendicular ao campo magnético.
C) Formando un ángulo de 45° co campo magnético.

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución: A



O fluxo magnético é o produto escalar do vector $\overline{\boldsymbol{B}}$, campo magnético polo vector $\overline{\boldsymbol{S}}$, perpendicular á superficie delimitada pola espira.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

As liñas de campo non atravesan a superficie da espira, dando un fluxo magnético 0, cando o vector $\overline{\boldsymbol{B}}$, campo magnético, é perpendicular ao vector $\overline{\boldsymbol{S}}$, superficie. Como o vector superficie é perpendicular á superficie, o fluxo é nulo cando a superficie é paralela ao campo magnético.

C.3. O efecto fotoeléctrico prodúcese se:
A) A intensidade da radiación incidente é moi grande.
B) A lonxitude de onda da radiación é grande.
C) A frecuencia da radiación é superior á frecuencia limiar.

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución: C

Cando a luz interactúa co metal da célula fotoeléctrica faino coma se fose un chorro de partículas chamadas fotóns (paquetes de enerxía).
Cada fotón choca cun electrón e transmítelle toda a súa enerxía.
Para que se produza efecto fotoeléctrico, os electróns emitidos deben ter enerxía suficiente para chegar ao anticátodo, o que ocorre cando a enerxía do fotón é maior que o traballo de extracción, que é unha característica do metal.
A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_{\text{f}} = W_e + E_{\text{c}}$$

Na ecuación, E_{f} representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_{c} a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_{\text{f}} = h \cdot f$$

h é a constante de Planck e ten un valor moi pequeno: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

As outras opcións:
A. Falsa. Se a intensidade da luz é moi grande haberá un gran número de fotóns. Pero se cada un deles non ten enerxía suficiente, non se producirá efecto fotoeléctrico.
B. Falsa. A lonxitude de onda é inversamente proporcional á frecuencia. A maior lonxitude de onda, menor frecuencia e, por tanto, menor enerxía dos fotóns. Con menos enerxía é menos probable que se supere o traballo de extracción.

C.4. Medíronse no laboratorio os seguintes valores para as distancias obxecto e imaxe dunha lente converxente:

s (cm)	50	60	70	90
s' (cm)	200	125	95	70

Determina o valor da potencia da lente e estima a súa incerteza.

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución:

Substitúense os valores de s e s' na ecuación das lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Calcúlase o inverso da distancia focal (potencia) e o valor da distancia focal para cada par de datos.

s (cm)	s' (cm)		s (m)	s' (m)		$1/s$ (m⁻¹)	$1/s'$ (m⁻¹)		$1/f$ (m⁻¹)	f (m)
−50	200		−0,50	2,00		−2,00	0,50		2,50	0,40
−60	125		−0,60	1,25		−1,67	0,80		2,47	0,41
−70	95		−0,70	0,95		−1,43	1,05		2,48	0,40
−90	70		−0,90	0,70		−1,11	1,43		2,54	0,39

Calcúlase o valor medio da potencia:

$$\overline{P} = (2{,}50 + 2{,}47 + 2{,}48 + 2{,}54) / 4 = 2{,}497 \text{ m}^{-1} = 2{,}50 \text{ dioptrías.}$$

Como os datos só teñen 2 cifras significativas estímase a incerteza para que o resultado teña o mesmo número de cifras significativas.
A potencia da lente sería:

$\overline{P} = (2{,}5 \pm 0{,}1)$ dioptrías.

P.1. Dada unha esfera maciza condutora de 30 cm de raio e carga q = +4,3 μC, calcula o campo eléctrico e o potencial nos seguintes puntos:
a) A 20 cm do centro da esfera.
b) A 50 cm do centro da esfera.
c) Fai unha representación gráfica do campo eléctrico e do potencial en función da distancia ao centro da esfera.
Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. extr. 17)*
Rta.: a) $|\overline{\boldsymbol{E}}_1| = 0$; $V_1 = 1{,}29 \cdot 10^5$ V; b) $|\overline{\boldsymbol{E}}_2| = 1{,}55 \cdot 10^5$ N/C; $V_2 = 7{,}74 \cdot 10^4$ V.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Carga da esfera	$Q = 4{,}30\ \mu\text{C} = 4{,}30 \cdot 10^{-3}$ C
Raio da esfera	$R = 30{,}0$ cm $= 0{,}300$ m
Distancias ao centro da esfera: punto interior	$r_1 = 20{,}0$ cm $= 0{,}200$ m
punto exterior	$r_2 = 50{,}0$ cm $= 0{,}500$ m
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Intensidade do campo eléctrico nos puntos 1 e 2	$\overline{\boldsymbol{E}}_1, \overline{\boldsymbol{E}}_2$
Potencial eléctrico nos puntos 1 e 2	V_1, V_2
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}} = K \dfrac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V = K \dfrac{Q}{r}$

Solución:

a) O campo no punto 1, a 20 cm do centro da esfera, é nulo porque o condutor atópase en equilibrio e todas as cargas atópanse na superficie da esfera.
O potencial eléctrico no punto 1 vale o mesmo que na superficie da esfera, que vale o mesmo que o creado por unha carga puntual, Q, situada no centro da esfera:
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.

$$V_1 = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{4{,}30 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}300\ [\text{m}])} = 1{,}29 \cdot 10^5\ \text{V}$$

b) O módulo do campo no punto 2 a 50 cm do centro da esfera é o mesmo que se a carga fose puntual.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{\boldsymbol{F}}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

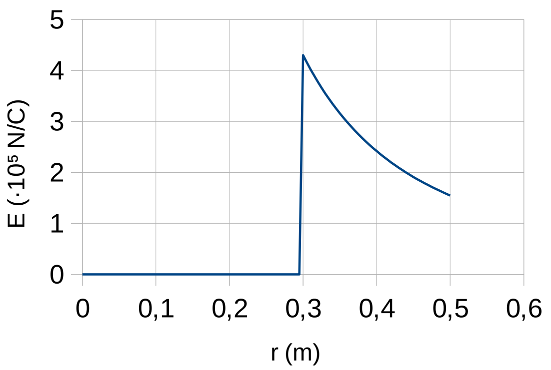
$$\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}_E}{q} = \frac{K \dfrac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

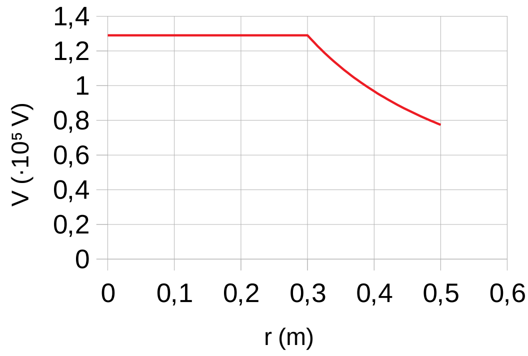
$$|\vec{\boldsymbol{E}}_2| = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{4{,}30 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}500\ [\text{m}])^2} = 1{,}55 \cdot 10^5\ \text{N/C}$$

O potencial eléctrico no punto 2 vale o mesmo que se a carga fose puntual.

$$V_2 = 9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{4{,}30\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}500\ [\mathrm{m}])} = 7{,}74\cdot 10^4\ \mathrm{V}$$

c) A gráfica da esquerda representa a variación do valor do campo eléctrico coa distancia ao centro da esfera. O campo vale cero para distancias inferiores ao raio da esfera, é máxima para o raio, e diminúe de forma inversamente proporcional ao cadrado da distancia para valores maiores.
A gráfica da dereita representa a variación do potencial eléctrico coa distancia ao centro da esfera. O potencial é constante para distancias inferiores ou iguais ao raio da esfera, e diminúe de forma inversamente proporcional á distancia para valores maiores.





P.2. A ecuación dunha onda transversal que se propaga nunha corda é $y(x, t) = 10$ sen $\pi(x - 0{,}2\ t)$, onde as lonxitudes se expresan en metros e o tempo en segundos. Calcula:
a) A amplitude, lonxitude de onda e frecuencia da onda.
b) A velocidade de propagación da onda e indica en que sentido se propaga.
c) Os valores máximos da velocidade e aceleración das partículas da corda.

(A.B.A.U. extr. 17)

Rta.: a) $A = 10$ m; $\lambda = 2{,}00$ m; $f = 0{,}100$ Hz; b) $v = 0{,}200$ m/s; sentido $+X$;
c) $v_m = 6{,}28$ m/s; $a_m = 3{,}95$ m/s^2

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ecuación da onda	$y = 10{,}0 \cdot \text{sen}\ \pi(x - 0{,}200 \cdot t)$ [m]
Incógnitas	
Amplitude	A
Lonxitude de onda	λ
Frecuencia	f
Velocidade de propagación	v_p
Velocidade máxima	v_m
Aceleración máxima	a_m
Outros símbolos	
Posición do punto (distancia ao foco)	x
Ecuacións	
Ecuación dunha onda harmónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\ \pi / \lambda$
Relación entre a frecuencia angular e a frecuencia	$\omega = 2\ \pi \cdot f$
Relación entre a lonxitude de onda e a velocidade de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Obtéñense a amplitude, a frecuencia angular e o número de onda comparando a ecuación dunha onda harmónica unidimensional coa ecuación do problema:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 10{,}0 \cdot \text{sen}\ \pi(x - 0{,}200 \cdot t)\ [\text{m}]$$

Amplitude: $A = 10{,}0$ m

Frecuencia angular: ω = 0,200 π = 0,628 rad·s⁻¹
Número de onda: $k = \pi$ = 3,14 rad·m⁻¹
Calcúlase a lonxitude de onda a partir do número de onda:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}{3{,}14\ [\text{rad}\cdot\text{m}^{-1}]}=2{,}00\ \text{m}$$

Calcúlase a frecuencia a partir da frecuencia angular:

$$\omega=2\pi\cdot f \Rightarrow f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{0{,}628\ [\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}]}{2\cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}=0{,}100\ \text{s}^{-1}=0{,}100\ \text{Hz}$$

b) Calcúlase a velocidade de propagación da onda a partir da lonxitude de onda e da frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 2{,}00\ [\text{m}] \cdot 0{,}100\ [\text{s}^{-1}] = 0{,}200\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

O signo oposto dos termos en x e t indica que a onda propágase en sentido positivo do eixe X.

c) A velocidade obtense derivando a ecuación de movemento con respecto ao tempo:

$$v=\frac{\text{d}y}{\text{d}t}=\frac{\text{d}\{10{,}0\cdot \text{sen}\,\pi(x-0{,}200\cdot t)\}}{\text{d}t}=10{,}0\cdot\pi\cdot(-0{,}200)\cdot\cos\pi(x-0{,}200\cdot t)\ [\text{m/s}]$$

$$v = -2{,}00 \cdot \pi \cdot \cos \pi(x - 0{,}200 \cdot t) = -6{,}28 \cdot \cos \pi(x - 0{,}200 \cdot t)\ [\text{m/s}]$$

A velocidade é máxima cando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 6{,}28\ \text{m/s}$$

A aceleración obtense derivando a velocidade con respecto ao tempo:

$$a=\frac{\text{d}v}{\text{d}t}=\frac{\text{d}\{-2{,}00\cdot\pi\cdot\cos\pi(x-0{,}200\cdot t)\}}{\text{d}t}=-2{,}00\cdot\pi\cdot\pi\cdot(-0{,}200)\cdot(-\text{sen}\,\pi(x-0{,}200\cdot t))\ [\text{m/s}^2]$$

$$a = -0{,}400 \cdot \pi^2 \cdot \text{sen}\,\pi(x - 0{,}200 \cdot t) = -\ 3{,}95 \cdot \text{sen}\,\pi(x - 0{,}200 \cdot t)\ [\text{m/s}^2]$$

A aceleración é máxima cando $\text{sen}(\varphi) = -1$

$$a_m = 3{,}95\ \text{m/s}^2$$

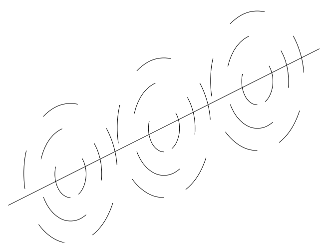
OPCIÓN B

C.1. Por un condutor rectilíneo moi longo circula unha corrente de 1 A. O campo magnético que se orixina nas súas proximidades faise máis intenso canto:
A) Máis groso sexa o condutor.
B) Maior sexa a súa lonxitude.
C) Máis preto do condutor estea o punto onde se determina.

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución: C

A dirección do campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, creado por unha intensidade, I, de corrente que circula por un condutor rectilíneo indefinido é circular arredor do fío e o seu valor nun punto a unha distancia, r, do fío vén dada pola lei de Biot-Savart:



$$B=\frac{\mu_0\cdot I}{2\pi\cdot r}$$

O sentido do campo magnético vén dado pola regra da man dereita (o sentido do campo magnético é o do peche da man dereita cando o polgar apunta no sentido da corrente eléctrica).

Como se ve na expresión, canto menor sexa a distancia, r, do punto ao fío, maior será a intensidade do campo magnético.

C.2. Un movemento ondulatorio transporta:
A) Materia.
B) Enerxía.
C) Depende do tipo de onda.

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución: B

Unha onda é unha forma de transporte de enerxía sen desprazamento neto de materia.
Nunha onda material, as partículas do medio oscilan arredor do punto de equilibrio. É a enerxía a que se vai desprazando dunha partícula á seguinte.
Nas ondas electromagnéticas o que se despraza é un campo magnético perpendicular a un campo eléctrico.

C.3. Cando a luz pasa dun medio a outro de distinto índice de refracción, o ángulo de refracción é:
A) Sempre maior que o de incidencia.
B) Sempre menor que o de incidencia.
C) Depende dos valores dos índices de refracción. Xustifica a resposta facendo un esquema da marcha dos raios.

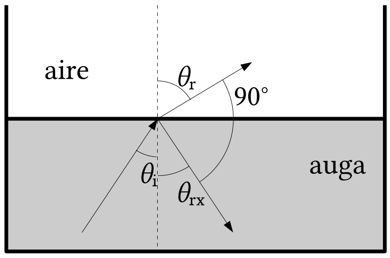
(A.B.A.U. extr. 17)

Solución: B

Cando a luz pasa dun medio máis denso opticamente (con maior índice de refracción) a outro menos denso (por exemplo da auga ao aire) o raio refractado afástase da normal. Pola segunda lei de Snell da refracción:

$$n_i \cdot \text{sen } \theta_i = n_r \cdot \text{sen } \theta_r$$

Se $n_i > n_r$, entón sen θ_r > sen θ_i, e $\theta_r > \theta_i$



C.4. Explica como se pode determinar a aceleración da gravidade utilizando un péndulo simple e indica o tipo de precaucións que debes tomar á hora de realizar a experiencia.

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución:

Cólgase unha esfera maciza dun fío duns 2,00 m, facendo pasar o outro extremo por unha pinza no extremo dun brazo horizontal, suxeito a unha vareta vertical encaixada nunha base plana.
Axústase a lonxitude do fío a un 60 cm e mídese a súa lonxitude desde o punto de suspensión ata o centro da esfera. Apártase lixeiramente da posición de equilibrio e sóltase. Compróbase que oscila nun plano e a partir da 2ª ou 3ª oscilación mídese o tempo de 10 oscilacións. Calcúlase o período dividindo o tempo entre 10. Repítese a experiencia para comprobar que o tempo é practicamente o mesmo. Áchase o valor medio do período.
Axústase sucesivamente a lonxitude a 80, 100, 120, 150, 180 e 200 cm e repítese a experiencia para cada unha delas.
Unha vez obtidos os valores dos períodos T para cada lonxitude L do péndulo, pódese usar a ecuación do período do péndulo simple para calcular g, a aceleración da gravidade.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Dos valores obtidos (que deben ser moi parecidos) áchase o valor medio.

A amplitude das oscilacións debe ser pequena. En teoría unha aproximación aceptable é que sexan menores de 15º. Como non usamos un transportador de ángulos, separaremos o menos posible o fío da vertical, espe-

cialmente cando a lonxitude do péndulo sexa pequena.
Adóitanse medir 10 ou 20 oscilacións para aumentar a precisión do período, e diminuír o erro relativo que daría a medida dunha soa oscilación.
Un número demasiado grande de oscilacións pode dar lugar a que cometamos erros ao contalas.

P.1. Un satélite GPS describe órbitas circulares arredor da Terra, dando dúas voltas á Terra cada 24 h. Calcula:
a) A altura da súa órbita sobre a superficie terrestre.
b) A enerxía mecánica.
c) O tempo que tardaría en dar unha volta á Terra se o facemos orbitar a unha altura dobre.
Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²; $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6{,}37 \cdot 10^{6}$ m; masa do satélite = 150 kg.
(A.B.A.U. extr. 17)

Rta.: a) $h = 2{,}03 \cdot 10^{7}$ m; b) $E = -1{,}12 \cdot 10^{9}$ J; c) $T_c = 28$ h.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Frecuencia da órbita	$f = 2$ voltas/24 h
Raio da Terra	$R = 6{,}37 \cdot 10^{6}$ m
Masa do satélite	$m = 150$ kg
Masa da Terra	$M = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg
Constante da gravitación universal	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Incógnitas	
Altura da órbita	h
Enerxía mecánica	E
O período, se a altura fose o dobre	T_c
Outros símbolos	
Raio da órbita orixinal	r
Valor da velocidade do satélite na órbita orixinal	v
Novo raio da órbita	r_c
Ecuacións	
Lei de Newton da gravitación universal (forza que exerce un planeta esférico sobre un corpo puntual)	$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$
Velocidade lineal nun movemento circular uniforme de raio r e período T	$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
Aceleración normal dun obxecto que se move cunha velocidade lineal, v, nunha traxectoria circular de radio r	$a_N = \frac{v^2}{r}$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Enerxía potencial gravitacional (referida ao infinito)	$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$
Enerxía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

A forza gravitacional, $\vec{F}_G$, que exerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que xira arredor del nunha órbita de radio r, é unha forza central, está dirixida cara ao astro, e réxese pola lei de Newton da gravitación universal:

$$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

Nesta expresión, G é a constante da gravitación universal, e $\vec{u}_r$, o vector unitario na dirección da liña que une o astro co satélite. En módulos:

$$F_G = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

En moitos casos a traxectoria do satélite é practicamente circular arredor do centro do astro. Como a forza gravitacional é unha forza central, a aceleración só ten compoñente normal, a_N. Ao non ter aceleración tanxencial, o módulo, v, da velocidade lineal é constante e o movemento é circular uniforme.
A aceleración normal, nun movemento circular uniforme de raio r, obtense da expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como a forza gravitacional que exerce o astro sobre o satélite é moito maior que calquera outra, pódese considerar que é a única forza que actúa.

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_G$$

A 2.ª lei de Newton di que a forza resultante sobre un obxecto produce unha aceleración directamente proporcional á forza, sendo a súa masa, m, a constante de proporcionalidade.

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

Expresada para os módulos, queda:

$$\left|\sum \vec{\boldsymbol{F}}\right| = m \cdot |\vec{\boldsymbol{a}}|$$

$$F_G = m \cdot a_N$$

Substituíndo a expresión do módulo, F_G, da forza gravitacional, e a da aceleración normal, queda:

$$G\frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despexando a velocidade orbital do satélite, queda:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

A velocidade nun movemento circular uniforme de raio r e período T é:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

Igualando esta expresión coa anterior e elevando ao cadrado queda:

$$\left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2 = \frac{G \cdot M}{r}$$

Agrupando termos:

$$4\pi^2 \cdot r^3 = G \cdot M \cdot T^2$$

a) Despéxase o raio da órbita, r, e substitúense valores:

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

A frecuencia é a inversa do período. O período orbital calcúlase a partir da frecuencia:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{24\ \text{h}}{2} = 12\ \text{h} = 4{,}32 \cdot 10^4\ \text{s}$$

Calcúlase o raio da órbita:

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\ [\text{kg}](4{,}32 \cdot 10^4\ [\text{s}])^2}{4 \cdot 3{,}14^2}} = 2{,}66 \cdot 10^7\ \text{m}$$

Calcúlase a altura restando o raio da Terra ao raio da órbita:

$$h = r - R = 2{,}66 \cdot 10^7 - 6{,}37 \cdot 10^6 = 2{,}02 \cdot 10^7\ \text{m}$$

Análise: Aínda que non se pode prever un valor, a altura obtida é positiva.

b) Calcúlase a enerxía potencial:

$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r} = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\ [\text{kg}] \cdot 150\ [\text{kg}]}{2{,}66 \cdot 10^7\ [\text{m}]} = -2{,}25 \cdot 10^9\ \text{J}$$

Calcúlase a enerxía cinética, substituíndo v^2 por $G\,M / r$:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r} = 1{,}12 \cdot 10^9 \text{ J}$$

A enerxía cinética é a metade e de signo contrario que a enerxía potencial.
A enerxía (mecánica) total é a suma das enerxías cinética e potencial, e vale o mesmo que a enerxía cinética, pero é negativa.

$$E = E_c + E_p = 1{,}12 \cdot 10^9 \text{ [J]} - 2{,}25 \cdot 10^9 \text{ [J]} = -1{,}12 \cdot 10^9 \text{ J}$$

c) Se a altura fose o dobre, o novo raio da órbita valería:

$$r_c = R + 2\ h = 6{,}37 \cdot 10^6 + 2 \cdot 2{,}0 \cdot 10^7 = 4{,}7 \cdot 10^7 \text{ m}$$

A velocidade do satélite valería:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ [N·m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24} \text{ [kg]}}{4{,}7 \cdot 10^7 \text{ [m]}}} = 2{,}9 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 2{,}9 \text{ km/s}$$

O período calcúlase a partir da expresión da velocidade lineal no movemento circular uniforme:

$$v = \frac{2 \pi \cdot R}{T} \Rightarrow T = \frac{2 \pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 4{,}7 \cdot 10^7 \text{ [m]}}{2{,}9 \cdot 10^3 \text{ [m/s]}} = 1{,}0 \cdot 10^5 \text{ s} = 28 \text{ h}$$

Análise: O período dun satélite aumenta coa altura. O valor obtido é maior que o da altura inicial.

P.2. En 2012 atopouse no Sahara un meteorito que contiña restos de U-238. Sabemos que no momento da súa formación había unha concentración de $5{,}00 \cdot 10^{12}$ átomos de U-238 por cm³, mentres que na actualidade a concentración medida é de $2{,}50 \cdot 10^{12}$ átomos de U-238 por cm³. Se o tempo de semidesintegración deste isótopo é de $4{,}51 \cdot 10^9$ anos, determina:

a) A constante de desintegración do U-238.
b) A idade do meteorito.
c) Sabendo que o gas radon resulta da desintegración do U-238, completa a seguinte serie radioactiva coas correspondentes partículas ata chegar ao gas radon:
$^{238}_{92}\text{U} + \ldots \longrightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + \ldots \longrightarrow {}^{234}_{91}\text{Pa} + \ldots \longrightarrow {}^{234}_{92}\text{U} + \ldots \longrightarrow {}^{230}_{90}\text{Th} + \ldots \longrightarrow {}^{226}_{88}\text{Ra} + \ldots \longrightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn}$.

(A.B.A.U. extr. 17)

Rta.: a) $\lambda = 4{,}87 \cdot 10^{-18}$ s⁻¹; b) $t = 4{,}51 \cdot 10^9$ anos; c) $^{238}_{92}\text{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{234}_{90}\text{Th} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{91}\text{Pa} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{92}\text{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{230}_{90}\text{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{226}_{88}\text{Ra} \xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}\text{Rn}$

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 4{,}51 \cdot 10^9$ anos $= 1{,}42 \cdot 10^{17}$ s
Átomos iniciais	$N_0 = 5{,}00 \cdot 10^{12}$ átomos/cm³
Átomos actuais	$N = 2{,}50 \cdot 10^{12}$ átomos/cm³
Incógnitas	
Constante de desintegración radioactiva	λ
Idade do meteorito	t
Ecuacións	
Lei da desintegración radioactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Relación do período de semidesintegración coa constante de desintegración	$T_{½} \cdot \lambda = \ln 2$
Actividade radioactiva	$A = -\mathrm{d}\, N / \mathrm{d}\, t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Dedúcese a relación entre o período de semidesintegración e a constante de desintegración:
O período de semidesintegración dunha substancia radioactiva é o tempo que transcorre ata que só queda a metade da mostra orixinal. Cando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poñendo na ecuación logarítmica: (2 N) en lugar de N_0, e $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2\ N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Calcúlase o período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 4{,}51 \cdot 10^9 \text{ [anos]} \frac{365{,}25 \text{ [días]}}{1 \text{ [ano]}} \frac{24{,}0 \text{ [h]}}{1 \text{ [día]}} \frac{3600 \text{ [s]}}{1 \text{ [h]}} = 1{,}42 \cdot 10^{17} \text{ s}$$

Calcúlase a constante radioactiva a partir do período de semidesintegración:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{1,42 \cdot 10^{17}\ [\mathrm{s}]} = 4,87 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{s}^{-1}$$

b) Calcúlase o tempo na ecuación da lei de desintegración radioactiva en forma logarítmica.

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

$$t = \frac{\ln(N_0 / N)}{\lambda} = \frac{\ln(5,00 \cdot 10^{12} / 2,50 \cdot 10^{12})}{4,87 \cdot 10^{-18}\ [\mathrm{s}^{-1}]} = 1,42 \cdot 10^{17}\ \mathrm{s} = 4,51 \cdot 10^{9}\ \text{anos}$$

Análise: Posto que nese tempo a mostra reduciuse á metade, transcorreu 1 *período de semidesintegración que son* $4,51 \cdot 10^9$ *anos.*

c) Os procesos de emisión de partículas son

$${}^{238}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

$${}^{234}_{90}\mathrm{Th} \longrightarrow {}^{234}_{91}\mathrm{Pa} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

$${}^{234}_{91}\mathrm{Pa} \longrightarrow {}^{234}_{92}\mathrm{U} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

$${}^{234}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{230}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

$${}^{230}_{90}\mathrm{Th} \longrightarrow {}^{226}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

$${}^{226}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

Estas ecuacións cumpren as leis de conservación do número bariónico (ou número másico) e da carga eléctrica nos procesos nucleares.
Sabendo que unha partícula alfa é un núcleo de helio-4 ($\alpha = {}^{4}_{2}\mathrm{He}$) e unha partícula beta(-) é un electrón ($\beta^- = {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$), o proceso pode resumirse na seguinte expresión:

$${}^{238}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{234}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{91}\mathrm{Pa} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{230}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{226}_{88}\mathrm{Ra} \xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}\mathrm{Rn}$$

Cuestións e problemas das Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.
Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice do mesmo autor.
Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de *traducindote*, e de o tradutor da CIXUG.
Procurouse seguir as recomendacións do Centro Español de Metrología (CEM).
Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Actualizado: 16/07/24