Magnetismo

Método y recomendaciones

◊ PROBLEMAS

● Campo magnético

● Partículas

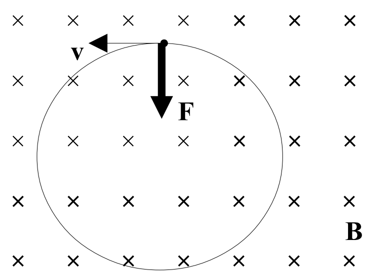
1. Un protón con una energía cinética de 20 eV se mueve en una órbita circular perpendicular a un campo magnético de 1 T. Calcula:
   a) El radio de la órbita.
   b) La frecuencia del movimiento.
   c) Justifica por qué no se consume energía en este movimiento.
   Datos: m_p = 1,67·10⁻²⁷ kg; q_p = 1,6·10⁻¹⁹ C; 1 eV = 1,6·10⁻¹⁹ J. *(P.A.U. jun. 14)*
   Rta.: a) $R = 6{,}46\cdot10^{-4}$ m; b) $f = 1{,}52\cdot10^{7}$ vueltas/s.

Datos	***Cifras significativas: 2***
Energía cinética del protón	E_c = 20 eV = $3{,}2\cdot10^{-18}$ J
Valor de la intensidad del campo magnético	B = 1,0 T
Carga del protón	$q = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C
Ángulo entre la velocidad del protón y el campo	φ = 90°
Masa del protón	$m = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg
Incógnitas	
Radio de la trayectoria circular	R
Frecuencia del movimiento	f
Otros símbolos	
Valor de la fuerza magnética sobre el protón	F_B
Período del movimiento circular	T
Ecuaciones	
Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)	$a_N=\dfrac{v^2}{R}$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio R	$v=\dfrac{2\pi\cdot R}{T}$

Solución:

a) La energía cinética vale:

$$E_c = 20 \text{ eV} \cdot 1{,}6\cdot10^{-19} \text{ J/eV} = 3{,}2\cdot10^{-18} \text{ J}$$



La velocidad del protón se calcula a partir de la energía cinética:

$$E_c = ½\ m \cdot v^2 \Rightarrow 3{,}2\cdot10^{-18}\ [\text{J}] = (1{,}67\cdot10^{-27}\ [\text{kg}] / 2) \cdot v^2$$

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot 3{,}2\cdot 10^{-18}[\text{J}]}{1{,}67\cdot 10^{-27}[\text{kg}]}}=6{,}2\cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Como solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, el protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal a_N.

$$F_B=m\cdot a=m\cdot a_N=m\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio, R:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \operatorname{sen} \varphi} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\,[\mathrm{kg}] \cdot 6{,}2 \cdot 10^4\,[\mathrm{m/s}]}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,[\mathrm{C}] \cdot 1{,}0\,[\mathrm{T}] \cdot \operatorname{sen} 90°} = 6{,}4 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}$$

b) Despejando el período en la ecuación de la velocidad en un movimiento circular uniforme:

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}4 \cdot 10^{-4}\,[\mathrm{m}]}{6{,}2 \cdot 10^4\,[\mathrm{m/s}]} = 6{,}5 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{s}$$

La frecuencia será:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1\ \text{vuelta}}{6{,}5 \cdot 10^{-8}\,[\mathrm{s}]} = 1{,}5 \cdot 10^7\ \text{vueltas/s}$$

c) Como la fuerza magnética es perpendicular al desplazamiento en todo momento, su trabajo es nulo.

2. Se acelera una partícula alfa mediante una diferencia de potencial de 1 kV, penetrando a continuación, perpendicularmente a las líneas de inducción, en un campo magnético de 0,2 T. Halla:
   a) El radio de la trayectoria descrita por la partícula.
   b) El trabajo realizado por la fuerza magnética.
   c) El módulo, dirección y sentido de un campo eléctrico necesario para que la partícula alfa no experimente desviación alguna a su paso por la región en la que existen los campos eléctrico y magnético.
   Datos: $m_\alpha = 6{,}68 \cdot 10^{-27}$ kg; $q_\alpha = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C. *(P.A.U. sep. 13)*
   Rta.: a) $R = 3{,}2$ cm; b) $W_B = 0$; c) $|\overline{\boldsymbol{E}}| = 6{,}2 \cdot 10^4$ V/m.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Carga de la partícula alfa	$q_\alpha = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C
Diferencia de potencial de aceleración	$\Delta V = 1{,}00$ kV $= 1{,}00 \cdot 10^3$ V
Masa de la partícula alfa	$m_\alpha = 6{,}68 \cdot 10^{-27}$ kg
Intensidad del campo magnético	$\lvert\overline{\boldsymbol{B}}\rvert = 0{,}200$ T
Incógnitas	
Radio de la trayectoria descrita por la partícula alfa	R
Trabajo realizado por la fuerza magnética	W_B
Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético	$\overline{\boldsymbol{E}}$
Otros símbolos	
Vector de la fuerza magnética sobre la partícula alfa	$\overline{\boldsymbol{F}}_B$
Vector fuerza eléctrica sobre la partícula alfa	$\overline{\boldsymbol{F}}_E$
Ecuaciones	
Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)	$a_N = \frac{v^2}{R}$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio R	$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$
Fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}_E$ ejercida por un campo electrostático $\overline{\boldsymbol{E}}$ sobre una carga q	$\overline{\boldsymbol{F}}_E = q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$

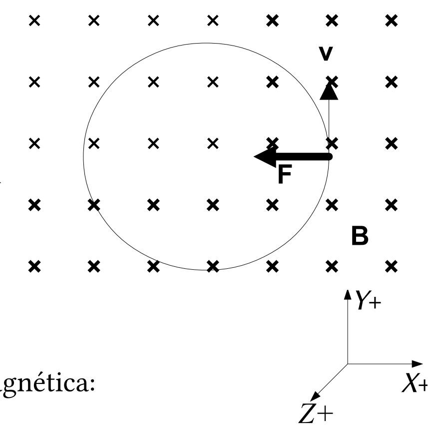
Solución:

a) Para calcular la velocidad de la partícula alfa tenemos que tener en cuenta que al acelerar la partícula alfa con una diferencia de potencial (suponemos que desde el reposo), este adquiere una energía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V = \Delta E_c = ½\, m_p \cdot v^2 - ½\, m_p \cdot v_0^2$$

Si parte del reposo, $v_0 = 0$. La velocidad final es:

$$v=\sqrt{\frac{2\,q_\alpha\cdot\Delta V}{m_\alpha}}=\sqrt{\frac{2\cdot 3{,}20\cdot 10^{-19}\,[\mathrm{C}]\cdot 1{,}00\cdot 10^{3}\,[\mathrm{V}]}{6{,}28\cdot 10^{-27}\,[\mathrm{kg}]}}=3{,}10\cdot 10^{5}\ \mathrm{m/s}$$



Si solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, la partícula alfa describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal a_N.

$$F_B=m\cdot a=m\cdot a_N=m\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q|\cdot B\cdot v\cdot \operatorname{sen}\varphi=m\frac{v^2}{R}$$

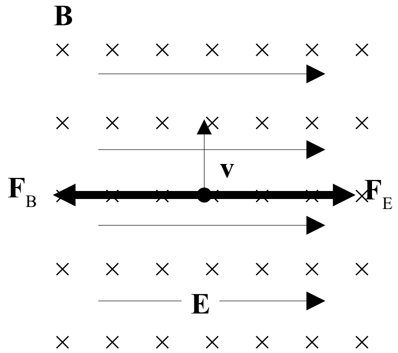
Despejando el radio, R:

$$R=\frac{m\cdot v}{|q|\cdot B\cdot \operatorname{sen}\varphi}=\frac{6{,}28\cdot 10^{-27}\,[\mathrm{kg}]\cdot 3{,}10\cdot 10^{5}\,[\mathrm{m/s}]}{3{,}20\cdot 10^{-19}\,[\mathrm{C}]\cdot 0{,}200\,[\mathrm{T}]\cdot \operatorname{sen} 90°}=3{,}23\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}=3{,}23\ \mathrm{cm}$$

b) Como la trayectoria es circular, el desplazamiento es, en todo momento, perpendicular a la fuerza magnética, por lo que su trabajo es nulo.

$$W_B = F_B \cdot \Delta s \cdot \cos 90° = 0$$

c) Tomando el sistema de referencia como el de figura de la derecha, cuando solo actúa la fuerza magnética la trayectoria de la partícula alfa es una circunferencia. En la figura anterior se dibujó la partícula alfa moviéndose inicialmente en el sentido positivo del eje Y, y el campo magnético dirigido en el sentido negativo del eje Z.



Cuando actúa una fuerza eléctrica que anula la magnética:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B + \overline{\boldsymbol{F}}_E = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q \cdot \overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\boldsymbol{0}}$$

El campo eléctrico debe valer:

$$\overline{\boldsymbol{E}} = -(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = -(3{,}10\cdot 10^5\ \overline{\mathbf{j}}\ [\mathrm{m/s}] \times 0{,}200\ (-\overline{\mathbf{k}})\ [\mathrm{T}]) = 6{,}19\cdot 10^4\ \overline{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

El campo eléctrico está dirigido en el sentido positivo del eje X.
En cualquier sistema de referencia, la dirección del campo eléctrico debe ser perpendicular tanto a la dirección del campo magnético como a la dirección de la velocidad. El sentido del campo eléctrico tiene que ser igual que el de la fuerza eléctrica y opuesto al de la fuerza magnética.

3. Un protón con velocidad $\overline{\boldsymbol{v}} = 5\cdot 10^6\ \overline{\mathbf{i}}$ m/s penetra en una zona donde hay un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}} = 1\ \overline{\mathbf{j}}$ T.
   a) Dibuja la fuerza que actúa sobre el protón y deduce la ecuación para calcular el radio de la órbita.
   b) Calcula el número de vueltas en un segundo.
   c) ¿Varía la energía cinética del protón al entrar en esa zona?
   Datos: $m_p = 1{,}67\cdot 10^{-27}$ kg; $q_p = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C. *(P.A.U. jun. 13)*
   Rta.: a) $R=\dfrac{m\cdot v}{|q|\cdot B\cdot \operatorname{sen}\varphi}$; b) N = Media vuelta en $3{,}28\cdot 10^{-8}$ s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Velocidad del protón	$\overline{\boldsymbol{v}} = 5{,}00\cdot 10^6\ \overline{\mathbf{i}}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$
Intensidad del campo magnético	$\overline{\boldsymbol{B}} = 1{,}00\ \overline{\mathbf{j}}$ T
Carga del protón	$q = 1{,}60\cdot 10^{-19}$ C
Masa del protón	$m = 1{,}67\cdot 10^{-27}$ kg
Incógnitas	
Fuerza magnética sobre el protón	$\overline{\boldsymbol{F}}_B$
Radio de la trayectoria circular	R
Número de vueltas en un segundo	N

Ecuaciones

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$ $\qquad \overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R) $\qquad a_\mathrm{N}=\dfrac{v^2}{R}$

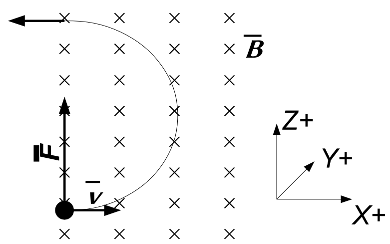
2.ª ley de Newton de la Dinámica $\qquad \Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio R $\qquad v=\dfrac{2\pi \cdot R}{T}$

Solución:

a) La fuerza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, ejercida por el campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, sobre la carga, q, del protón que se desplaza a la velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$, es, por la ley de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = 1{,}60\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}]\ (5{,}00\cdot 10^{6}\ \overline{\mathbf{i}}\ [\mathrm{m/s}] \times 1{,}00\ \overline{\mathbf{j}}\ [\mathrm{T}]) = 8{,}00\cdot 10^{-13}\ \overline{\mathbf{k}}\ \mathrm{N}$$



Es perpendicular a la dirección del campo magnético y también a la velocidad, y el sentido viene dado por la regla de la mano izquierda, teniendo en cuenta que la carga es negativa. En la figura, las cruces × indican un campo magnético que entra en la página.

Como solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, el protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal a_N.

$$F_B = m\cdot a = m\cdot a_\mathrm{N} = m\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q|\cdot B\cdot v\cdot \operatorname{sen}\varphi = m\frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio, R:

$$R=\frac{m\cdot v}{|q|\cdot B\cdot \operatorname{sen}\varphi}=\frac{1{,}67\cdot 10^{-27}\ [\mathrm{kg}]\cdot 5{,}00\cdot 10^{6}\ [\mathrm{m/s}]}{1{,}60\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}]\cdot 1{,}00\ [\mathrm{T}]\cdot \operatorname{sen} 90^\circ}=5{,}22\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}=5{,}22\ \mathrm{cm}$$

Análisis: el radio tiene un valor aceptable, unos centímetros.

b) Despejando el período en la ecuación de la velocidad en un movimiento circular uniforme:

$$v=\frac{2\pi\cdot R}{T}\ \Rightarrow T=\frac{2\pi\cdot R}{v}=\frac{2\cdot 3{,}14\cdot 5{,}22\cdot 10^{-2}\ [\mathrm{m}]}{5{,}00\cdot 10^{6}\ [\mathrm{m/s}]}=6{,}56\cdot 10^{-8}\ \mathrm{s}$$

El número de vueltas en 1 s sería:

$$N=1{,}00\ [\mathrm{s}]\cdot\frac{1\ \text{vuelta}}{6{,}56\cdot 10^{-8}\ [\mathrm{s}]}=1{,}52\cdot 10^{7}\ \text{vueltas}$$

Análisis: Si el protón entra en un campo magnético, saldrá de él después de describir media circunferencia, por lo que en realidad solo daría media vuelta en un tiempo de $T / 2 = 3{,}28\cdot 10^{-8}$ s *y saldría a una distancia de* $2\ R = 10{,}4$ cm *del punto de entrada en el campo.*

c) No. La fuerza magnética es perpendicular a la trayectoria en todos los puntos y, por tanto, no realiza trabajo. Si el trabajo de la fuerza resultante es nulo, no hay variación de la energía cinética.

4. Un electrón es acelerado por una diferencia de potencial de 1000 V, entra en un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ perpendicular a su trayectoria, y describe una órbita circular en $T = 2\cdot 10^{-11}$ s. Calcula:
   a) La velocidad del electrón.
   b) El campo magnético.
   c) ¿Qué dirección debe tener un campo eléctrico $\overline{\boldsymbol{E}}$ que aplicado junto con $\overline{\boldsymbol{B}}$ permita que la trayectoria sea rectilínea?

Datos: q_e = -1,6·10⁻¹⁹ C; m_e = 9,1·10⁻³¹ kg. *(P.A.U. jun. 08)*
Rta.: a) v = 1,88·10⁷ m/s; b) B = 1,79 T.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Carga del electrón	$q_e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Diferencia de potencial de aceleración	$\Delta V = 1{,}00 \cdot 10^3$ V
Masa del electrón	$m_e = 9{,}10 \cdot 10^{-31}$ kg
Período de la trayectoria circular	$T = 2{,}00 \cdot 10^{-11}$ s
Incógnitas	
Velocidad del electrón	$\overline{\boldsymbol{v}}$
Intensidad del campo magnético	$\overline{\boldsymbol{B}}$
Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético	$\overline{\boldsymbol{E}}$
Otros símbolos	
Vector fuerza magnética sobre el electrón	$\overline{\boldsymbol{F}}_B$
Vector fuerza eléctrica sobre el electrón	$\overline{\boldsymbol{F}}_E$
Ecuaciones	
Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)	$a_N = \frac{v^2}{R}$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio R	$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$
Fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}_E$ ejercida por un campo electrostático $\overline{\boldsymbol{E}}$ sobre una carga q	$\overline{\boldsymbol{F}}_E = q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$

Solución:

a) Para calcular la velocidad del electrón tenemos que tener en cuenta que al acelerar el electrón con una diferencia de potencial (suponemos que desde el reposo), este adquiere una energía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V = \Delta E_c = ½\, m_p\, v^2 - ½\, m_p\, v_0^2$$

Si parte del reposo, $v_0 = 0$. La velocidad final es:

$$v = \sqrt{\frac{2|q| \cdot \Delta V}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot |-1{,}60 \cdot 10^{-19}\,[\text{C}]| \cdot 1{,}00 \cdot 10^3\,[\text{V}]}{9{,}10 \cdot 10^{-31}\,[\text{kg}]}} = 1{,}88 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

Análisis: La velocidad parece muy elevada, pero no supera la décima de la parte de la velocidad de la luz, y no hay que aplicar correcciones relativistas.

b) Si solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, el electrón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal a_N.

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el campo magnético:

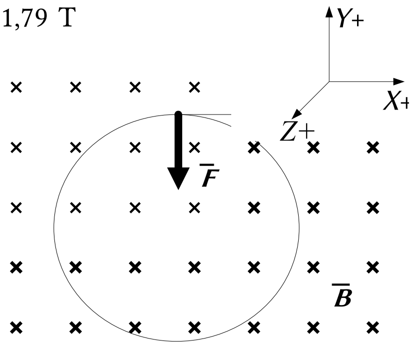
$$B = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot R \cdot \operatorname{sen} \varphi}$$

Es necesario obtener el radio de la trayectoria circular. Como se conoce el período, se calculará el radio a partir de la relación entre el período y el radio de un movimiento circular uniforme.

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \Rightarrow R = \frac{v \cdot T}{2\pi} = \frac{1{,}88 \cdot 10^7\,[\text{m/s}] \cdot 2{,}00 \cdot 10^{-11}\,[\text{s}]}{2\pi} = 5{,}97 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

El campo magnético valdrá:

$$B=\frac{m\cdot v}{|q|\cdot R\cdot \text{sen}\,\varphi}=\frac{9{,}10\cdot 10^{-31}\,[\text{kg}]\cdot 1{,}88\cdot 10^{7}\,[\text{m/s}]}{|-1{,}60\cdot 10^{-19}\,[\text{C}]|\cdot 5{,}97\cdot 10^{-5}\,[\text{m}]\cdot \text{sen}\,90°}=1{,}79\ \text{T}$$



c) Si únicamente actúa la fuerza magnética, se puede dibujar la trayectoria del electrón como en la figura, en la que el electrón se mueve en el sentido positivo del eje *X* y el campo magnético está dirigido en el sentido negativo del eje *Z*.
Si actúa una fuerza eléctrica que anula la magnética,

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B + \overline{\boldsymbol{F}}_E = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q\cdot \overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\mathbf{0}}$$

El campo eléctrico debe valer:

$$\overline{\boldsymbol{E}} = -(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = -(1{,}88\cdot 10^{7}\,\overline{\mathbf{i}}\ [\text{m/s}] \times 1{,}79\,(-\overline{\mathbf{k}})\ [\text{T}]) = -3{,}35\cdot 10^{7}\,\overline{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

El campo eléctrico está dirigido en el sentido negativo del eje *Y*.

Análisis: La fuerza eléctrica estará dirigida en la misma dirección pero en sentido opuesto que la fuerza magnética, o sea, en sentido positivo del eje Y. Pero como el electrón tiene carga negativa, el sentido del campo eléctrico es opuesto, o sea en el sentido negativo del eje Y.

5. Una partícula con carga $0{,}5\cdot 10^{-9}$ C se mueve con $\overline{\boldsymbol{v}} = 4\cdot 10^{6}\,\overline{\mathbf{j}}$ m/s y entra en una zona en donde existe un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}} = 0{,}5\,\overline{\mathbf{i}}$ T:
   a) ¿Qué campo eléctrico $\overline{\boldsymbol{E}}$ hay que aplicar para que la carga no sufra ninguna desviación?
   b) En ausencia de campo eléctrico calcula la masa si el radio de la órbita es 10^{-7} m.
   c) Razona si la fuerza magnética realiza algún trabajo sobre la carga cuando esta describe una órbita circular.

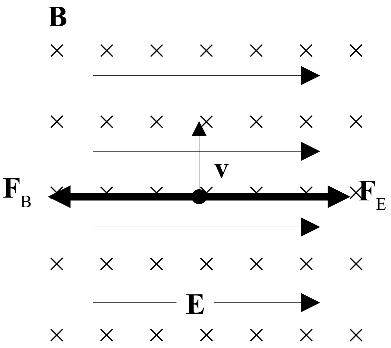
(P.A.U. sep. 07)

Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}} = 2{,}00\cdot 10^{6}\,\overline{\mathbf{k}}$ N/C; b) $m = 6{,}25\cdot 10^{-24}$ kg.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Carga de la partícula	$q = 0{,}5\cdot 10^{-9}\ \text{C} = 5{,}00\cdot 10^{-10}\ \text{C}$
Intensidad del campo magnético	$\overline{\boldsymbol{B}} = 0{,}500\,\overline{\mathbf{i}}$ T
Velocidad de la partícula	$\overline{\boldsymbol{v}} = 4{,}00\cdot 10^{6}\,\overline{\mathbf{j}}$ m/s
Radio de la trayectoria circular	$R = 1{,}00\cdot 10^{-7}$ m
Incógnitas	
Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético	$\overline{\boldsymbol{E}}$
Masa de la partícula	m
Otros símbolos	
Valor de la fuerza magnética sobre el protón	F_B
Vector fuerza eléctrica sobre el protón	$\overline{\boldsymbol{F}}_E$
Ecuaciones	
Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)	$a_N=\frac{v^2}{R}$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\sum\overline{\boldsymbol{F}} = m\cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}_E$ ejercida por un campo electrostático $\overline{\boldsymbol{E}}$ sobre una carga q	$\overline{\boldsymbol{F}}_E = q\cdot \overline{\boldsymbol{E}}$

Solución:

a) Si la fuerza eléctrica anula la magnética,



$$\overline{\boldsymbol{F}}_B + \overline{\boldsymbol{F}}_E = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q \cdot \overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\boldsymbol{0}}$$

$$\overline{\boldsymbol{E}} = -(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = -(4{,}00 \cdot 10^6\ \overline{\mathbf{j}}\ [\mathrm{m/s}] \times 0{,}500\ \overline{\mathbf{i}}\ [\mathrm{T}]) = 2{,}00 \cdot 10^6\ \overline{\mathbf{k}}\ \mathrm{N/C}$$

b) Como solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, la partícula describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal a_N.

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Si la partícula entra perpendicularmente al campo magnético, sen φ = 1.
Despejando la masa, *m:*

$$m = \frac{R \cdot q \cdot B}{v} = \frac{1{,}00 \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{m}] \cdot 5{,}00 \cdot 10^{-10}\ [\mathrm{C}] \cdot 0{,}500\ [\mathrm{T}]}{4{,}00 \cdot 10^6\ [\mathrm{m/s}]} = 6{,}25 \cdot 10^{-24}\ \mathrm{kg}$$

Análisis: La masa es unas $7 \cdot 10^6$ *veces la masa del electrón. Aun suponiendo el improbable caso de una «partícula» constituida por todos esos electrones, su carga no podría ser superior a* $7 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C = $1 \cdot 10^{-12}$ C *y jamás podría alcanzar el valor de* $0{,}5 \cdot 10^{-9}$ C. *Algo falla. Como los cálculos parecen estar bien, es de suponer que los datos del problema no han sido muy meditados.*

c) Como la trayectoria es circular, el desplazamiento es, en todo momento, perpendicular a la fuerza magnética, por lo que el trabajo es nulo.

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 90° = 0$$

6. Un protón acelerado por una diferencia de potencial de 5000 V penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 0,32 T. Calcula:
   a) La velocidad del protón.
   b) El radio de la órbita que describe y el número de vueltas que da en 1 segundo.
   Datos: m_p = 1,67·10⁻²⁷ kg, q_p = 1,60·10⁻¹⁹ C (Haz un dibujo del problema). *(P.A.U. jun. 05)*
   Rta.: a) v = 9,79·10⁵ m/s; b) R = 3,2 cm; N = 4,9·10⁶ vueltas/s.

Datos	**_Cifras significativas: 3_**
Potencial de aceleración	V = 5000 V = $5{,}00 \cdot 10^3$ V
Valor de la intensidad del campo magnético	B = 0,320 T
Carga del protón	$q = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Ángulo entre la velocidad del protón y el campo magnético	φ = 90°
Masa del protón	$m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg
Tiempo para calcular el número de vueltas	t = 1,00 s
Incógnitas	
Velocidad del protón	v
Radio de la trayectoria circular	R
Número de vueltas que da en 1 s	N
Otros símbolos	
Valor de la fuerza magnética sobre el protón	F_B
Período del movimiento circular	T
Energía (cinética) del protón	E_c
Ecuaciones	
Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)	$a_N = \dfrac{v^2}{R}$

Ecuaciones

2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio R	$v=\dfrac{2\pi \cdot R}{T}$
Trabajo del campo eléctrico	W(eléctrico) = $q \cdot \Delta V$
Trabajo de la fuerza resultante	$W = \Delta E_c$
Energía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$

Solución:

a) Para calcular la velocidad tenemos que tener en cuenta que al acelerar el protón con una diferencia de potencial (suponemos que desde el reposo), este adquiere una energía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V = \Delta E_c = ½\ m_p\ v^2 - ½\ m_p\ v_0^2$$

Si parte del reposo, $v_0 = 0$. La velocidad final es:

$$v=\sqrt{\frac{2 q \cdot \Delta V}{m_p}}=\sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}] \cdot 5{,}00 \cdot 10^3\ [\mathrm{V}]}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ [\mathrm{kg}]}}=9{,}79 \cdot 10^5\ \mathrm{m/s}$$

b) Como solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, el protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal a_N.

$$F_B=m \cdot a=m \cdot a_N=m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi=m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio R

$$R=\frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \operatorname{sen} \varphi}=\frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ [\mathrm{kg}] \cdot 9{,}79 \cdot 10^5\ [\mathrm{m/s}]}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}] \cdot 0{,}320\ [\mathrm{T}] \cdot \operatorname{sen} 90°}=3{,}19 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}=3{,}19\ \mathrm{cm}$$

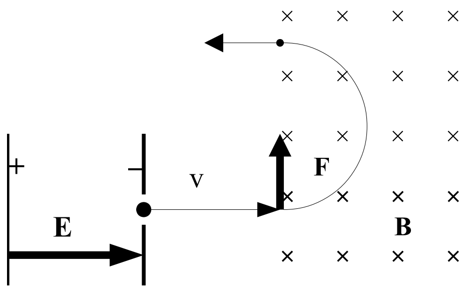
Análisis: el radio tiene un valor aceptable, unos centímetros.

Despejando el período de la ecuación de la velocidad en un movimiento circular uniforme:

$$v=\frac{2\pi \cdot R}{T} \Rightarrow T=\frac{2\pi \cdot R}{v}=\frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}19 \cdot 10^{-2}\ [\mathrm{m}]}{9{,}79 \cdot 10^5\ [\mathrm{m/s}]}=2{,}05 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{s}$$

El número de vueltas en 1 s será:

$$N=1{,}00\ [\mathrm{s}] \cdot \frac{1\ \text{vuelta}}{2{,}05 \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{s}]}=4{,}88 \cdot 10^6\ \text{vueltas}$$



Análisis: Si el protón entra en un campo magnético, al describir media circunferencia saldrá de él, por lo que en realidad solo daría media vuelta en un tiempo de T / 2 = 1,03·10⁻⁷ s *y saldría a una distancia de* 2 R = 6,4 cm *del punto de entrada.*

● Corrientes

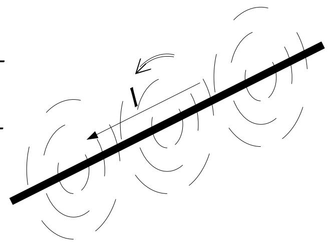
1. a) Indica cuál es el módulo, dirección y sentido del campo magnético creado por un hilo conductor recto recorrido por una corriente y realiza un esquema que ilustre las características de dicho campo. Considérese ahora que dos hilos conductores rectos y paralelos de gran longitud transportan su respectiva corriente eléctrica.
   b) Sabiendo que la intensidad de una de las corrientes es el doble que la de la otra corriente y que, estando separados 10 cm, se atraen con una fuerza por unidad de longitud de $4{,}8 \cdot 10^{-5}$ N·m⁻¹, calcula las

intensidades que circulan por los hilos.
c) ¿Cuánto vale el campo magnético en un punto situado entre los dos hilos, a 3 cm del que transporta menos corriente?
Dato: μ_0 = 4 π 10^{-7} N·A^{-2}. *(P.A.U. jun. 15)*
Rta.: b) I_1 = 3,46 A; I_2 = 6,93 A; c) B = 3,3 μT.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Intensidad de corriente por el segundo conductor	$I_2 = 2\ I_1$
Distancia entre los dos conductores	d = 10,0 cm = 0,100 m
Fuerza de atracción por unidad de longitud	F / l = 4,8·10^{-5} N·m^{-1}
Permeabilidad magnética del vacío	μ_0 = 4 π 10^{-7} N·A^{-2}
Incógnitas	
Intensidades que circulan por los hilos	I_1, I_2
Campo magnético a 3 cm del hilo con menos corriente	$\boldsymbol{B}$
Ecuaciones	
Ley de Biot-Savart: campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, creado a una distancia, r, por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente, I	$B=\dfrac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$
Principio e superposición:	$\overline{\boldsymbol{B}} = \Sigma \overline{\boldsymbol{B}}_i$
Ley de Laplace: fuerza magnética que ejerce un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, sobre un tramo, l, de conductor recto por el que circula una intensidad de corriente, I	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = I\,(\overline{\boldsymbol{l}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$

Solución:

a) El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.



El valor del campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, creado a una distancia, r, por un conductor recto por lo que circula una intensidad de corriente, I, viene dado por la ley de Biot-Savart:

$$B=\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

b) La fuerza entre dos conductores rectilíneos paralelos se obtiene sustituyendo en la ecuación de Lorentz la expresión de la ley de Biot-Savart.

$$F_{21}=I_1 \cdot l \cdot B_2=I_1 \cdot l \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r}=\frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot r} \cdot l$$

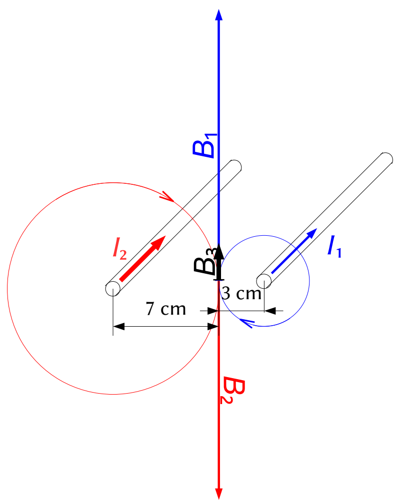
Sustituyendo los datos, teniendo en cuenta que la fuerza es por unidad de longitud (l = 1 m):

$$4{,}8 \cdot 10^{-5}\ [\mathrm{N \cdot m^{-1}}]=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{N \cdot A^{-2}}] \cdot I_1 \cdot 2 I_1}{2\pi \cdot 0{,}100\ [\mathrm{m}]}$$

$$I_1=\sqrt{\frac{4{,}8 \cdot 10^{-5}\ [\mathrm{N \cdot m^{-1}}] \cdot 2\pi \cdot 0{,}100\ [\mathrm{m}]}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{N \cdot A^{-2}}]}}=3{,}46\ \mathrm{A}$$

$$I_2 = 2\ I_1 = 6{,}93\ \mathrm{A}$$

c) En el diagrama se dibujan los campos magnéticos $\overline{\boldsymbol{B}}_1$ y $\overline{\boldsymbol{B}}_2$ creados por ambos conductores en el punto 3 a 3 cm de I_1.



El campo magnético creado por el conductor 1 a 3 cm de distancia es:

$$B_1=\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1}=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{N \cdot A^{-2}}] \cdot 3{,}46\ [\mathrm{A}]}{2\pi \cdot 0{,}030\ 0 [\mathrm{m}]}=2{,}31 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 a 7 cm de distancia es:

$$B_2=\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_2}=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{N \cdot A^{-2}}] \cdot 6{,}93\ [\mathrm{A}]}{2\pi \cdot 0{,}070\ 0 [\mathrm{m}]}=1{,}98 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

Como los campos son de sentidos opuestos, el campo magnético resultante en el punto que dista 3 cm es:

$$B_3 = B_1 - B_2 = 2{,}31 \cdot 10^{-5}\ [\mathrm{T}] - 1{,}98 \cdot 10^{-5}\ [\mathrm{T}] = 3{,}3 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

La dirección del campo magnético resultante es perpendicular al plano formado por los dos conductores y el sentido es el del campo magnético del hilo más cercano, (en el dibujo, hacia el borde superior de la página).

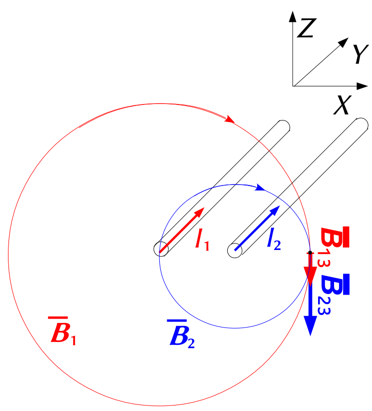
2. Dos conductores rectos, paralelos y largos están situados en el plano *XY* y paralelos al eje *Y*. Uno pasa por el punto (10, 0) cm y el otro por el (20, 0) cm. Ambos conducen corrientes eléctricas de 5 A en el sentido positivo del eje *Y*.
   a) Explica la expresión utilizada para el cálculo del vector campo magnético creado por un largo conductor rectilíneo con corriente *I*.
   b) Calcula el campo magnético en el punto (30, 0) cm.
   c) Calcula el campo magnético en el punto (15, 0) cm.
   Dato: $\mu_0 = 4\ \pi\ 10^{-7}$ (S.I.). *(P.A.U. jun. 09)*
   Rta.: b) $\overline{\boldsymbol{B}}_b = -15 \cdot 10^{-6}\ \overline{\mathbf{k}}$ T; c) $\overline{\boldsymbol{B}}_c = \overline{\mathbf{0}}$.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Intensidad de corriente por cada conductor	$I = 5{,}00$ A
Posición del punto por el que pasa el primer conductor	$\overline{\boldsymbol{r}}_1$ (10,0, 0) cm = (0,0100, 0) m
Posición del punto por el que pasa el segundo conductor	$\overline{\boldsymbol{r}}_2$ (20,0, 0) cm = (0,0200, 0) m
Posición del punto en el que hay que calcular el campo magnético del apdo. a	$\overline{\boldsymbol{r}}_3$ (30,0, 0) cm = (0,0300, 0) m
Posición del punto en el que hay que calcular el campo magnético del apdo. b	$\overline{\boldsymbol{r}}_4$ (15,0, 0) cm = (0,0150, 0) m
Permeabilidad magnética del vacío	$\mu_0 = 4\ \pi\ 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m \cdot A^{-1}}$
Incógnitas	
Campo magnético en el punto (30, 0) cm	$\overline{\boldsymbol{B}}_3$
Campo magnético en el punto (15, 0) cm	$\overline{\boldsymbol{B}}_4$
Ecuaciones	
Ley de Biot-Savart: campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, creado a una distancia, *r*, por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente, *I*	$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$
Principio e superposición:	$\overline{\boldsymbol{B}} = \Sigma \overline{\boldsymbol{B}}_i$

Solución:

a) El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.
El valor del campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, creado a una distancia, *r*, por un conductor recto por lo que circula una intensidad de corriente, *I*, viene dado por la ley de Biot-Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$



b) En el diagrama se dibujan los campos magnéticos $\overline{\boldsymbol{B}}_1$ y $\overline{\boldsymbol{B}}_2$ creados por ambos conductores en el punto C(30, 0) cm.
El campo magnético creado por el conductor 1 que pasa por (10, 0) cm en el punto 3 (30, 0) cm es:

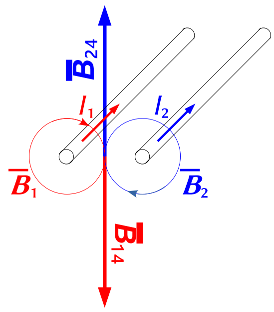
$$\vec{B}_{31} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r}(-\vec{\mathbf{k}}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{T \cdot m \cdot A^{-1}}] \cdot 5{,}00\ [\mathrm{A}]}{2\pi \cdot 0{,}200\ [\mathrm{m}]}(-\vec{\mathbf{k}}) = -5{,}00 \cdot 10^{-6}\ \vec{\mathbf{k}}\ \mathrm{T}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 que pasa por (20, 0) cm en el punto 3(30, 0) cm es:

$$\vec{B}_{32} = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r}(-\vec{\mathbf{k}}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{T \cdot m \cdot A^{-1}}] \cdot 5{,}00\ [\mathrm{A}]}{2\pi \cdot 0{,}100\ [\mathrm{m}]}(-\vec{\mathbf{k}}) = -10{,}0 \cdot 10^{-6}\ \vec{\mathbf{k}}\ \mathrm{T}$$

El campo magnético resultante es la suma vectorial de ambos:

$$\overline{\boldsymbol{B}}_3 = \overline{\boldsymbol{B}}_{31} + \overline{\boldsymbol{B}}_{32} = (-5{,}00 \cdot 10^{-6}\ \overline{\mathbf{k}})\ [\mathrm{T}] + (-10{,}0 \cdot 10^{-6}\ \overline{\mathbf{k}})\ [\mathrm{T}] = -15{,}0 \cdot 10^{-6}\ \overline{\mathbf{k}}\ \mathrm{T}$$



c) El campo magnético creado por el conductor 1 en el punto 4 equidistante de ambos conductores es:

$$\vec{B}_{41}=\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r}(-\vec{\mathbf{k}})=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{T{\cdot}m{\cdot}A^{-1}}]\cdot 5{,}00\ [\mathrm{A}]}{2\pi \cdot 0{,}050\ [\mathrm{m}]}(-\vec{\mathbf{k}})=-2{,}00 \cdot 10^{-5}\vec{\mathbf{k}}\ \mathrm{T}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 en el punto 4, equidistante de ambos conductores, es opuesto, de igual magnitud y dirección, pero de sentido opuesto, por lo que la resultante es nula.

$$\overline{\boldsymbol{B}}_4 = \overline{\mathbf{0}}$$

3. Dos hilos conductores rectos muy largos y paralelos (A y B) con corrientes I_A = 5 A e I_B = 3 A en el mismo sentido están separados 0,2 m. Calcula:
   a) El campo magnético en el punto medio entre los dos conductores (D)
   b) La fuerza ejercida sobre un tercer conductor C paralelo los anteriores, de 0,5 m y con I_C = 2 A y que pasa por D.

   Dato: μ_0 = 4 π 10^{-7} S.I. *(P.A.U. sep. 06)*

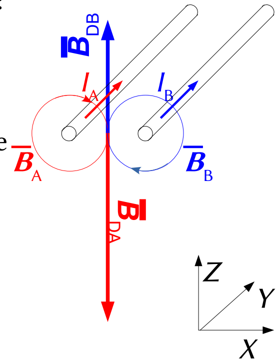
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{B}}$ = 4,0·10^{-6} T perpendicular a los hilos; b) $\overline{\boldsymbol{F}}$ = 4,0·10^{-6} N hacia A.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Intensidad de corriente por el conductor A	I_A = 5,00 A
Intensidad de corriente por el conductor B	I_B = 3,00 A
Distancia entre los conductores	d = 0,200 m
Permeabilidad magnética del vacío	μ_0 = 4 π 10^{-7} T·m·A⁻¹
Intensidad de corriente por el conductor C	I_C = 2,00 A
Longitud del conductor C	l = 0,500 m
Incógnitas	
Campo magnético en el punto D medio entre los dos conductores	$\overline{\boldsymbol{B}}_D$
Fuerza ejercida sobre un tercer conductor C que pasa por D	$\overline{\boldsymbol{F}}_C$
Ecuaciones	
Ley de Biot-Savart: campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, creado a una distancia, r, por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente, I	$B=\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$
Principio de superposición:	$\overline{\boldsymbol{B}} = \Sigma \overline{\boldsymbol{B}}_i$
Ley de Laplace: fuerza magnética que ejerce un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, sobre un tramo, l, de conductor recto por el que circula una intensidad de corriente, I	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = I(\overline{\boldsymbol{l}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$

Solución:

a) El valor del campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, creado a una distancia, r, por un conductor recto por lo que circula una intensidad de corriente, I, viene dado por la ley de Biot-Savart:

$$B=\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$



El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.

En el diagrama se dibujan los campos magnéticos $\overline{\boldsymbol{B}}_A$ y $\overline{\boldsymbol{B}}_B$ creados por ambos conductores en el punto medio D.

El campo magnético creado por el conductor A en el punto D equidistante de ambos conductores es:

$$\vec{B}_{DA}=\frac{\mu_0 \cdot I_A}{2\pi \cdot r}(-\vec{\mathbf{k}})=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{T{\cdot}m{\cdot}A^{-1}}]\cdot 5{,}00\ [\mathrm{A}]}{2\pi \cdot 0{,}100\ [\mathrm{m}]}(-\vec{\mathbf{k}})=-1{,}00 \cdot 10^{-5}\vec{\mathbf{k}}\ \mathrm{T}$$

El campo magnético creado por el conductor B en el punto D equidistante de ambos conductores es:

$$\vec{B}_{DB}=\frac{\mu_0 \cdot I_B}{2\pi \cdot r}\vec{\mathbf{k}}=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{T{\cdot}m{\cdot}A^{-1}}]\cdot 3{,}00\ [\mathrm{A}]}{2\pi \cdot 0{,}100\ [\mathrm{m}]}\vec{\mathbf{k}}=6{,}00 \cdot 10^{-6}\vec{\mathbf{k}}\ \mathrm{T}$$

El campo magnético resultante es la suma vectorial de ambos:

$$\overline{\boldsymbol{B}}_D = \overline{\boldsymbol{B}}_{DA} + \overline{\boldsymbol{B}}_{DB} = -1{,}00\cdot10^{-5}\ \overline{\mathbf{k}}\ [\mathrm{T}] + 6{,}00\cdot10^{-6}\ \overline{\mathbf{k}}\ [\mathrm{T}] = -4{,}0\cdot10^{-6}\ \overline{\mathbf{k}}\ \mathrm{T}$$

b) La fuerza que se ejerce sobre un conductor C situado en D es:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = I\,(\overline{\boldsymbol{l}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = 2{,}00\ [\mathrm{A}]\ (0{,}500\ \overline{\mathbf{j}}\ [\mathrm{m}] \times (-4{,}0\cdot10^{-6}\ \overline{\mathbf{k}}\ [\mathrm{T}])) = -4{,}0\cdot10^{-6}\ \overline{\mathbf{i}}\ \mathrm{N}$$

Está dirigida hacia el conductor A si el sentido de la corriente es el mismo que el de los otros conductores.
Análisis: Los conductores que transportan la corriente en el mismo sentido se atraen y en si lo hacen en sentido opuesto, se repelen. Aunque se ve atraído por ambos conductores, lo será con mayor fuerza por el que circula mayor intensidad, o sea el A.

Actualizado: 16/07/24

● Inducción electromagnética

1. Una bobina cuadrada y plana (S = 25 cm²) construida con 5 espiras está en el plano XY:
   a) Enuncia la ley de Faraday-Lenz.
   b) Calcula la f.e.m. media inducida si se aplica un campo magnético en dirección del eje Z, que varía de 0,5 T a 0,2 T en 0,1 s.
   c) Calcula la f.e.m. media inducida si el campo permanece constante (0,5 T) y la bobina gira hasta colocarse en el plano XZ en 0,1 s.

(P.A.U. jun. 07)

Rta.: b) ε_b = 0,038 V; c) ε_c = 0,063 V.

Datos	***Cifras significativas: 2***
Superficie de cada espira	S = 25 cm² = $2{,}5\cdot10^{-3}$ m²
Número de espiras	N = 5 espiras
Campo magnético inicial	$\overline{\boldsymbol{B}}_0 = 0{,}50\ \overline{\mathbf{k}}$ T
Campo magnético final	$\overline{\boldsymbol{B}} = 0{,}20\ \overline{\mathbf{k}}$ T
Intervalo de tiempo	Δt = 0,10 s
Incógnitas	
Fuerza electromotriz al disminuir el campo magnético	ε_b
Fuerza electromotriz al girar la bobina 90°	ε_c
Ecuaciones	
Ley de Faraday-Lenz	$\varepsilon=\frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$
Flujo magnético elemental	$\mathrm{d}\,\Phi=\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{S}}$
Flujo magnético de un campo constante a través de un solenoide de N espiras	$\Phi = B \cdot N \cdot S$

Solución:

a) La ley de Faraday-Lenz dice que se producirá una corriente inducida en un circuito por la variación de flujo magnético a través de él. La fuerza electromotriz inducida, ε, es igual a la variación instantánea del flujo magnético, Φ, que lo atraviesa.

$$\varepsilon=\frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

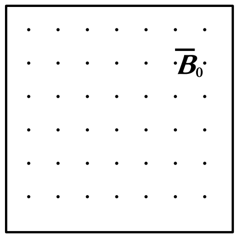
La ley de Lenz dice que la corriente inducida circulará de manera que el flujo magnético producido por ella se opondrá a la variación de flujo.
El flujo magnético elemental, dΦ, a través de un elemento de superficie es el producto escalar del vector campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, por el vector elemento de superficie, d$\overline{\boldsymbol{S}}$, perpendicular a la superficie.

$$\mathrm{d}\,\Phi=\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{S}}$$

El flujo total es la suma de todos los flujos elementales a través de todas las superficies. Si el campo magnético es constante y perpendicular a la superficie:

$$\Phi = B \cdot N \cdot S$$

Siendo N el número de espiras atravesadas por el campo magnético.



b) El flujo inicial era:

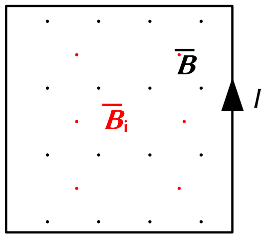
$$\Phi_0 = B_0 \cdot N \cdot S \cdot \cos 0 = 0{,}50\ [\mathrm{T}] \cdot 5 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{m}^2] = 6{,}3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Wb}$$

El flujo final:

$$\Phi = B \cdot N \cdot S \cdot \cos 0 = 0{,}20\ [\mathrm{T}] \cdot 5 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{m}^2] = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Wb}$$

La fuerza electromotriz media será:

$$\varepsilon_b = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{2{,}5 \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{Wb}] - 6{,}3 \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{Wb}]}{0{,}10\ [\mathrm{s}]} = 0{,}038\ \mathrm{V}$$



El sentido de la corriente se opondrá a la disminución de flujo saliente (hacia fuera de la página), por lo que producirá un campo magnético saliente (hacia fuera de la página) y la corriente tendrá un sentido antihorario (visto desde encima de la página)

c) Si la bobina gira hasta colocarse en el plano XZ habrá descrito un ángulo de 90° y el vector superficie quedará perpendicular al campo magnético, por lo que el flujo final será:

$$\Phi = B \cdot N \cdot S \cdot \cos 90 = 0$$

La fuerza electromotriz media inducida:

$$\varepsilon_c = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{0\ [\mathrm{Wb}] - 6{,}3 \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{Wb}]}{0{,}10\ [\mathrm{s}]} = 0{,}063\ \mathrm{V}$$

Como también se produce por una disminución de flujo magnético, el sentido de la corriente es antihorario.

◊ CUESTIONES

● Campo magnético

● Partículas

1. En una región del espacio hay un campo eléctrico y un campo magnético ambos uniformes de la misma dirección pero de sentidos contrarios. En dicha región se abandona un protón con velocidad inicial nula. El movimiento de protón es:
   A) Rectilíneo uniforme.
   B) Rectilíneo uniformemente acelerado.
   C) Circular uniforme.

(P.A.U. sep. 16)

Solución: B

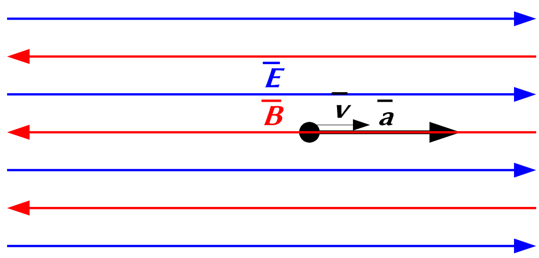
La fuerza magnética, $\overline{F}_B$, sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{B}$, con una velocidad, $\overline{v}$, viene dada por la ley de Lorentz:

$$\overline{F}_B = q\ (\overline{v} \times \overline{B})$$

Si también existe un campo eléctrico, $\overline{E}$, la fuerza total será:

$$\overline{F} = q\ (\overline{v} \times \overline{B}) + q \cdot \overline{E}$$

La dirección de la fuerza eléctrica es paralela al campo electrostático.



Inicialmente, con el protón en reposo, solo actúa la fuerza eléctrica, que le produce una aceleración en la dirección y sentido de la fuerza. En cuanto tiene velocidad, debería actuar la fuerza magnética, pero no lo hace porque el campo magnético tiene la misma dirección que el campo eléctrico y que la velocidad.
Por tanto, el protón sigue moviéndose con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

2. Cuando una partícula cargada se mueve dentro de un campo magnético, la fuerza magnética que actúa sobre ella realiza un trabajo que siempre es:
A) Positivo, si la carga es positiva.
B) Positivo, sea como sea la carga.
C) Cero.

(P.A.U. jun. 16)

Solución: C

El trabajo de una fuerza entre dos puntos A y B, a lo largo de una línea, es:

$$W=\int_{r_A}^{r_B}\vec{F}\cdot d\vec{r}$$

La fuerza magnética es perpendicular a la trayectoria en todos los puntos. Por tanto, no realiza trabajo.

$$\vec{F}\cdot d\vec{r}=|\vec{F}|\cdot|d\vec{r}|\cdot\cos 90°=0$$

3. Una partícula cargada penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad de la partícula. El radio de la órbita descrita:
A) Aumenta si aumenta la intensidad del campo magnético.
B) Aumenta si aumenta la energía cinética de la partícula.
C) No depende de la energía cinética de la partícula.

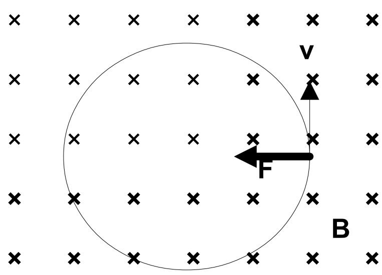
(P.A.U. jun. 15)

Solución: B

La fuerza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$, viene dada por la ley de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe trayectoria circular con velocidad de valor constante, ya que la aceleración solo tiene componente normal a_N.



$$a_N=\frac{v^2}{r}$$

Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton:

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

$$F_B=m\cdot a=m\cdot a_N=m\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética quedaría:

$$|q|\cdot B\cdot v\cdot \operatorname{sen}\varphi=m\frac{v^2}{R}$$

Si las partículas entran perpendicularmente al campo, sen φ = 1.
Despejando el radio, R:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Si aumenta la energía cinética, aumenta la velocidad y, como se ve en la ecuación anterior, aumenta también el radio de la trayectoria.

4. Un protón y una partícula α ($q_\alpha = 2\ q_p$; $m_\alpha = 4\ m_p$) penetran, con la misma velocidad, en un campo magnético uniforme perpendicularmente a las líneas de inducción. Estas partículas:
   A) Atraviesan el campo sin desviarse.
   B) El protón describe una órbita circular de mayor radio.
   C) La partícula alfa describe una órbita circular de mayor radio.

(P.A.U. sep. 14)

Solución: C

La fuerza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$, viene dada por la ley de Lorentz:

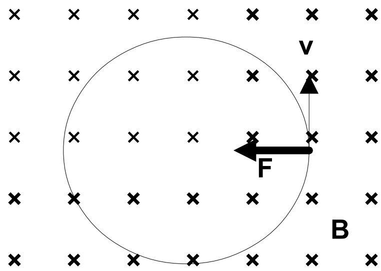
$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\ (\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe trayectoria circular con velocidad de valor constante, ya que la aceleración solo tiene componente normal a_N.

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$



Aplicando la 2.ª ley de Newton

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Si las partículas entran perpendicularmente al campo, sen φ = 1.
Despejando el radio, R:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Como la velocidad es la misma y el campo magnético es el mismo, aplicando esta expresión tanto al protón como a la partícula α y dividiendo una entre la otra queda:

$$\frac{R_\alpha}{R_p} = \frac{\dfrac{m_\alpha \cdot \cancel{v}}{q_\alpha \cdot \cancel{B}}}{\dfrac{m_p \cdot \cancel{v}}{q_p \cdot \cancel{B}}} = \frac{m_\alpha \cdot q_p}{m_p \cdot q_\alpha} = \frac{4\ m_p \cdot q_p}{m_p \cdot 2\ q_p} = 2$$

$$R_\alpha = 2\ R_p$$

El radio de la circunferencia descrita por la partícula alfa es el doble que el de la circunferencia descrita por protón.

5. Un campo magnético constante $\overline{\boldsymbol{B}}$ ejerce una fuerza sobre una carga eléctrica:
   A) Si la carga está en reposo.

B) Si la carga se mueve perpendicularmente a $\overline{\boldsymbol{B}}$.
C) Si la carga se mueve paralelamente a $\overline{\boldsymbol{B}}$.

(P.A.U. sep. 12)

Solución: B

La fuerza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$, viene dada por la ley de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Su módulo es:

$$|\overline{\boldsymbol{F}}_B| = |\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}\,| = |\overline{\boldsymbol{v}}\,|\cdot|\overline{\boldsymbol{B}}\,|\cdot \text{sen}\ \varphi$$

Donde φ es el ángulo que forman los vectores $\overline{\boldsymbol{v}}$ y $\overline{\boldsymbol{B}}$. Si son perpendiculares, sen $\varphi = 1$.

Las otras opciones.
A. Falsa. Si está en reposo, la velocidad es nula y el producto vectorial también.
C. Falsa. Si son paralelos, sen $\varphi = 0$ y el producto vectorial es nulo. No hay fuerza.

6. Analiza cuál de las siguientes afirmaciones referentes a una partícula cargada es verdadera y justifica por qué:
A) Si se mueve en un campo magnético uniforme, aumenta su velocidad cuando se desplaza en la dirección de las líneas del campo.
B) Puede moverse en una región en la que existe un campo magnético y un campo eléctrico sin experimentar ninguna fuerza.
C) El trabajo que realiza el campo eléctrico para desplazar esa partícula depende del camino seguido.

(P.A.U. sep. 11)

Solución: B

La fuerza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$, viene dada por la ley de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Si también existe un campo eléctrico, $\overline{\boldsymbol{E}}$, la fuerza total será:

$$\overline{\boldsymbol{F}} = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$$

Mientras que la dirección de la fuerza eléctrica es paralela al campo electrostático, la dirección de la fuerza magnética es perpendicular al campo magnético.
La partícula puede no experimentar ninguna fuerza si hay un campo magnético y un campo electrostático perpendiculares a la dirección de movimiento de la partícula y perpendiculares entre sí, y se cumple que:

$$q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q \cdot \overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\boldsymbol{0}}$$

Esto es equivalente a:

$$|\overline{\boldsymbol{v}}\,| \cdot |\overline{\boldsymbol{B}}\,| = |\overline{\boldsymbol{E}}\,|$$

7. Una partícula cargada atraviesa un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ con velocidad $\overline{\boldsymbol{v}}$. A continuación, hace lo mismo otra partícula con la misma $\overline{\boldsymbol{v}}$, doble masa y triple carga, y en ambos casos la trayectoria es idéntica. Justifica cuál es la respuesta correcta:
A) No es posible.
B) Solo es posible si la partícula inicial es un electrón.
C) Es posible en una orientación determinada.

(P.A.U. jun. 11)

Solución: C

La fuerza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$, viene dada por la ley de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Su módulo es:

$$|\overline{\boldsymbol{F}}_B| = |\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}\,| = |\overline{\boldsymbol{v}}\,|\cdot|\overline{\boldsymbol{B}}\,| \cdot \text{sen}\ \varphi$$

Donde φ es el ángulo que forman los vectores $\overline{\boldsymbol{v}}$ y $\overline{\boldsymbol{B}}$.
Si el campo magnético es constante y la partícula entra en dirección perpendicular a las líneas de campo, la trayectoria es una circunferencia porque la fuerza F es siempre perpendicular a la velocidad y la partícula tiene una aceleración centrípeta que solo cambia la dirección de la velocidad:

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_{\text{N}} = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \text{sen}\,\varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Por tanto, la trayectoria es una circunferencia de radio:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \text{sen}\,\varphi}$$

Con la misma velocidad, v, y el mismo campo magnético, B, el doble de masa y el triple de carga, el radio no podría dar el mismo resultado que la primera vez, a no ser que el ángulo, α, entre el vector velocidad y el vector campo magnético fuera distinto, pero en este caso, la trayectoria no sería la misma.
Pero existe una posibilidad. Si el vector velocidad y el vector campo magnético fueran paralelos ($\varphi = 0$), no habría fuerza sobre la partícula y seguiría una trayectoria recta en ambos casos.

8. Una partícula cargada y con velocidad $\overline{\boldsymbol{u}}$, se introduce en una región del espacio donde hay un campo eléctrico y un campo magnético constantes. Si la partícula se mueve con movimiento rectilíneo uniforme se debe a que los dos campos:
A) Son de la misma dirección y sentido.
B) Son de la misma dirección y sentido contrario.
C) Son perpendiculares entre sí.

(P.A.U. sep. 09)

Solución: C

La fuerza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{u}}$, viene dada por la ley de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{u}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Si también existe un campo eléctrico, $\overline{\boldsymbol{E}}$, la fuerza total será:

$$\overline{\boldsymbol{F}} = q\,(\overline{\boldsymbol{u}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$$

Mientras que la dirección de la fuerza eléctrica es paralela al campo electrostático, la dirección de la fuerza magnética es perpendicular al campo magnético.
Si la partícula cargada no se desvía puede ser porque:

- Tanto la dirección del campo magnético como la del campo electrostático son paralelas a la dirección de movimiento de la partícula. No habrá fuerza magnética, pero la fuerza eléctrica provocará una aceleración y el movimiento será rectilíneo pero no uniforme.
- Tanto la dirección del campo magnético como la del campo electrostático son perpendiculares a la dirección de movimiento de la partícula y perpendiculares entre sí, y además se cumple que:

$$q\,(\overline{\boldsymbol{u}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q \cdot \overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\boldsymbol{0}} \Rightarrow |\overline{\boldsymbol{u}}\,| \cdot |\overline{\boldsymbol{B}}\,| = |\overline{\boldsymbol{E}}\,|$$

En esto se basa el selector de velocidades del espectrógrafo de masas.

● Corrientes

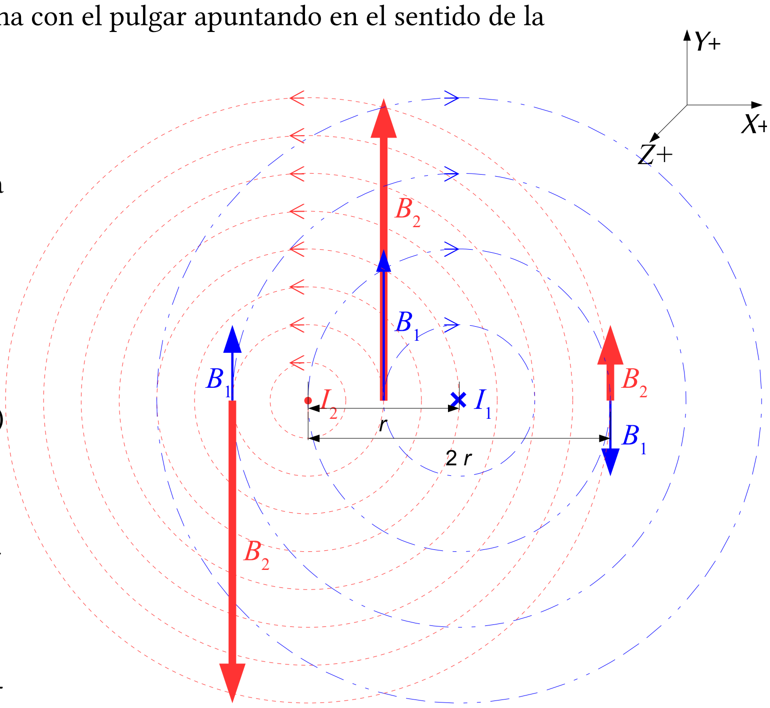
1. Por dos conductores paralelos e indefinidos, separados una distancia *r*, circulan corrientes en sentido contrario de diferente valor, una el doble de la otra. La inducción magnética se anula en un punto del plano de los conductores situado:
A) Entre ambos conductores.
B) Fuera de los conductores y del lado del conductor que transporta más corriente.
C) Fuera de los conductores y del lado del conductor que transporta menos corriente.
(P.A.U. sep. 14)

Solución: C

La dirección del campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, creado por una intensidad, *I*, de corriente que circula por un conductor rectilíneo indefinido es circular alrededor del hilo y su valor en un punto a una distancia, *r*, del hilo viene dada por la ley de Biot-Savart:

$$B=\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

Su sentido es el del cierre de la mano derecha con el pulgar apuntando en el sentido de la corriente. (Regla de la mano derecha).



En la figura se representan los campos magnéticos producidos por los dos conductores, el que lleva la corriente I_1 hacia dentro y el que lleva la corriente I_2 hacia afuera y del doble de intensidad.
En la zona situada entre ambos conductores, los campos magnéticos creados por las corrientes paralelas de los hilos son del mismo sentido, por lo que el campo resultante nunca será nulo.
En la zona exterior del lado de I_2 (izquierda) que transporta el doble de corriente, el campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}_2$ producido por la corriente de ese conductor siempre será mayor que el producido por el de I_1, que se encuentra más alejado.
En la zona exterior del lado de I_1 (derecha), los puntos se encuentran más cerca del conductor 1 que del conductor 2, y los campos magnéticos de ambos pueden ser del mismo valor, y como son de sentido opuesto, pueden anularse en algún punto.
La distancia *x* de este punto al conductor que lleva I_2 debe cumplir la condición

$$B_2 = B_1$$

$$\frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot x}=\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi(x-r)}$$

$$(x - r)\, I_2 = x \cdot I_1$$

Como $I_2 = 2\, I_1$, queda

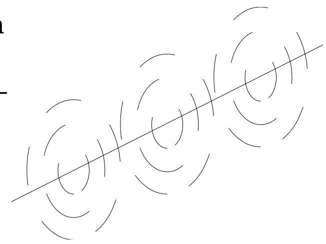
$$(x - r) \cdot 2\, I_1 = x \cdot I_1$$

$$x = 2\, r$$

2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?:
   A) La ley de Faraday - Lenz dice que la f.e.m. inducida en una espira es igual al flujo magnético Φ_B que la atraviesa.
   B) Las líneas del campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ para un conductor largo y recto son circulares alrededor del mismo.
   C) El campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ es conservativo.

(P.A.U. jun. 14)

Solución: B



Las líneas de campo magnético producido por una corriente recta indefinida, son circunferencias concéntricas alrededor del hilo. Puede comprobarse desparramando limaduras de hierro sobre una superficie perpendicular a un cable que lleva una corriente eléctrica.

Las otras opciones:
A. Falsa. La ley de Faraday - Lenz dice que la f.e.m. inducida en una espira es igual a la variación con el tiempo del flujo magnético Φ_B que la atraviesa.
C. Falsa. El campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, no es conservativo. La circulación del vector $\overline{\boldsymbol{B}}$ a lo largo de una línea l cerrada no es nula, por la ley de Ampère.

$$\oint \vec{\boldsymbol{B}}\, \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

3. Un hilo recto y conductor de longitud ℓ y corriente I, situado en un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$, sufre una fuerza de módulo $I \cdot \ell \cdot B$:
   A) Si I y $\overline{\boldsymbol{B}}$ son paralelos y del mismo sentido.
   B) Si I y $\overline{\boldsymbol{B}}$ son paralelos y de sentido contrario.
   C) Si I y $\overline{\boldsymbol{B}}$ son perpendiculares.

(P.A.U. sep. 08)

Solución: C

La 2.ª ley de Laplace dice que la fuerza, $\overline{\boldsymbol{F}}$, ejercida por un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, uniforme sobre un cable recto de longitud l por el que pasa una corriente de intensidad i viene dado por el producto vectorial del vector $\overline{\boldsymbol{l}}$ por el vector campo $\overline{\boldsymbol{B}}$ magnético multiplicado por la intensidad de corriente, i, que atraviesa el conductor.

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = i\,(\overline{\boldsymbol{l}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

El producto vectorial de dos vectores $\overline{\boldsymbol{l}}$ y $\overline{\boldsymbol{B}}$ es otro vector cuyo módulo vale el producto de los módulos l y B por el seno del ángulo que forman cuando coinciden sus orígenes.

$$|\overline{\boldsymbol{F}}_B| = i \cdot |\overline{\boldsymbol{l}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{B}}| \operatorname{sen} \varphi$$

Se puede escribir también como:

$$F = i \cdot l \cdot B \operatorname{sen} \varphi$$

Cuando el cable es perpendicular al campo magnético, sen $\varphi = 1$.

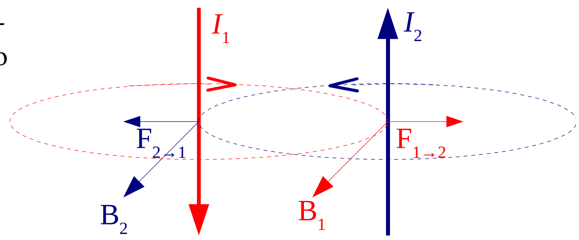
$$F = i \cdot l \cdot B$$

4. Dos hilos paralelos muy largos con corrientes eléctricas I e I' estacionarias y del mismo sentido:
   A) Se atraen entre sí.
   B) Se repelen entre sí.
   C) No interaccionan.

(P.A.U. jun. 06)

Solución: C

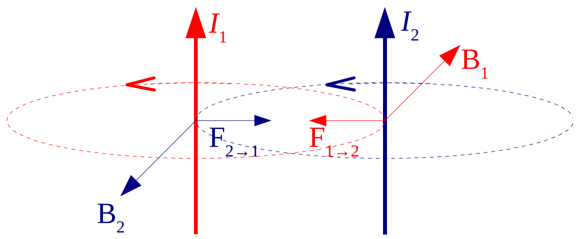
La dirección del campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, creado por una intensidad, I, de corriente que circula por un conductor rectilíneo indefinido es circular alrededor del hilo y su valor en un punto a una distancia, r, del hilo viene dada por la ley de Biot-Savart:



$$B=\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

Su sentido es el del cierre de la mano derecha con el pulgar apuntando en el sentido de la corriente. (Regla de la mano derecha).

La 2.ª ley de Laplace da el valor, dirección y sentido de la fuerza, $\overline{\boldsymbol{F}}$, debida a un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, sobre un tramo, $\overline{\boldsymbol{l}}$, recto de corriente por el que circula una intensidad, I, de corriente eléctrica.



$$\overline{\boldsymbol{F}} = I\,(\overline{\boldsymbol{l}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Al ser un producto vectorial, la dirección de la fuerza es perpendicular al tramo $\overline{\boldsymbol{l}}$ de corriente y también perpendicular al vector campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$. El sentido viene dado por otra regla de la mano derecha (al cerrar la mano desde el primer vector $\overline{\boldsymbol{l}}$ hacia el segundo $\overline{\boldsymbol{B}}$, el sentido de la fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$ es el del dedo pulgar).
Si las corrientes son de sentidos opuestos los hilos se repelen.
Si las corrientes son del mismo sentido los hilos se atraen.

5. Un cable recto de longitud ℓ y corriente i está colocado en un campo magnético uniforme $\overline{\boldsymbol{B}}$ formando con él un ángulo θ. El módulo de la fuerza ejercida sobre dicho cable es:
A) $i\,\ell\,B$ tg θ
B) $i\,\ell\,B$ sen θ
C) $i\,\ell\,B$ cos θ

(P.A.U. sep. 05)

Solución: B

La 2.ª ley de Laplace dice que la fuerza, $\overline{\boldsymbol{F}}$, ejercida por un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, uniforme sobre un cable recto de longitud l por el que pasa una corriente de intensidad i viene dado por el producto vectorial del vector $\overline{\boldsymbol{l}}$ por el vector campo, $\overline{\boldsymbol{B}}$, magnético multiplicado por la intensidad de corriente, i, que atraviesa el conductor.

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = i\,(\overline{\boldsymbol{l}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

El producto vectorial de dos vectores $\overline{\boldsymbol{l}}$ y $\overline{\boldsymbol{B}}$ es otro vector cuyo módulo vale el producto de los módulos l y B por el seno del ángulo que forman cuando coinciden sus orígenes.

$$|\overline{\boldsymbol{F}}_B| = i \cdot |\overline{\boldsymbol{l}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{B}}| \text{ sen } \varphi$$

Se puede escribir también como:

$$F = i \cdot l \cdot B \text{ sen } \varphi$$

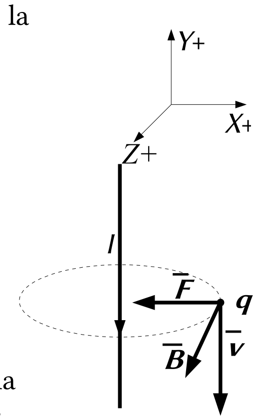
6. Se dispone de un hilo infinito recto y con corriente eléctrica I. Una carga eléctrica $+q$ próxima al hilo moviéndose paralelamente a él y en el mismo sentido que la corriente:
A) Será atraída.
B) Será repelida.
C) No experimentará ninguna fuerza.

(P.A.U. jun. 04)

Solución: A

La dirección del campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, creado por una intensidad, I, de corriente que circula por un conductor rectilíneo indefinido es circular alrededor del hilo y su valor en un punto a una distancia, r, del hilo viene dada por la ley de Biot-Savart:

$$B=\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$



Su sentido es el del cierre de la mano derecha con el pulgar apuntando en el sentido de la corriente. (Regla de la mano derecha).
En un sistema de coordenadas como el de la figura, el vector campo magnético sería:

$$\overline{\boldsymbol{B}} = B\,\overline{\mathbf{k}}$$

La fuerza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$, viene dada por la ley de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

La fuerza magnética es perpendicular a la dirección de movimiento de la partícula y al campo magnético.
El sentido de la fuerza, $\overline{\boldsymbol{F}}$, del campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, producido por la corriente, I, sobre la carga $+q$ que se mueve paralelamente y en el mismo sentido que la corriente se deduce del producto vectorial.

$$\overline{\boldsymbol{F}} = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = q\,(v\,(-\overline{\mathbf{j}}) \times B\,\overline{\mathbf{k}}) = q \cdot v \cdot B\,(-\overline{\mathbf{i}})$$

La fuerza está dirigida hacia el hilo.

● Campo y potencial

1. Indica, justificando la respuesta, cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
   A) La unidad de inducción magnética es el weber (Wb).
   B) El campo magnético no es conservativo.
   C) Dos conductores rectos paralelos e indefinidos, por los que circulan corrientes I_1 e I_2 en sentido contrario, se atraen.

(P.A.U. sep. 15)

Solución: B

Para que un campo vectorial sea conservativo, la circulación del campo a lo largo de una línea cerrada debe ser nula, lo que es equivalente a decir que la circulación entre dos puntos A y B es independiente del camino seguido, solo dependería de los puntos A y B.
El campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, no es conservativo. La circulación del vector $\overline{\boldsymbol{B}}$ a lo largo de una línea l cerrada no es nula. Por la ley de Ampère.

$$\oint \vec{\boldsymbol{B}}\,\mathrm{d}\,\vec{l}=\mu_0 \sum I$$

Las otras opciones:
A. Falsa. La unidad de inducción magnética es el tesla (T). El weber (Wb) es la unidad de flujo magnético.

$$\mathrm{Wb} = \mathrm{T} \cdot \mathrm{m}^2$$

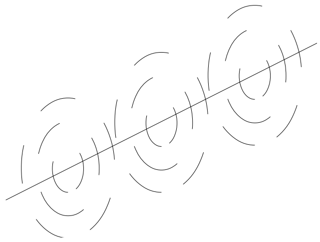
C. Falsa. Se repelen. Ver respuesta de junio de 2006

2. Las líneas de fuerza del campo magnético son:
   A) Siempre cerradas.
   B) Abiertas o cerradas dependiendo del imán o bobina.
   C) Abiertas como las del campo eléctrico.

(P.A.U. sep. 13)

Solución: A

Si el campo magnético es producido por un imán, un solenoide o una espira, las fuentes del campo magnético son los polos N del elemento mientras que los sumideros son los polos S. Pero como ambos polos son inseparables, las líneas de campo son cerradas.
(Si partimos un imán en dos, cada parte sigue teniendo dos polos. No se pueden conseguir por división monopolos magnéticos)
Si el campo es producido por una corriente rectilínea indefinida, las líneas de campo son circunferencias concéntricas alrededor del hilo.

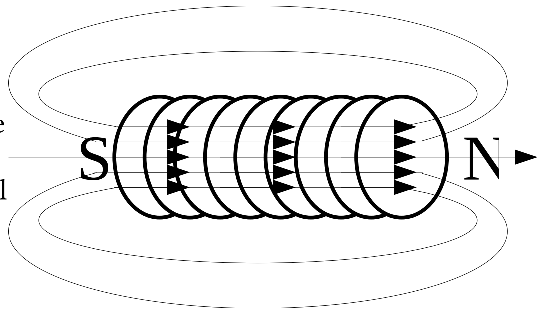


3. Las líneas del campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ creado por una bobina ideal:
A) Nacen en la cara norte y mueren en la cara sur de la bobina.
B) Son líneas cerradas sobre sí mismas que atraviesan la sección de la bobina.
C) Son líneas cerradas alrededor de la bobina y que nunca la atraviesan.

(P.A.U. jun. 06)

Solución: B

Las líneas de campo magnético son líneas cerradas.
En una bobina recta las líneas son cerradas, que en el exterior salen del polo (o cara) norte y entran por el polo sur, de forma análoga a las de un imán rectangular, recorriendo el interior de la bobina (desde el polo sur hacia el polo norte).
En una bobina toroidal las líneas son cerradas, encerradas en el interior de la bobina, y en el exterior de ella no hay líneas de campo magnético. En este caso no existen polos norte ni sur.



● Inducción electromagnética

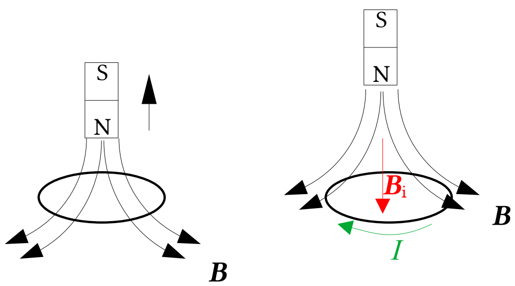
1. Se induce corriente en sentido horario en una espira en reposo si:
A) Acercamos el polo norte o alejamos el polo sur de un imán rectangular.
B) Alejamos el polo norte o acercamos el polo sur.
C) Mantenemos en reposo el imán y la espira.

(P.A.U. sep. 15)

Solución: B

La ley de Faraday-Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$



Al alejar el polo norte del imán disminuye el número de líneas de campo magnético que atraviesan la espira, por lo que la corriente inducida circulará en el sentido de «corregir» la disminución de líneas, es decir, lo hará de modo que el campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}_\mathrm{i}$, debido a la corriente, I, inducida tenga el mismo sentido que tenía el del imán. Por la regla de la mano derecha, la corriente debe ser en sentido horario.

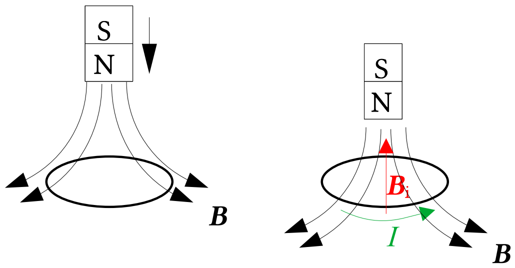
2. Si se acerca el polo norte de un imán recto al plano de una espira plana y circular:
   A) Se produce en la espira una corriente inducida que circula en sentido antihorario.
   B) Se genera un par de fuerzas que hace rotar la espira.
   C) La espira es atraída por el imán.

(P.A.U. sep. 06)

Solución: A

La ley de Faraday-Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

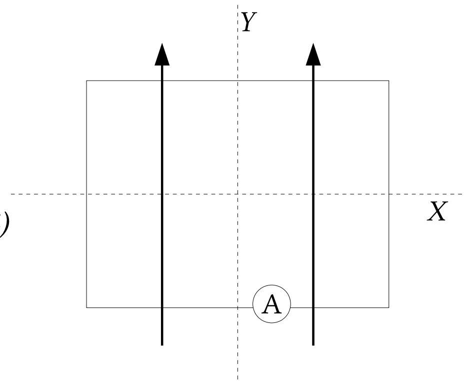
$$\varepsilon=\frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$



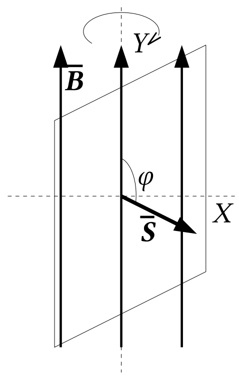
Al acercar el polo norte del imán, aumenta el número de líneas de campo magnético que atraviesan la espira, por lo que la corriente inducida circulará en el sentido de «corregir» el aumento de líneas, es decir, lo hará de modo que el campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{i}}$, debido a la corriente, I, inducida tenga sentido opuesto al que tenía el del imán. Por la regla de la mano derecha, la corriente debe ser en sentido antihorario.

3. Una espira rectangular está situada en un campo magnético uniforme, representado por las flechas de la figura. Razona si el amperímetro indicará paso de corriente:
   A) Si la espira gira alrededor del eje Y.
   B) Si gira alrededor del eje X.
   C) Si se desplaza a lo largo de cualquier de los ejes X o Y.

(P.A.U. sep. 04)



Solución: B



La ley de Faraday-Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon=\frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

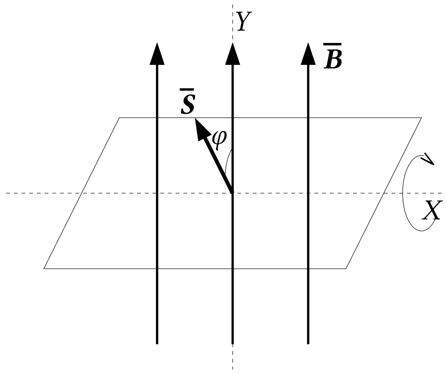
El flujo magnético es el producto escalar del vector $\overline{\boldsymbol{B}}$, campo magnético, por el vector $\overline{\boldsymbol{S}}$, perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cdot \cos\,\varphi$$

Cuando la espira gira alrededor del eje Y, el flujo magnético no varía, puesto que es nulo todo el tiempo: las líneas del campo magnético no atraviesan la superficie de la espira ni cuando la espira está en reposo ni cuando gira alrededor del eje Y, pues son siempre paralelas al plano de la espira. El ángulo φ vale siempre $\pi/2$ rad y el cos $\pi/2 = 0$.

Pero cuando la espira gira alrededor del eje X, las líneas de campo atraviesan la superficie plana delimitada por la espira, variando el flujo magnético desde 0 hasta un máximo cuando la espira está en el plano XZ perpendicular al eje Y que es el del campo magnético. Luego vuelve a disminuir hasta hacerse nulo cuando haya girado π rad.

Al desplazarse la espira, siempre paralelamente a las líneas de campo, el flujo seguirá siendo nulo en todos los casos.



4. Una espira está situada en el plano *XY* y es atravesada por un campo magnético constante $\overline{\boldsymbol{B}}$ en dirección del eje *Z*. Se induce una fuerza electromotriz:
   A) Si la espira se mueve en el plano *XY*.
   B) Si la espira gira alrededor de un eje perpendicular a la espira.
   C) Si se anula gradualmente el campo $\overline{\boldsymbol{B}}$.

(P.A.U. sep. 12)

Solución: C

La ley de Faraday-Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon=\frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

El flujo magnético es el producto escalar del vector $\overline{\boldsymbol{B}}$, campo magnético, por el vector $\overline{\boldsymbol{S}}$, perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Si se anula gradualmente el campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, se produce una variación de flujo magnético, Φ, y una fuerza electromotriz inducida, que, por la ley de Lenz, se opondrá a la disminución del flujo magnético que atraviesa la espira.

Las otras opciones:
A: Falsa. Si la espira se mueve en el plano *XY* que la contiene, no se produce variación de campo magnético ni de la superficie atravesada por él (a no ser que la espira salga de la zona del campo). Si el flujo magnético a través de la espira no varía, no se producirá ninguna f.e.m. inducida.
C: Falsa. Si la espira gira alrededor del eje *Z*, el flujo magnético no varía, puesto que la superficie atravesada es siempre la misma.

5. Según la ley de Faraday-Lenz, un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ induce fuerza electromotriz en una espira plana:
   A) Si un $\overline{\boldsymbol{B}}$ constante atraviesa al plano de la espira en reposo.
   B) Si un $\overline{\boldsymbol{B}}$ variable es paralelo al plano de la espira.
   C) Si un $\overline{\boldsymbol{B}}$ variable atraviesa el plano de la espira en reposo.

(P.A.U. jun. 10)

Solución: C

La ley de Faraday-Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respeto al tiempo.

$$\varepsilon=\frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

El flujo magnético es el producto escalar del vector $\overline{\boldsymbol{B}}$, campo magnético, por el vector $\overline{\boldsymbol{S}}$, perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Si un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, variable atraviesa el plano de la espira en reposo, el ángulo $\varphi \neq 90°$, por lo que $\cos \varphi \neq 0$. Si B es variable, su derivada no es nula, y existirá una f.e.m.

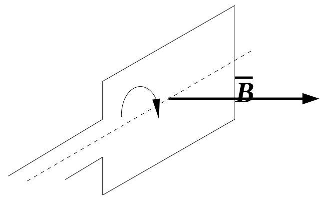
$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}=-\frac{d\left(B\cdot S\cdot\cos\varphi\right)}{\mathrm{d}\,t}=-S\cdot\operatorname{sen}\varphi\cdot\frac{\mathrm{d}\,B}{\mathrm{d}\,t}\neq 0$$

Las otras opciones:
A. Si el campo es constante y la espira está en reposo, todo es constante y la derivada es nula: no hay f.e.m.
B. Si el campo es variable, pero es paralelo al plano de la espira, el ángulo entre el campo $\overline{\boldsymbol{B}}$ y el vector superficie (perpendicular a la espira) es de 90° y cos 90° = 0.

6. Para construir un generador elemental de corriente alterna con una bobina y un imán (haz un croquis):
A) La bobina gira con respecto al campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$.
B) La sección de la bobina se desplaza paralelamente a $\overline{\boldsymbol{B}}$.
C) La bobina está fija y es atravesada por un campo $\overline{\boldsymbol{B}}$ constante.

(P.A.U. sep. 10)

Solución: A



Se produce una corriente inducida, según la Ley de Faraday-Lenz, cuando hay una variación de flujo magnético con el tiempo.

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

El flujo magnético Φ es el producto escalar del vector $\overline{\boldsymbol{B}}$ campo magnético por el vector $\overline{\boldsymbol{S}}$ perpendicular a la sección de la bobina.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Si la bobina gira con una velocidad angular constante:

$$\omega = -\frac{\mathrm{d}\,\varphi}{\mathrm{d}\,t}$$

respecto a un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$, de forma que el ángulo φ varíe con el tiempo, la derivada del flujo respecto al tiempo es:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t} = -\frac{\mathrm{d}\left(B \cdot S \cos \varphi\right)}{\mathrm{d}\,t} = -B \cdot S \cdot \frac{\mathrm{d} \cos \varphi}{\mathrm{d}\,t} = B \cdot S \cdot \omega \cdot \operatorname{sen} \varphi = B \cdot S \cdot \omega \cdot \operatorname{sen}\left(\varphi_0 + \omega \cdot t\right)$$

Se produce una f.e.m. variable con el tiempo (sinusoidal).

7. Una espira se mueve en el plano XY, donde también hay una zona con un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ constante en dirección $+Z$. Aparece en la espira una corriente en sentido antihorario:
A) Si la espira entra en la zona de $\overline{\boldsymbol{B}}$.
B) Cuando sale de esa zona.
C) Cuando se desplaza por esa zona.

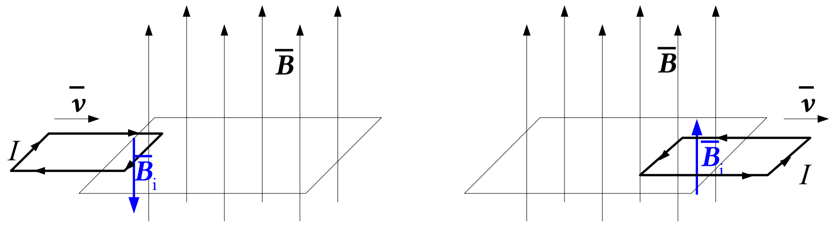
(P.A.U. sep. 16, jun. 11)

Solución: B

Por la ley de Faraday-Lenz, la fuerza electromotriz ε inducida en una espira es igual al ritmo de variación de flujo magnético, Φ, que la atraviesa:

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

El sentido se oponen a la variación de flujo.
Cuando la espira que se mueve en el plano XY entra en el campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, en dirección $+Z$, se produce una corriente inducida que se oponen al aumento del flujo saliente (visto desde lo extremo del eje Z), por lo que se producirá una corriente inducida en sentido horario, que cree un campo entrante ($-Z$). Al salir del campo, la corriente inducida en sentido antihorario creará un campo magnético saliente que se opone a la disminución del flujo entrante.



Actualizado: 16/07/24

ACLARACIONES

Los datos de los enunciados de los problemas no suelen tener un número adecuado de cifras significativas, bien porque el redactor piensa que la Física es una rama de las Matemáticas y los números enteros son números «exactos» (p. ej. la velocidad de la luz: 3·10⁸ m/s cree que es 300 000 000,000000 000 000 000... m/s) o porque aún no se ha enterado de que se puede usar calculadora en el examen y le parece más sencillo usar $3·10^8$ que 299 792 458 m/s).
Por eso he supuesto que los datos tienen un número de cifras significativas razonables, casi siempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en ciertos casos, con una incertidumbre desmedida. Así que cuando tomo un dato como $c = 3·10^8$ m/s y lo reescribo como:
Cifras significativas: 3
$c = 3{,}00·10^8$ m/s
Lo que quiero indicar es que supongo que el dato original tiene tres cifras significativas (no que las tenga en realidad) para poder realizar los cálculos con una incertidumbre más pequeña que la que tendría en ese caso. ($3·10^8$ m/s tiene una sola cifra significativa, y una incertidumbre relativa del 30 %. Como las incertidumbres se suelen acumular a lo largo del cálculo, la incertidumbre final sería inadmisible. Entonces, ¿para qué realizar los cálculos? Con una estimación sería suficiente).

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, y del traductor de la CIXUG.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Sumario

MAGNETISMO

Índice de pruebas P.A.U.