Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade	**Código: 23**

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

FÍSICA

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que podrá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo se corregirán las 5 primeras respondidas.**

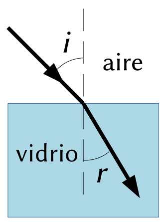
PREGUNTA 1. Responda indicando y justificando la opción correcta:
1.1. Para escalar una montaña podemos seguir dos rutas diferentes: una de pendientes muy suaves y otra con pendientes muy pronunciadas. El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo del montañero es: A) Mayor en la ruta de pendientes muy pronunciadas. B) Mayor en la ruta de pendientes muy suaves. C) Igual en ambas rutas.
1.2. Una esfera metálica se carga positivamente encontrándose en equilibrio electrostático. El campo eléctrico será: A) Nulo en el interior y constante en el exterior de la esfera. B) Máximo en la superficie y nulo en el interior. C) Aumenta linealmente desde el centro de la esfera.

PREGUNTA 2. Responda indicando y justificando la opción correcta:
2.1. Se sitúa un objeto a una distancia de 20 cm a la izquierda de una lente delgada convergente de distancia focal 10 cm. La imagen que se forma es: A) De mayor tamaño, real, derecha. B) De igual tamaño, virtual, invertida. C) De igual tamaño, real, invertida.
2.2. Un protón y una partícula α entran perpendicularmente en el seno de un campo magnético estacionario y uniforme de inducción, $\vec{B}$, describiendo trayectorias circulares de igual radio. El cociente entre las velocidades de la partícula α y del protón, $v(\alpha)$ / $v(p)$, es: A) 0,5. B) 2. C) 8. DATOS: $m(\alpha) = 4\ m(p)$; $q(\alpha) = 2\ q(p)$.

PREGUNTA 3. Responda indicando y justificando la opción correcta:
3.1. En una célula fotoeléctrica, el cátodo metálico se ilumina con una radiación de λ = 175 nm y el potencial de frenado es de 1 V. Si usamos una luz de λ = 250 nm, el potencial de frenado será: A) Menor. B) Mayor. C) Igual.
3.2. Medimos nuestro pulso en la Tierra (en reposo) observando que el tiempo entre cada latido es de 0,80 s. Después hacemos la medida viajando en una nave espacial a la velocidad de 0,70 c, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. De acuerdo con la teoría especial de la relatividad, el tiempo que medimos será: A) 1,12 s. B) 0,57 s. C) 0,80 s.

PREGUNTA 4. Desarrolle esta práctica:
Estudiando el fenómeno de la refracción en una lámina de vidrio se hace incidir un rayo de luz con distintos ángulos sobre la superficie. En la tabla al margen aparecen los ángulos de incidencia y los ángulos de refracción. a) Calcule el índice de refracción del material a partir de los datos de la tabla. b) Indique en que condiciones se produciría reflexión total. DATOS: n(aire) = 1; $c = 3\times10^8$ m·s⁻¹.

i (°)	r (°)
27	16
36	21
48	27
57	31



PREGUNTA 5. Resuelva este problema:
Un meteorito de 150 kg de masa se acerca a la Tierra y alcanza una velocidad de 30 km·s⁻¹ cuando está a una altura sobre la superficie de la Tierra igual a 6 veces el radio de ésta. Calcule: a) Su peso a esa altura. b) Su energía mecánica a esa altura. DATOS: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N·m² ·kg⁻²; M(T) = $5{,}98\times10^{24}$ kg; R(T) = $6{,}37\times10^{6}$ m.

PREGUNTA 6. Resuelva este problema:
Un dipolo eléctrico es un sistema formado por dos cargas del mismo valor y de signo contrario que están separadas una distancia fija. Si el valor absoluto de cada una de las cargas es 2 µC y están situadas en los puntos (0, 0) y (4, 0), calcule: a) El potencial eléctrico creado por el dipolo en el punto (2, 2). b) La aceleración que experimenta un protón situado en el punto medio del dipolo.
DATOS: $K = 9\times10^9$ N·m²·C⁻²; q(p) = $1{,}6\times10$^$^{-19}$ C; m(p) = $1{,}67\times10^{-27}$ kg. Las distancias están en metros.

PREGUNTA 7. Resuelva este problema:
La ecuación $y(x, t) = 0{,}04$ sen $2\pi\ (4\ t - 2\ x)$ m representa una onda que se propaga por una cuerda situada a lo largo del eje x, estando t expresado en segundos. Calcule: a) La frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. b) La diferencia de fase, en un instante determinado, entre dos puntos de la cuerda separados 1 m.

PREGUNTA 8. Resuelva este problema:
En una cueva se encuentran restos orgánicos y al realizar la prueba del carbono-14 se observa que la actividad de la muestra es de 10^6 desintegraciones/s. Sabiendo que el período de semidesintegración del carbono-14 es de 5730 años, calcule: a) La masa inicial de la muestra. b) La masa de la muestra cuando transcurran 4000 años.
DATOS: $N_A = 6{,}02\times10^{23}$ mol⁻¹; $A(^{14}C) = 14$.

Soluciones

1.1. Para escalar una montaña podemos seguir dos rutas diferentes: una de pendientes muy suaves y otra con pendientes muy pronunciadas. El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo del montañero es:
A) Mayor en la ruta de pendientes muy pronunciadas.
B) Mayor en la ruta de pendientes muy suaves.
C) Igual en ambas rutas.

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: C

La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa. Se puede definir una magnitud, llamada energía potencial, que depende solo de la posición, además de la masa. En el caso de la fuerza gravitatoria cerca de la superficie de la Tierra.

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

El trabajo realizado por una fuerza conservativa es independiente del camino, únicamente depende de los puntos inicial y final.

$$W_{1\to 2} = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p$$

$$W_{1\to 2} = m \cdot g \cdot (-\Delta h)$$

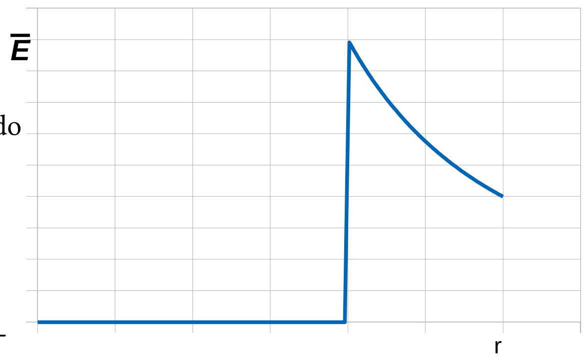
El trabajo únicamente depende de las alturas inicial y final.

1.2. Una esfera metálica se carga positivamente encontrándose en equilibrio electrostático. El campo eléctrico será:
A) Nulo en el interior y constante en el exterior de la esfera.
B) Máximo en la superficie y nulo en el interior.
C) Aumenta linealmente desde el centro de la esfera.

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: B

La intensidad, $\overline{\boldsymbol{E}}$, de campo eléctrico en el interior de un conductor metálico en equilibrio es nula. Si no fuera así, las cargas se desplazarían debido a la fuerza del campo.
El campo eléctrico en el exterior e igual que el campo creado por una carga puntual situada en el centro de la esfera, su valor disminuye con el cuadrado de la distancia al centro:



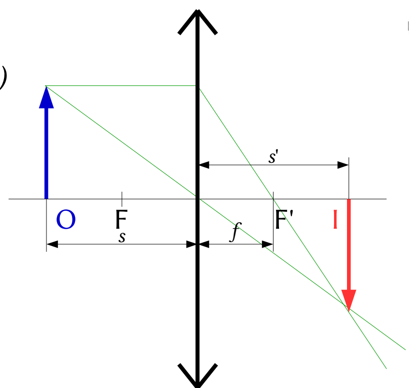
$$\vec{\boldsymbol{E}} = K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}$$

Como la carga es positiva, el valor es máximo en la superficie.

2.1. Se sitúa un objeto a una distancia de 20 cm a la izquierda de una lente delgada convergente de distancia focal 10 cm. La imagen que se forma es:
A) De mayor tamaño, real, derecha.
B) De igual tamaño, virtual, invertida.
C) De igual tamaño, real, invertida.

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: C



Se dibuja un esquema de lente convergente (una línea vertical rematada por dos puntas de flechas) y se sitúa el foco F′ a la derecha de la lente.
Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.
Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.
  Se dibuja de forma que el rayo refractado pase por el foco de la derecha F′.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.
Análisis: La imagen es real, ya que se forma a la derecha de la lente que es la zona donde se forman las imágenes reales en las lentes. Es invertida y de igual tamaño que el objeto.

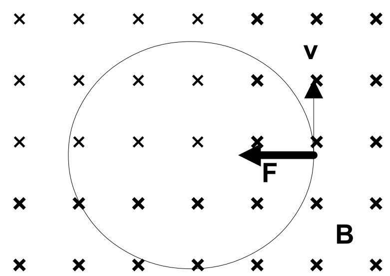
2.2. Un protón y una partícula α entran perpendicularmente en el seno de un campo magnético estacionario y uniforme de inducción, $\overline{\boldsymbol{B}}$, describiendo trayectorias circulares de igual radio. El cociente entre las velocidades de la partícula α y del protón, $v(\alpha)$ / $v(\text{p})$, es:
A) 0,5.
B) 2.
C) 8.
DATOS: $m(\alpha) = 4\ m(\text{p})$; $q(\alpha) = 2\ q(\text{p})$. *(A.B.A.U. ord. 20)*

Solución: A

La fuerza magnética $\overline{\boldsymbol{F}}_B$ sobre una carga q que se desplaza en el interior de un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ con una velocidad $\overline{\boldsymbol{v}}$ viene dada por la ley de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, ya que la aceleración solo tiene componente normal a_N.



Si solamente actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_{\text{N}} = m\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen}\varphi = m\frac{v^2}{R}$$

Como las partículas entran perpendicularmente al campo, sen φ = 1.
Despejando la velocidad v:

$$v = \frac{q \cdot B \cdot R}{m}$$

Como el radio y el campo magnético son los mismos, aplicando esta expresión tanto a la partícula α como al protón y dividiendo una entre la otra queda:

$$\frac{v_\alpha}{v_{\text{p}}} = \frac{\dfrac{q_\alpha \cdot \cancel{B \cdot R}}{m_\alpha}}{\dfrac{q_{\text{p}} \cdot \cancel{B \cdot R}}{m_{\text{p}}}} = \frac{m_{\text{p}} \cdot q_\alpha}{m_\alpha \cdot q_{\text{p}}} = \frac{m_{\text{p}} \cdot 2\,q_{\text{p}}}{4\,m_{\text{p}} \cdot q_{\text{p}}} = \frac{1}{2}$$

$$v_\alpha = 1/2\ v_{\text{p}}$$

La velocidad de la partícula alfa es la mitad que la del protón.

3.1. En una célula fotoeléctrica, el cátodo metálico se ilumina con una radiación de 175 nm de longitud de onda y el potencial de frenado es de 1 V. Si usamos una luz de 250 nm, el potencial de frenado será:
A) Menor.
B) Mayor.
C) Igual.

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: A

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.
La frecuencia de una onda es inversamente proporcional su longitud de onda λ,

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Cuanto mayor sea su longitud de onda, menor será la frecuencia y menor será la energía del fotón.
La energía cinética máxima de los electrones emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

La energía del fotón, que depende de la frecuencia f, se escribe en función de la longitud de onda λ.

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

La energía cinética E_c máxima de los electrones se escribe en función del potencial de frenado

$$E_c = |e| \cdot V$$

La ecuación de Einstein queda

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = W_e + |e| \cdot V$$

Por lo tanto, cuanto mayor sea su longitud de onda menor será la energía de los fotones y la energía cinética y el potencial de frenado de los electrones emitidos.

Si tuviésemos todos los datos para hacer los cálculos (la constante de Planck, la velocidad de la luz en el vacío y la carga del electrón) descubriríamos que la radiación de 250 nm no produciría efecto fotoeléctrico.
El trabajo de extracción es:

$$W_e = \frac{h \cdot c}{\lambda} - |e| \cdot V = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} [\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8} [\text{m/s}]}{175 \cdot 10^{-9} [\text{m}]} - 1{,}60 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 1 [\text{V}] = 9{,}74 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La energía del fotón de 250 nm vale:

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} [\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8} [\text{m/s}]}{250 \cdot 10^{-9} [\text{m}]} = 7{,}95 \cdot 10^{-19} [\text{J}]$$

Energía menor que el trabajo de extracción. No sería suficiente para producir efecto fotoeléctrico.

3.2. Medimos nuestro pulso en la Tierra (en reposo) observando que el tiempo entre cada latido es de 0,80 s. Después hacemos la medida viajando en una nave espacial a la velocidad de 0,70 c, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. De acuerdo con la teoría especial de la relatividad, el tiempo que medimos será:
A) 1,12 s.
B) 0,57 s.
C) 0,80 s.

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: C

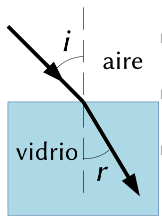
La teoría de la relatividad especial predice que el tiempo de un sistema que se mueve la velocidad muy alta relativa a un sistema en reposo, transcurre más lentamente. La dilatación del tiempo ven dada por la expresión:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Pero el tiempo propio, medido por un observador situado dentro del sistema que se mueve, es el mismo que si estuviera en reposo. El principio de relatividad dice que no se puede determinar mediante la experiencia si un sistema está en reposo o está moviéndose sea cual sea la velocidad.

4. Estudiando el fenómeno de la refracción en una lámina de vidrio se hace incidir un rayo de luz con distintos ángulos sobre la superficie. En la tabla al margen aparecen los ángulos de incidencia y los ángulos de refracción.
a) Calcula el índice de refracción del material a partir de los datos de la tabla.
b) Indica en qué condiciones se produciría reflexión total.
DATOS: n(aire) = 1; $c = 3\times10^8$ m·s⁻¹.
Rta.: a) $n_r = 1,6$; b) $\varphi > 38°$.

i (°)	r (°)
27	16
36	21
48	27
57	31



(A.B.A.U. ord. 20)

Solución:

DETERMINACIÓN DO ÍNDICE DE REFRACCIÓN DUN MEDIO en Prácticas: Orientacións xerais del *Grupo de Traballo.*

a) La ley de Snell puede resumirse en la ecuación:

$$n_i \cdot \text{sen } i = n_r \cdot \text{sen } r$$

Si el medio de incidencia es el aire, $n_i = 1$, el índice de refracción del vidrio será

$$n_r = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r}$$

Si se hace una representación gráfica de sen r frente a sen i, la pendiente de la gráfica será la inversa del índice de refracción.

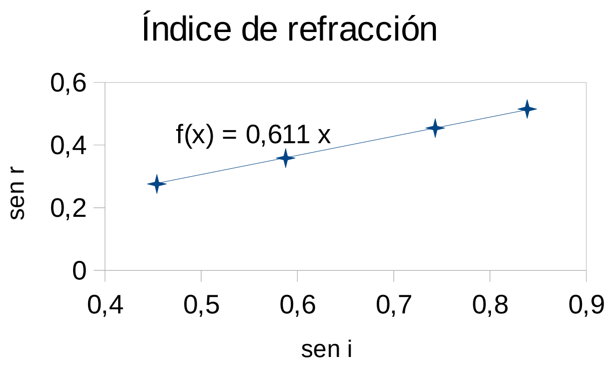
$$\text{sen } r = (1 / n_r) \cdot \text{sen } i$$

Se hace una tabla calculando los senos de los ángulos de incidencia y refracción.

i (°)	r (°)	sen i	sen r	sen i / sen r
27	16	0,454	0,276	1,647
36	21	0,588	0,358	1,640
48	27	0,743	0,454	1,637
57	31	0,839	0,515	1,628

En una hoja de cálculo se representan en una gráfica sen *r* frente a sen *i* y se traza la línea de tendencia que pasa por el origen de coordenadas.
La inversa de la pendiente será el índice de refracción:

$$n_r = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{1}{0{,}611} = 1{,}64$$



Si no se tiene una hoja de cálculo se traza a ojo la recta por los puntos. En cuyo caso la incertidumbre va a ser mucho mayor.

$$n_r = 1{,}6 \pm 0{,}1$$

A falta de papel milimetrado, el valor del índice de refracción puede calcularse como la media aritmética de los cocientes sen *i* / sen *r*

$$n_r = \frac{1{,}647 + 1{,}640 + 1{,}637 + 1{,}628}{4} = 1{,}64$$

b) La reflexión total de un rayo de luz ocurre cuando pasa de uno medio de un determinado índice de refracción a otro que tiene un índice mayor si el ángulo de incidencia fuera mayor que el ángulo límite. En este caso podría ocurrir para el rayo de luz en el interior del vidrio al llegar a la superficie de separación del aire. El ángulo límite entre este vidrio y el aire es el ángulo de incidencia a lo que correspondería un ángulo de refracción de 90°.

$$n_i \cdot \text{sen } \lambda = n_r \cdot \text{sen } 90°$$

$$\lambda = \arcsin \frac{n_r}{n_i} = \arcsin \frac{1}{1{,}64} = 38°$$

5. Un meteorito de 150 kg de masa se acerca a la Tierra y alcanza una velocidad de 30 km·s⁻¹ cuando está a una altura sobre la superficie de la Tierra igual a 6 veces el radio de esta. Calcula:
   a) Su peso a esa altura.
   b) Su energía mecánica a esa altura.
   Datos: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N·m²·kg⁻²; M(T) = $5{,}98\times10^{24}$ kg; R(T) = $6{,}37\times10^{6}$ m. *(A.B.A.U. ord. 20)*
   Rta.: a) $P_h = 30{,}1$ N; b) $E = 6{,}61\cdot10^{10}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Radio de la Tierra	$R = 6{,}37\cdot10^{6}$ m
Masa de la Tierra	$M = 5{,}98\cdot10^{24}$ kg
Constante de la gravitación universal	$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Masa del meteorito	$m = 150$ kg
Velocidad del meteorito	$v = 30{,}0$ km·s⁻¹ = $3{,}00\cdot10^{4}$ m/s
Altura	$h = 6\ R = 3{,}82\cdot10^{7}$ m
Incógnitas	
Peso del meteorito a esa altura = fuerza gravitatoria que actúa sobre él	P_h
Energía mecánica del meteorito a esa altura	E
Otros símbolos	
Radio de la órbita	r
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal, en módulos. (fuerza que ejerce un planeta esférico sobre un cuerpo puntual)	$F_G = G\frac{M\,m}{r^2}$
Energía cinética de una masa, *m*, que se mueve con una velocidad, *v*	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)	$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r}$
Energía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

a) Se calcula la distancia del meteorito con la Tierra:

$$r = R + h = R + 6\ R = 7\ R = 7 \cdot 6{,}37{\cdot}10^6\ [\mathrm{m}] = 4{,}46{\cdot}10^7\ \mathrm{m}$$

Se calcula el peso, que es la fuerza gravitatoria:

$$P_\mathrm{h}=F_\mathrm{G}=G\frac{M\cdot m}{r^2}=\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2}}]\cdot 5{,}98\cdot 10^{24}\ [\mathrm{kg}]\cdot 150\ [\mathrm{kg}]}{(4{,}46\cdot 10^7\ [\mathrm{m}])^2}=30{,}1\ \mathrm{N}$$

b) Se calcula la energía potencial:

$$E_\mathrm{p}=-G\frac{M\cdot m}{r}=-\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2}}]\cdot 5{,}98\cdot 10^{24}\ [\mathrm{kg}]\cdot 150\ [\mathrm{kg}]}{4{,}46\cdot 10^7\ [\mathrm{m}]}=-1{,}34\cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

Se calcula la energía cinética:

$$E_\mathrm{c} = m \cdot v^2 / 2 = 150\ [\mathrm{kg}] \cdot (3{,}00{\cdot}10^4\ [\mathrm{m/s}])^2 / 2 = 6{,}75{\cdot}10^{10}\ \mathrm{J}$$

La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial.

$$E = E_\mathrm{c} + E_\mathrm{p} = 6{,}75{\cdot}10^{10}\ [\mathrm{J}] + (-1{,}34{\cdot}10^9\ [\mathrm{J}]) = 6{,}61{\cdot}10^{10}\ \mathrm{J}$$

6. Un dipolo eléctrico es un sistema formado por dos cargas del mismo valor y de signo contrario que están separadas una distancia fija. Si el valor absoluto de cada una de las cargas es 2 μC y están situadas en los puntos (0, 0) y (4, 0), calcula:
   a) El potencial eléctrico creado por el dipolo en el punto (2, 2).
   b) La aceleración que experimenta un protón situado en el punto medio del dipolo.
   DATOS: $K = 9{\cdot}10^9\ \mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}$; $q(\mathrm{p}) = 1{,}6{\cdot}10^{-19}$ C; $m(\mathrm{p}) = 1{,}67{\cdot}10^{-27}$ kg. Las distancias están en metros.
   (A.B.A.U. ord. 20)

   Rta.: a) $V = 0$; b) $\overline{\boldsymbol{a}} = 8{,}62{\cdot}10^{11}\ \overline{\mathbf{i}}\ \mathrm{m/s^2}$.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición de la carga Q_1	$\overline{\boldsymbol{r}}_1 = (0, 0)$ m
Posición de la carga Q_2	$\overline{\boldsymbol{r}}_2 = (4{,}00, 0)$ m
Posición del punto 3	$\overline{\boldsymbol{r}}_3 = (2{,}00, 2{,}00)$ m
Posición del punto medio del dipolo (punto 4)	$\overline{\boldsymbol{r}}_4 = (2{,}00, 0)$ m
Valor de la carga situada en el punto 1	$Q_1 = 2{,}00\ \mu\mathrm{C} = 2{,}00{\cdot}10^{-6}$ C
Valor de la carga situada en el punto 2	$Q_2 = -2{,}00\ \mu\mathrm{C} = -2{,}00{\cdot}10^{-6}$ C
Valor de la carga del protón	$q = 1{,}60{\cdot}10^{-19}$ C
Masa del protón	$m = 1{,}67{\cdot}10^{-27}$ kg.
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00{\cdot}10^9\ \mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}$
Incógnitas	
Potencial eléctrico en el punto 3	V_3
Aceleración de un protón situado en el punto medio del dipolo	a
Otros símbolos	
Distancia	r
Ecuaciones	
Campo eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_\mathrm{A}=\sum \vec{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{A}i}$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Campo eléctrico	$\vec{\boldsymbol{E}}=\frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{q}$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$

Solución:

a)
El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.

Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*, es:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.
Se calcula la distancia del punto 1(0, 0) al punto 3(2, 2):

$$r_{13}=|\vec{r}_3-\vec{r}_1|=\sqrt{(2,00\ [\text{m}]-(0\ [\text{m}]))^2+(2,00\ [\text{m}]-0\ [\text{m}])^2}=2,83\ \text{m}$$

Se calcula el potencial en el punto 3(2, 2) debido a la carga de 2 µC situada en el punto 1:

$$V_{31}=9,00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{2,00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(2,83\ [\text{m}])}=6,36\cdot 10^3\ \text{V}$$

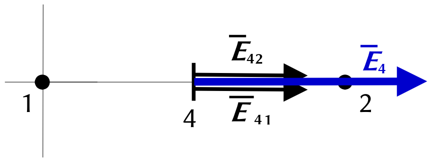
El potencial en el punto 3(2, 2), debido a la carga de −2 µC situada en el punto 2, tiene el valor opuesto, ya que la distancia es la misma, pero la carga es opuesta:

$$V_{32} = -6,36\cdot 10^3\ \text{V}$$

El potencial eléctrico de un punto debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos la cada carga. Como son opuestos, el potencial se anula.

$$V_3 = V_{31} + V_{32} = 6,36\cdot 10^3\ [\text{V}] + (-6,36\cdot 10^3\ [\text{V}]) = 0$$

b) El punto medio del dipolo es el punto 4(2, 0).
En un dibujo se sitúan los puntos 1(0, 0), 2(4, 0), y 4(2, 0).
Se supone que la carga positiva está en el punto 1.
Se dibujan los vectores del campo en el punto 4, un vector por cada carga, prestando atención al sentido.



El campo creado por la carga positiva situada en el punto 1 es de repulsión, pero el campo creado por la carga negativa situada en el punto 2 es de atracción.
La medida de ambos vectores es la misma, porque los valores de los campos son iguales, al ser iguales las distancias y los valores absolutos de las cargas.
Se dibuja el vector suma, que es el campo resultante, $\overline{E}_4$.
La medida de la resultante será el doble de la medida de uno de los campos.
Para calcular la aceleración del protón, se calcula antes la fuerza eléctrica en el punto medio, a partir del campo eléctrico.
El principio de superposición dice que la intensidad de campo electrostático en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, *Q* y *q*, separadas por una distancia, *r*, viene dada por la ley de Coulomb, en la que *K* es la constante de Coulomb y $\overline{u}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

La distancia del punto 1 al punto 4 es: $r_{14} = |(2,00, 0)\ [\text{m}] - (0, 0)| = 2,00$ m.
El vector unitario del punto 4, tomando como origen el punto 1, es $\overline{\mathbf{i}}$, el vector unitario del eje *X*.
Se calcula el campo en el punto 4, debida a la carga de 2 µC situada en el punto 1:

$$\vec{E}_{41}=9,00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{2,00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(2,00\ [\text{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=4,50\cdot 10^3\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

El campo en el punto 4, debida a la carga de 2 µC situada en el punto 2, es el mismo:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{42} = 4{,}50 \cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

Por el principio de superposición, el campo resultante en el punto 4 es la suma vectorial de los campos creados en ese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_4 = \overline{\boldsymbol{E}}_{41} + \overline{\boldsymbol{E}}_{42} = 4{,}50 \cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}] + 4{,}50 \cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}] = 9{,}00 \cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

Análisis: Coincide con el dibujo. El campo resultante del cálculo está dirigido en el sentido positivo del eje X.

Como el campo eléctrico es la fuerza sobre la unidad de carga positiva, se calcula la fuerza despejando:

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{q} \Rightarrow \overline{\boldsymbol{F}} = q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}_4 = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}] \cdot 9{,}00 \cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}] = 1{,}44 \cdot 10^{-15}\ \bar{\mathbf{i}}\ \text{N}$$

La aceleración se calcula aplicando la segunda ley de Newton:

$$\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}} \Rightarrow \vec{\boldsymbol{a}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{m} = \frac{1{,}44 \cdot 10^{-15}\ \vec{\mathbf{i}}\ [\text{N}]}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ [\text{kg}]} = 8{,}62 \cdot 10^{11}\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{m/s}^2$$

El resultado, independiente de la orientación del dipolo, sería: la aceleración del protón es de $8{,}62 \cdot 10^{11}$ m/ s², hacia la carga negativa.
Análisis: El valor de la aceleración parece demasiado grande, pero los cálculos son correctos.

7. La ecuación $y(x, t) = 0{,}04 \sin 2\pi\ (4\ t - 2\ x)$ m representa una onda que se propaga por una cuerda situada al largo del eje x, estando t expresado en segundos. Calcula:
   a) La frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
   b) La diferencia de fase, en un instante determinado, entre dos puntos de la cuerda separados 1 m.
   (A.B.A.U. ord. 20)

   Rta.: a) $f = 4$ Hz; $\lambda = 0{,}5$ m; $v_p = 2$ m/s; b) $\Delta\varphi = 4\ \pi$ rad.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ecuación de la onda	$y = 0{,}0400$ sen $2\pi\ (2{,}00\ x - 4{,}00\ t)$ [m]
Distancia entre los puntos	$\Delta x = 1{,}00$ m
Incógnitas	
Velocidad de propagación	v_p
Diferencia de fase entre dos puntos separados 25 cm	$\Delta\varphi$
Otros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	ω
Frecuencia	f
Longitud de onda	λ
Número de onda	k
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\ \pi\ /\ \lambda$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\ \pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0{,}0400 \text{ sen } 2\pi\ (2{,}00\ x - 4{,}00\ t) = 0{,}0400 \cdot \text{sen}(-8{,}00 \cdot \pi \cdot t + 4{,}00 \cdot \pi \cdot x)\ [\text{m}]$$

Frecuencia angular: $\omega = 8{,}00 \cdot \pi$ [rad/s] = 25,1 rad/s
Número de onda: $k = 4{,}00 \cdot \pi$ [rad/m] = 12,6 rad/m
Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8{,}00 \cdot \pi\ [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]}{2\pi\ [\text{rad}]} = 4{,}00\ \text{s}^{-1} = 4{,}00\ \text{Hz}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\ [\mathrm{rad}]}{4{,}00\cdot\pi\ [\mathrm{rad{\cdot}m^{-1}}]}=0{,}500\ \mathrm{m}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0{,}500\ [\mathrm{m}] \cdot 4{,}00\ [\mathrm{s^{-1}}] = 2{,}00\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$$

b) En un instante *t*, la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = [2\ \pi\ (-4{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x_2)] - [4\ \pi\ (2\ \pi\ (-4{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x_1)] = 2\ \pi \cdot 2{,}00 \cdot (x_1 - x_2) = 2\ \pi \cdot 2{,}00 \cdot \Delta x$$

$$\Delta\varphi = 2\ \pi \cdot 2{,}00 \cdot 1{,}00 = 4{,}00\ \pi\ \mathrm{rad}$$

Análisis: La distancia entre los puntos es 1,00 m *que es el doble de la longitud de onda. Como los puntos que están en fase o cuya diferencia de fase es múltiplo de 2 π se encuentran la una distancia que es múltiplo de la longitud de onda, una distancia de dos veces a longitud de onda corresponde a una diferencia de fase doble de 2 π, o sea,* 4 π rad.
Los dos puntos se encuentran en fase.

c) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v=\frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,t}=\frac{\mathrm{d}\{0{,}0400\ \mathrm{sen}\ 2\pi(2{,}00\cdot x-4{,}00\cdot t)\}}{\mathrm{d}\,t}=0{,}040\cdot 2\pi\cdot(-4{,}00)\cdot\cos(2\pi(2{,}00\cdot x-4{,}00\cdot t))\ [\mathrm{m/s}]$$

$$v = -1{,}01\ \cos\ 2\pi\ (2{,}00\ x - 4{,}00\ t) [\mathrm{m/s}]$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 1{,}01\ \mathrm{m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a=\frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t}=\frac{\mathrm{d}\{-1{,}01\cos 2\pi(2{,}00\cdot x-4{,}00\cdot t)\}}{\mathrm{d}\,t}=-1{,}01\cdot 2\pi\cdot(-4{,}00)\cdot\mathrm{sen}(2\pi(2{,}00\cdot x-4{,}00\cdot t))\ [\mathrm{m/s^2}]$$

$$a = 25{,}3 \cdot \mathrm{sen}(-3{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x)\ [\mathrm{m/s^2}]$$

La aceleración es máxima cuando $\mathrm{sen}(\varphi) = 1$

$$a_m = 25{,}3\ \mathrm{m/s^2}$$

8. En una cueva se encuentran restos orgánicos y al realizar la prueba del carbono-14 se observa que la actividad de la muestra es de 10^6 desintegraciones/s. Sabiendo que el período de semidesintegración del carbono-14 es de 5730 años, calcula:
   a) La masa inicial de la muestra.
   b) La masa de la muestra cuando transcurran 4000 años.
   DATOS: $N_A = 6{,}02{\cdot}10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$; $A(^{14}C) = 14$. *(A.B.A.U. ord. 20)*
   Rta.: a) $m_0 = 6{,}06\ \mu g$; b) $m = 3{,}74\ \mu g$.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 5\ 730$ años $= 1{,}81{\cdot}10^{11}$ s
Actividad de la muestra	$A_0 = 1{,}00{\cdot}10^6$ Bq
Tiempo para calcular la actividad	$t = 4000$ años $= 1{,}26{\cdot}10^{11}$ s
Masa atómica del ^{14}C	$M = 14{,}0$ g/mol
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}02{\cdot}10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
Incógnitas	
Masa inicial de la muestra	m_0
Masa a los 4000 años	A
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\mathrm{d}\,N / \mathrm{d}\,t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se puede calcular el número de átomos a partir de la expresión de la actividad radiactiva.
La ley de desintegración radiactiva, que dice que la cantidad de átomos que se desintegran en la unidad de tiempo es proporcional al número de átomos presentes, ($-\mathrm{d}N = \lambda \cdot N \cdot \mathrm{d}t$), puede expresarse como:

$$N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

N es la cantidad de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t, N_0 es la cantidad inicial de átomos y λ es la constante de desintegración.
Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: ($2\ N$) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2\ N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Se calcula el período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 5730\ [\text{años}] \frac{365{,}25\ [\text{días}]}{1\ [\text{año}]} \frac{24{,}0\ [\text{h}]}{1\ [\text{día}]} \frac{3600\ [\text{s}]}{1\ [\text{h}]} = 1{,}81 \cdot 10^{11}\ \text{s}$$

Se calcula la constante λ de desintegración radiactiva, a partir del período de semidesintegración.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{1{,}81 \cdot 10^{11}\ [\text{s}]} = 3{,}83 \cdot 10^{-12}\ \text{s}^{-1} = \frac{0{,}693}{5730\ [\text{anos}]} = 0{,}000175\ \text{ano}^{-1}$$

La actividad radioactiva es el número de átomos que se desintegran en un segundo. Es proporcional a la cantidad de sustancia radioactiva, siendo λ, la constante radioactiva, característica de cada isótopo.

$$A = \frac{-\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \lambda \cdot N$$

Se calcula el número de átomos inicial despejando en la actividad:

$$A = \lambda \cdot N \Rightarrow \quad N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{1{,}00 \cdot 10^6\ [\text{Bq}]}{3{,}83 \cdot 10^{-12}\ [\text{s}^{-1}]} = 2{,}61 \cdot 10^{17}\ \text{átomos}$$

Se calcula la masa, que es proporcional a la cantidad de átomos:

$$m_0 = \frac{N_0}{N_\text{A}} \cdot M = \frac{2{,}61 \cdot 10^{17}\ [\text{átomos}]}{6{,}02 \cdot 10^{23}\ [\text{átomos/mol}]} \cdot 14{,}0\ [\text{g/mol}] = 6{,}06 \cdot 10^{-6}\ \text{g} = 6{,}06\ \mu\text{g}$$

Análisis: Con la nula precisión del dato de la actividad, 10^6 Bq, *el resultado podría ser cualquiera ente* 0,1 µg *y* 10 µg.

b) Se deduce la ley de la desintegración radiactiva en función de la masa.
Como la masa, m, es proporcional a la cantidad de átomos, N: ($m = N \cdot M / N_\text{A}$), se puede obtener una expresión similar a la ley de desintegración, $N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$, multiplicando ambos miembros por (M / N_A):

$$N \cdot \frac{M}{N_\text{A}} = N_0 \cdot \frac{M}{N_\text{A}} e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad m = m_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

N_A es el número de Avogadro y M es la masa atómica del elemento.
Se calcula la masa de la muestra cuando transcurran 4000 años:

$$m = m_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t} = 6{,}06 \cdot 10^{-6}\ [\text{g}] \cdot \mathrm{e}^{-0{,}000175\ [\text{año}]^{-1} \cdot 4000\ [\text{año}]} = 3{,}74 \cdot 10^{-6}\ \text{g} = 3{,}74\ \mu\text{g}$$

Análisis: 4000 *años son algo menos que* 1 *período de semidesintegración, por lo que la masa que debe quedar debe ser un poco más que la mitad de la inicial* (6,06 µg), *lo que está de acuerdo con el resultado.*

Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, y del traductor de la CIXUG.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 16/07/24