COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

A.B.A.U.
Convocatoria extraordinaria 2024
FÍSICA

Código: 23

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que podrá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas.**

PREGUNTA 1. Interacción gravitatoria. Responda indicando y justificando la opción correcta. **(2 puntos)**
1.1. Un satélite se mueve en una órbita estable alrededor de un planeta. Su momento angular respecto al centro del planeta: A) aumenta indefinidamente; B) es cero; C) permanece constante.
1.2. Sea v_e la velocidad de escape de un cuerpo situado en la superficie de la Tierra. La velocidad de escape del cuerpo si éste se sitúa inicialmente a una altura medida desde la superficie igual a dos radios terrestres, será: A) v_e / 3; B) v_e / 2; C) v_e / $\sqrt{3}$.

PREGUNTA 2. Interacción electromagnética. Responda indicando y justificando la opción correcta. **(2 puntos)**
2.1. Si la fuerza eléctrica que una carga puntual Q_1 de –8 C situada en el punto P_1 ejerce sobre otra carga Q_2, también puntual, de –5 C, situada en P_2 vale 100 $\bar{\mathbf{i}}$, la intensidad de campo eléctrico de la carga Q_1 en el punto P_2 es: A) 20 $\bar{\mathbf{i}}$ N/C; B) -12,5 $\bar{\mathbf{i}}$ N/C; C) -20 $\bar{\mathbf{i}}$ N/C.
2.2. Una espira se coloca perpendicularmente a un campo magnético uniforme. ¿En qué caso será mayor la f.e.m. inducida por la espira?: A) si el campo magnético disminuye linealmente de 300 mT a 0 en 1 ms; B) si el campo magnético aumenta linealmente de 1 T a 1,2 T en 1 ms; c) si el campo magnético permanece constante con un valor de 1,5 T.

PREGUNTA 3. Ondas y óptica geométrica. Responda indicando y justificando la opción correcta**. (2 puntos)**
3.1. La energía mecánica de un oscilador armónico: A) se duplica cuando se duplica la amplitud de la oscilación; B) se duplica cuando se duplica la frecuencia de la oscilación; C) se cuadriplica cuando se duplica la amplitud de la oscilación.
3.2. ¿A qué distancia de una lente delgada convergente de focal 10 cm se debe situar un objeto para que su imagen real se forme a la misma distancia de la lente?: A) 5 cm; B) 20 cm; C) 10 cm.

PREGUNTA 4. Práctica de Física del siglo XX.. (2 puntos)
En un experimento sobre el efecto fotoeléctrico en un metal se observó la correlación entre el potencial de frenado, *V*(frenado), y la frecuencia, *f*, de la radiación empleada que muestra la tabla. a) Represente gráficamente la frecuencia *f* en unidades de 1014 Hz (eje Y) frente a *V*(frenado) en V (eje X) y razone si debe esperarse una ordenada en el origen positiva o negativa. b) Deduzca el valor de la constante de Planck a partir de la gráfica. DATO: $|q_e|$ = $1{,}6\times10^{-19}$ C.

V(frenado) (V)	*f* (10^{14} Hz)
0,154	4,000
0,568	5,000
0,982	6,000
1,395	7,000
1,809	8,000

PREGUNTA 5. Problema de interacción gravitatoria. (2 puntos)
El telescopio espacial Hubble (HST) orbita la Tierra de forma aproximadamente circular a una altura sobre la superficie terrestre de 520 km. Calcule: a) el período orbital del HST; b) el valor del potencial gravitacional terrestre en la órbita del HST. DATOS: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N m² kg⁻²; $M(\mathrm{T}) = 5{,}98\times10^{24}$ kg; $R(\mathrm{T}) = 6370$ km.

PREGUNTA 6. Problema de interacción electromagnética. (2 puntos)
Un ion K^+ potasio penetra con una velocidad $\bar{\boldsymbol{v}} = 8\times10^4\ \bar{\mathbf{i}}$ m/s en un campo magnético uniforme de intensidad $\bar{\boldsymbol{B}} = 0{,}1\ \bar{\mathbf{k}}$ T describiendo una trayectoria circular de 65 cm de diámetro. a) Calcule la masa del ion potasio. b) Determine el módulo, dirección y sentido del campo eléctrico que hay que aplicar en esta región para que el ion no se desvíe. DATO: $|q_e|$ = $1{,}6\times10^{-19}$ C.

PREGUNTA 7. Problema de ondas y óptica geométrica. (2 puntos)
Un rayo de luz roja se propaga por un vidrio e incide en la superficie que separa el vidrio del aire con un ángulo de 30° respecto a la dirección normal a la superficie. El índice de refracción del vidrio para la luz roja es 1,60 y el índice de refracción del aire es 1. Determine: a) el ángulo que forma el rayo refractado respecto a la dirección normal a la superficie de separación de ambos medios; b) el ángulo de incidencia máximo para que el rayo de luz roja pase al aire.

PREGUNTA 8. Problema de Física del siglo XX. (2 puntos)
En una pieza extraída de una central nuclear existen 10^{20} núcleos de un material radioactivo con un período de semidesintegración de 29 años. a) Calcule el número de núcleos que se desintegran en el primer año. b) Si la pieza es considerada segura cuando su actividad es menor de 600 Bq, determine cuántos años deben transcurrir para alcanzar ese valor.

Soluciones

1.1. Un satélite se mueve en una órbita estable alrededor de un planeta. Su momento angular respecto al centro del planeta:
A) Aumenta indefinidamente.
B) Es cero.
C) Permanece constante.

(A.B.A.U. extr. 24)

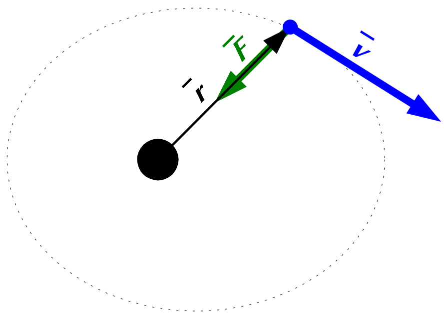
Solución: C

El campo gravitatorio es un campo de fuerzas centrales, en las que la fuerza gravitacional que ejerce el planeta sobre un satélite tiene la misma dirección (y sentido contrario) que el vector de posición del satélite colocando el origen de coordenadas en el planeta.
El momento angular, $\overline{\boldsymbol{L}}_O$, de una partícula de masa m que se mueve con una velocidad $\overline{\boldsymbol{v}}$ respecto a un punto O que se toma como origen es:

$$\overline{\boldsymbol{L}}_O = \overline{\boldsymbol{r}} \times m \cdot \overline{\boldsymbol{v}}$$

Para estudiar su variación, se deriva con respecto al tiempo:

$$\frac{\mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{L}}_O}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\,(\vec{\boldsymbol{r}} \times m \cdot \vec{\boldsymbol{v}})}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{r}}}{\mathrm{d}\,t} \times m \cdot \vec{\boldsymbol{v}} + \vec{\boldsymbol{r}} \times \frac{\mathrm{d}\,(m \cdot \vec{\boldsymbol{v}})}{\mathrm{d}\,t} = \vec{\boldsymbol{v}} \times m \cdot \vec{\boldsymbol{v}} + \vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{F}}$$



El primer sumando da el vector $\overline{\mathbf{0}}$ (cero) porque la velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$, y el momento lineal, $m \cdot \overline{\boldsymbol{v}}$, son paralelos.

$$|\overline{\boldsymbol{v}} \times m \cdot \overline{\boldsymbol{v}}| = |\overline{\boldsymbol{v}}| \cdot m \cdot |\overline{\boldsymbol{v}}| \cdot \text{sen } 0 = 0$$

El segundo sumando también da el vector $\overline{\mathbf{0}}$ porque, al ser el campo de fuerzas un campo central, el vector de posición, $\overline{\boldsymbol{r}}$, con origen en el punto origen del campo y el vector fuerza (dirigido hacia ese origen) son vectores paralelos de sentido contrario.

$$|\overline{\boldsymbol{r}} \times \overline{\boldsymbol{F}}| = |\overline{\boldsymbol{r}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{F}}| \cdot \text{sen } 180° = 0$$

La derivada es cero.

$$\frac{\mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{L}}_O}{\mathrm{d}\,t} = \vec{\boldsymbol{v}} \times m \cdot \vec{\boldsymbol{v}} + \vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{F}} = \vec{\mathbf{0}} + \vec{\mathbf{0}} = \vec{\mathbf{0}}$$

Cuando una partícula se mueve en un campo de fuerzas centrales, el momento angular, $\overline{\boldsymbol{L}}_O$, respecto al punto origen de la fuerza es un vector constante, ya que su derivada es cero.

1.2. Sea v_e la velocidad de escape de un cuerpo situado en la superficie de la Tierra. La velocidad de escape del cuerpo si éste se sitúa inicialmente a una altura medida desde la superficie igual a dos radios terrestres, será:
A) v_e / 3
B) v_e / 2
C) v_e / √3.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: C

La velocidad de escape de un astro es la velocidad mínima adicional que habría que comunicar a un cuerpo sometido a su campo gravitatorio, para situarlo en un punto en el que no esté sometido a dicha atracción, a una distancia infinita del centro del astro.
La velocidad de escape le proporcionaría la energía, ΔE, necesaria para situarlo en el infinito.

$$\Delta E = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_1$$

En el infinito la energía potencial es nula, porque se toma como origen de energías potenciales.
Teniendo en cuenta que la velocidad de escape es la velocidad mínima, la energía cinética que tendría el cuerpo en el infinito sería nula.

La energía mecánica, suma de las energías cinética y potencial, en el infinito sería nula:

$$E_\infty = (E_c + E_p)_\infty = 0 + 0 = 0$$

La energía potencial de un cuerpo de masa m situado en la superficie de un astro de masa M y radio R es:

$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{R}$$

Si el cuerpo se encuentra en la superficie del astro, en reposo respecto al suelo, su energía cinética es nula.
La energía mecánica en la superficie del astro sería:

$$E_s = (E_c + E_p)_s = 0 + \left(-G\frac{M \cdot m}{R}\right) = -G\frac{M \cdot m}{R}$$

La velocidad de escape v_e le comunicaría la energía necesaria para situarlo en el infinito:

$$\Delta E = ½\ m \cdot v_e^2 = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_s$$

$$\frac{1}{2} m\, v_e^2 = 0 - \left(-G\frac{M \cdot m}{R}\right) = G\frac{M \cdot m}{R}$$

Despejando la velocidad de escape, queda:

$$v_e = \sqrt{2\,G\frac{M}{R}}$$

Si el cuerpo se encuentra a una altura h sobre la superficie da Tierra, en reposo respecto al suelo, su energía cinética es nula.
Como la altura es igual la dos radios terrestres, a la distancia r al centro de la Tierra es:

$$r = R + h = R + 2\ R = 3\ R$$

La energía mecánica a esa altura sería:

$$E_s = (E_c + E_p)_s = 0 + \left(-G\frac{M \cdot m}{r}\right) = -G\frac{M \cdot m}{r} = -G\frac{M \cdot m}{3\ R}$$

La velocidad de escape a esa altura v_{eh} le comunicaría la energía ΔE necesaria para situarlo en el infinito.

$$\Delta E = ½\ m \cdot v^2_{eh} = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_s$$

$$\frac{1}{2} m\, v_{eh}^2 = 0 - \left(-G\frac{M \cdot m}{3\,R}\right) = G\frac{M \cdot m}{3\,R}$$

Despejando la velocidad de escape, queda:

$$v_{eh} = \sqrt{2\,G\frac{M}{3\,R}} = \sqrt{\frac{1}{3}}\sqrt{2\,G\frac{M}{R}} = \frac{v_e}{\sqrt{3}}$$

2.1. Si la fuerza eléctrica que una carga puntual Q_1 de –8 C situada en el punto P_1 ejerce sobre otra carga Q_2, también puntual, de –5 C, situada en P_2 vale 100 $\overline{\mathbf{i}}$, la intensidad de campo eléctrico de la carga Q_1 en el punto P_2 es:
A) 20 $\overline{\mathbf{i}}$ N/C.
B) -12,5 $\overline{\mathbf{i}}$ N/C.
C) -20 $\overline{\mathbf{i}}$ N/C.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: C

La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\vec{u}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E = K\frac{Q \cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot\cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{100\,\vec{\mathbf{i}}\,[\mathrm{N}]}{-5\,[\mathrm{C}]}=-20\,\vec{\mathbf{i}}\,[\mathrm{N/C}]$$

2.2. Una espira se coloca perpendicularmente a un campo magnético uniforme. ¿En qué caso será mayor la f.e.m. inducida por la espira?:
A) Si el campo magnético disminuye linealmente de 300 mT a 0 en 1 ms.
B) Si el campo magnético aumenta linealmente de 1 T a 1,2 T en 1 ms.
C) Si el campo magnético permanece constante con un valor de 1,5 T.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: A

La ley de Faraday-Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon=\frac{-\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

El flujo magnético es el producto escalar del vector $\overline{\boldsymbol{B}}$, campo magnético por el vector $\overline{\boldsymbol{S}}$, perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Si la superficie S y la orientación φ no varían, la variación de flujo magnético será proporcional a la variación de campo magnético respeto al tiempo.

$$\varepsilon=-S\cdot\cos\varphi\frac{\mathrm{d}\,B}{\mathrm{d}\,t}$$

Opción A: $\frac{\mathrm{d}\,B}{\mathrm{d}\,t}=\frac{-300\,[\mathrm{mT}]}{1\,[\mathrm{ms}]}=-300\ \mathrm{T/s}$

Opción B: $\frac{\mathrm{d}\,B}{\mathrm{d}\,t}=\frac{(1{,}2\,[\mathrm{T}]-1\,[\mathrm{T}])}{1\,[\mathrm{ms}]}=\frac{0{,}2\,[\mathrm{T}]}{1\,[\mathrm{ms}]}\frac{1\,[\mathrm{ms}]}{10^{-3}\,[\mathrm{s}]}=200\ \mathrm{T/s}$

Opción C: 0. No hay variación.

En valor absoluto, la variación es mayor en la opción A, por lo tanto, la f.e.m. inducida por la espira también será mayor.

3.1. La energía mecánica de un oscilador armónico:
A) Se duplica cuando se duplica la amplitud de la oscilación.
B) Se duplica cuando se duplica la frecuencia de la oscilación.
C) Se cuadriplica cuando se duplica la amplitud de la oscilación.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: C

La fuerza recuperadora es una fuerza conservativa (el trabajo que realiza entre dos puntos es independiente del camino seguido) y da lugar la una energía potencial en cada punto de elongación x cuya expresión es:

$$E_\mathrm{p} = ½\ k \cdot x^2$$

Siendo una fuerza conservativa, la energía mecánica valdrá lo mismo para cualquiera elongación: es constante.

$$E = (E_\mathrm{c} + E_\mathrm{p}) = ½\ m \cdot v^2 + ½\ k \cdot x^2 = ½\ m \cdot v^2{}_\mathrm{m} = ½\ k \cdot A^2$$

Para el punto de equilibrio:

$$E = E_\mathrm{c} + E_\mathrm{p} = ½\ m \cdot v^2{}_\mathrm{m} + ½\ k \cdot 0^2 = ½\ m \cdot v^2{}_\mathrm{m}$$

$$E = ½\ m \cdot v^2_m$$

Por definición, un objeto realiza un movimiento armónico simple cuando la aceleración recuperadora es proporcional a la separación de la posición de equilibrio.

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

Esto es equivalente a decir que la ecuación de movimiento es de tipo senoidal o cosenoidal.

$$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Derivando:

$$v=\frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t}=\frac{\mathrm{d}\{A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t+\varphi_0)\}}{\mathrm{d}\,t}=A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t+\varphi_0)$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = 1$

$$v_m = A \cdot \omega$$

La pulsación o fase angular, ω está relacionada con la frecuencia f por la expresión

$$\omega = 2\ \pi \cdot f$$

Sustituyendo en la ecuación de la energía total:

$$E = ½\ m \cdot v^2_m = m \cdot (A \cdot 2\ \pi\ f)^2 / 2 = 2\ \pi^2\ m \cdot A^2 \cdot f^2$$

La energía mecánica de un oscilador armónico es directamente proporcional al cuadrado de la frecuencia y al cuadrado de la amplitud.
Si la amplitud se hace el doble, la energía se cuadriplica.

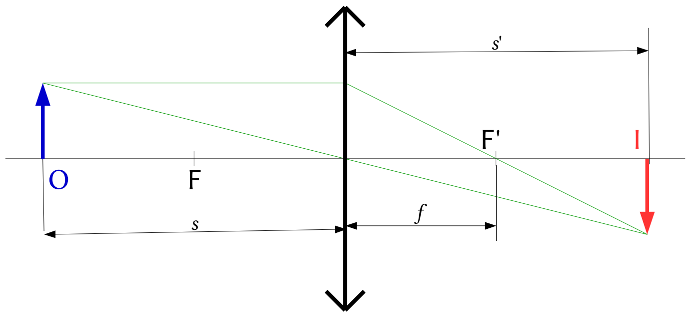
3.2. ¿A qué distancia de una lente delgada convergente de focal 10 cm se debe situar un objeto para que su imagen real se forme a la misma distancia de la lente?:
A) 5 cm
B) 20 cm
C) 10 cm.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: B

La ecuación de las lentes es:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$



Si la imagen real si forma a la misma distancia de la lente:

$$s = -s'$$

Sustituyendo y despejando la distancia de la imagen a la lente:

$$\frac{1}{-s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f} \Rightarrow -\frac{2}{s}=\frac{1}{f\,'} \Rightarrow s=-2\,f\,'$$

Para que su imagen real se forme a la misma distancia de la lente, el objeto debe colocarse a una distancia de la lente igual al doble de la distancia focal.

$$|\,s\,| = 2 \cdot f = 2 \cdot 10 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

4. En un experimento sobre el efecto fotoeléctrico en un metal se observó la correlación entre el potencial de frenado, V(frenado), y la frecuencia, f, de la radiación empleada que muestra la tabla.
a) Representa gráficamente la frecuencia f en unidades de 1014 Hz (eje Y) frente a V(frenado) en V (eje X) y razona si debe esperarse una ordenada en el origen positiva o negativa.
b) Deduce el valor de la constante de Planck a partir de la gráfica.

V(frenado) (V)	f (10^{14} Hz)
0,154	4,000
0,568	5,000
0,982	6,000
1,395	7,000
1,809	8,000

DATO: $|q_e| = 1{,}6\times10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. extr. 24)*

Rta.: a)

Solución:

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s.

El potencial de frenado es la diferencia de potencial que detiene el paso de electrones, siendo una medida de su energía cinética máxima:

$$E_c = q \cdot V$$

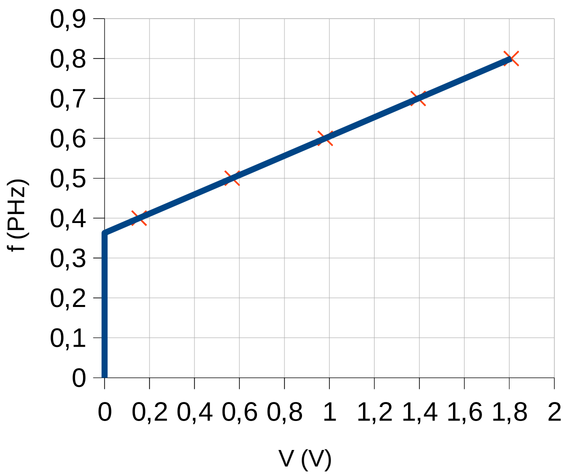
Ordenamos la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica de la frecuencia frente al potencial de frenado.

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

$$f = (q / h) \cdot V + W_e / h$$

Esta es la ecuación de una recta

$$y = m \cdot x + b$$



En ella, f es la variable dependiente (y), V es la variable independiente (x), (q / h) sería la pendiente m y (W_e / h) la ordenada b en el origen.
La ordenada en el origen tiene que ser positiva, porque corresponde a la frecuencia umbral: la frecuencia mínima de los fotones para producir el efecto fotoeléctrico.
Si se dispone duna hoja de cálculo, se le puede pedir que haga una regresión lineal para obtener la pendiente y la ordenada en el origen.
La constante de Planck se calcula de la pendiente:

$$m = 2{,}42\cdot10^{14} = q / h$$

$$h = \frac{q}{m} = \frac{1{,}6\cdot10^{-19}\ [\text{C}]}{2{,}42\cdot10^{14}\ [\text{Hz/V}]} = 6{,}6\cdot10^{-34}\ \text{J·s}$$

En la prueba de acceso no dejan, por ahora, emplear hojas de cálculo. Se puede tomar como una buena aproximación de la pendiente el cociente entre los valores de los puntos máximo y mínimo:

$$m=\frac{(8{,}000-4{,}000)\cdot 10^{14}\,[\mathrm{Hz}]}{(1{,}809-0{,}154\,[\mathrm{V}])}=2{,}417\cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz/V}$$

Con este resultado, se calcula la constante de Planck:

$$h=\frac{q}{m}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,[\mathrm{C}]}{2{,}417\cdot 10^{14}\,[\mathrm{Hz/V}]}=6{,}6\cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$$

Análisis: Este resultado es muy aproximado al valor correcto (h = 6,63·10 $^{-34}$ J·s). Aunque los datos de las medidas tienen cuatro cifras significativas, al hacer una aproximación de la pendiente y viendo que el valor de la carga del electrón solo tiene dos, el valor calculado de la constante de Planck, solo tendrá dos cifras significativas.

5. El telescopio espacial Hubble (HST) orbita la Tierra de forma aproximadamente circular a una altura sobre la superficie terrestre de 520 km. Calcula:
   a) El período orbital del HST.
   b) E valor del potencial gravitacional terrestre en la órbita del HST.
   DATOS: G = 6,67×10⁻¹¹ N m² kg⁻²; M(T) = 5,98×10²⁴ kg; R(T) = 6370 km. *(A.B.A.U. extr. 24)*
   Rta.: a) T = 1h 34min; b) V = −5,78·10⁷ J/kg.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Altura de la órbita	h = 520 km = 5,20·10⁵ m
Masa de la Tierra	M = 5,98·10²⁴ kg
Radio de la Tierra	R = 6370 k m= 6,37·10⁶ m
Constante de la gravitación universal	G = 6,67·10⁻¹¹ N·m²·kg⁻²
Incógnitas	
Período orbita	T
Potencial gravitatorio terrestre en la órbita	V
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce un planeta esférico sobre un cuerpo puntual)	$\vec{F}_G=-G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\Sigma\overline{F} = m\cdot\overline{a}$
Velocidad lineal en un movimiento circular uniforme de radio r y período T	$v=\frac{2\pi\cdot r}{T}$
Aceleración normal de un objeto que se mueve con una velocidad lineal, v, en una trayectoria circular de radio r	$a_N=\frac{v^2}{r}$
Energía cinética de una masa, m, que se mueve con una velocidad, v	$E_c = ½\, m\cdot v^2$
Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)	$E_p=-G\frac{M\cdot m}{r}$
Energía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

La fuerza gravitatoria, $\overline{F}_G$, que ejerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que gira a su alrededor en una órbita de radio r, es una fuerza central, está dirigida hacia el astro, y se rige por la ley de Newton de la gravitación universal:

$$\vec{F}_G=-G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$$

En esta expresión, G es la constante de la gravitación universal, y $\overline{u}_r$, el vector unitario en la dirección de la línea que une el astro con el satélite. En módulos:

$$F_G=G\frac{M\cdot m}{r^2}$$

En muchos casos la trayectoria del satélite es prácticamente circular alrededor del centro del astro. Como la fuerza gravitatoria es una fuerza central, la aceleración solo tiene componente normal, a_N. Al no tener aceleración tangencial, el módulo, v, de la velocidad lineal es constante y el movimiento es circular uniforme. La aceleración normal, en un movimiento circular uniforme de radio r, se obtiene de la expresión:

$$a_N=\frac{v^2}{r}$$

Como la fuerza gravitatoria que ejerce el astro sobre el satélite es mucho mayor que cualquier otra, se puede considerar que es la única fuerza que actúa.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_G$$

La 2.ª ley de Newton dice que la fuerza resultante sobre un objeto produce una aceleración directamente proporcional a la fuerza, siendo su masa, m, la constante de proporcionalidad.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

Expresada para los módulos, queda:

$$\left|\sum \vec{\boldsymbol{F}}\right| = m \cdot |\vec{\boldsymbol{a}}|$$

$$F_G = m \cdot a_N$$

Sustituyendo la expresión del módulo, F_G, de la fuerza gravitatoria, queda:

$$G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}}=\cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despejando la velocidad orbital del satélite, queda:

$$v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$$

a) El radio de la órbita es:

$$r = R + h = 6{,}37\cdot10^6\ [\text{m}] + 5{,}20\cdot10^5\ [\text{m}] = 6{,}89\cdot10^6\ \text{m}$$

Se calcula la velocidad orbital sustituyendo los valores de los datos:

$$v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}=\sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\cdot5{,}97\cdot10^{24}\ [\text{kg}]}{6{,}89\cdot10^6\ [\text{m}]}}=7{,}60\cdot10^3\ \text{m/s}$$

El período se calcula a partir de la expresión de la velocidad lineal en el movimiento circular uniforme:

$$v=\frac{2\pi\cdot r}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi\cdot r}{v}=\frac{2\cdot3{,}14\cdot6{,}89\cdot10^6\ [\text{m}]}{7{,}60\cdot10^3\ [\text{m/s}]}=5{,}70\cdot10^3\ \text{s}=1\ \text{h}\ 34\ \text{min}$$

b) El potencial gravitatorio es energía potencial de la unidad de masa.

$$V=\frac{E_p}{m}$$

La expresión de la energía potencial en la órbita es:

$$E_p=-G\frac{M\cdot m}{r}$$

La expresión del potencial queda:

$$V=\frac{-G\dfrac{M\cdot\cancel{m}}{r}}{\cancel{m}}=-G\frac{M}{r}$$

El potencial en la órbita valdrá:

$$V=-\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\cdot5{,}97\cdot10^{24}\ [\text{kg}]}{6{,}89\cdot10^6\ [\text{m}]}=-5{,}78\cdot10^7\ \text{J/kg}$$

6. Un ion K^+ potasio penetra con una velocidad $\overline{\boldsymbol{v}} = 8\times10^4\ \overline{\mathbf{i}}$ m/s en un campo magnético uniforme de intensidad $\overline{\boldsymbol{B}} = 0{,}1\ \overline{\mathbf{k}}$ T describiendo una trayectoria circular de 65 cm de diámetro.

a) Calcula la masa del ion potasio.
b) Determina el módulo, dirección y sentido del campo eléctrico que hay que aplicar en esta región para que el ion no se desvíe.

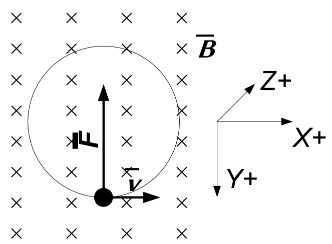
DATO: $|q_e| = 1{,}6\times10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. extr. 24)*

Rta.: a) $m = 6{,}51\cdot10^{-26}$ kg; b) $\overline{\boldsymbol{E}} = 8{,}00\cdot10^3\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Carga de la partícula	$q = 1{,}60\cdot10^{-19}$ C
Intensidad del campo magnético	$\overline{\boldsymbol{B}} = 0{,}100\ \overline{\mathbf{k}}$ T
Velocidad de la partícula	$\overline{\boldsymbol{v}} = 8{,}00\cdot10^4\ \overline{\mathbf{i}}$ m/s
Diámetro de la trayectoria circular	$d = 65{,}0$ cm $= 0{,}650$ m
Incógnitas	
Masa del ion potasio	m
Vector campo eléctrico para que lo ion no se desvíe	$\overline{\boldsymbol{E}}$
Otros símbolos	
Radio de la trayectoria circular	R
Valor de la fuerza magnética sobre la partícula	F_B
Vector fuerza eléctrica sobre la partícula	$\overline{\boldsymbol{F}}_{ER}$
Ecuaciones	
Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga, q, que se desplaza lo pones interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)	$a_N = \dfrac{v^2}{R}$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\sum\overline{\boldsymbol{F}} = m\cdot\overline{\boldsymbol{a}}$
Fuerza, $\overline{\boldsymbol{F}}_E$ ejercida por un campo electrostático, $\overline{\boldsymbol{E}}$, sobre una carga, q	$\overline{\boldsymbol{F}}_E = q\cdot\overline{\boldsymbol{E}}$

Solución:

a) Como solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, la partícula describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal a_N.



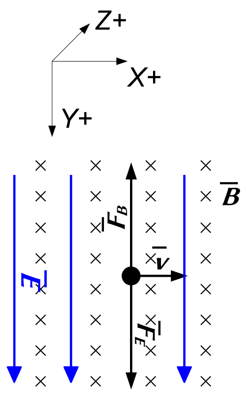
$$F_B = m\cdot a = m\cdot a_N = m\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q|\cdot B\cdot v\cdot\operatorname{sen}\varphi = m\frac{v^2}{R}$$

Si la partícula entra perpendicularmente al campo magnético, sen $\varphi = 1$.
El radio, R, es la mitad del diámetro: $R = d / 2 = 0{,}650$ [m] / 2 = 0,325 m.
Despejando la masa:

$$m = \frac{R\cdot|q|\cdot B}{v} = \frac{0{,}325\ [\text{m}]\cdot 1{,}60\cdot10^{-19}\ [\text{C}]\cdot 0{,}100\ [\text{T}]}{8{,}00\cdot10^4\ [\text{m/s}]} = 6{,}51\cdot10^{-26}\ \text{kg}$$



Análisis: En la tabla periódica se puede ver que la masa atómica del potasio es de 39,1 *u* = 39,1 g/mol. *Si se conoce que el número de Avogadro es* $6{,}02\cdot10^{23}$ *se puede calcular la masa del átomo de potasio que es prácticamente igual a la del ion:* $m = 39{,}1$ [g/mol] / $6{,}02\cdot10^{23}$ [átomos/mol] = $6{,}49\cdot10^{-23}$ g = $6{,}49\cdot10^{-26}$ kg/átomo K. *El resultado anterior es correcto.*

b) Si la fuerza eléctrica anula la magnética:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B + \overline{\boldsymbol{F}}_E = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q\cdot\overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\mathbf{0}}$$

$$\overline{\boldsymbol{E}} = -(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = -(8{,}00\cdot10^4\ \overline{\mathbf{i}}\ [\text{m/s}] \times 0{,}100\ \overline{\mathbf{k}}\ [\text{T}]) = 8{,}00\cdot10^3\ \overline{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

7. Un rayo de luz roja se propaga por un vidrio e incide en la superficie que separa el vidrio del aire con un ángulo de 30° respecto a la dirección normal a la superficie. El índice de refracción del vidrio para la luz roja es 1,60 y el índice de refracción del aire es 1. Determina:
   a) El ángulo que forma el rayo refractado respecto a la dirección normal a la superficie de separación de ambos medios.

b) El ángulo de incidencia máximo para que el rayo de luz roja pase al aire.

(A.B.A.U. extr. 24)

Rta.: a) θ_r = 53,1°; b) λ = 38,7°.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Índice de refracción del aire	$n_1 = 1{,}00$
Índice de refracción del vidrio	$n_2 = 1{,}60$
Ángulo de incidencia	$\theta_i = 30{,}0°$
Incógnitas	
Ángulo de refracción	θ_r
Ángulo de incidencia máximo para que el rayo de luz roja pase al aire	λ
Ecuaciones	
Ley de Snell de la refracción	$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$

Solución:

a) El ángulo de refracción θ_r se puede calcular aplicando la ley de Snell.

$$1{,}60 \cdot \sin 30° = 1{,}00 \cdot \sin \theta_r$$

$$\operatorname{sen} \theta_r = \frac{1{,}60 \cdot \operatorname{sen} 30°}{1{,}00} = 0{,}800$$

$$\theta_r = \arcsin 0{,}800 = 53{,}1°$$

b) Ángulo límite λ es el ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción de 90°.

$$1{,}60 \cdot \sin \lambda = 1{,}00 \cdot \sin 90{,}0°$$

$$\operatorname{sen} \lambda = 1{,}00 / 1{,}60 = 0{,}625$$

$$\lambda = \arcsin 0{,}625 = 38{,}7°$$

8. En una pieza extraída de una central nuclear existen 10^{20} núcleos de un material radioactivo con un período de semidesintegración de 29 años.
   a) Calcula el número de núcleos que se desintegran en el primer año.
   b) Si la pieza es considerada segura cuando su actividad es menor de 600 Bq, determina cuántos años deben transcurrir para alcanzar ese valor.

(A.B.A.U. extr. 24)

Rta.: a) $\Delta N = 2{,}4 \cdot 10^{18}$ núcleos; b) Δt = 780 años.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½}$ = 29 años = $9{,}15 \cdot 10^8$ s
Cantidad de la muestra	$N_0 = 1{,}00 \cdot 10^{20}$ núcleos
Tiempo transcurrido	t = 1,00 año
Actividad final	A = 600 Bq
Incógnitas	
Número de núcleos que se desintegran en el primero año	ΔN
Tiempo para que la actividad sea de 600 Bq	Δt
Otros símbolos	
Constante de desintegración radioactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radioactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Relación del período de semidesintegración con ella constante de desintegración	$T_{½} \cdot \lambda = \ln 2$
Actividad radioactiva	$A = -\mathrm{d}N / \mathrm{d}t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se deduce la relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración.
La ley de desintegración radiactiva, que dice que la cantidad de átomos que se desintegran en la unidad de tiempo es proporcional al número de átomos presentes, ($-\mathrm{d}N = \lambda \cdot N \cdot \mathrm{d}t$), puede expresarse como:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N es la cantidad de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t, N_0 es la cantidad inicial de átomos y λ es la constante de desintegración.
Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: ($2\ N$) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2\ N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

SE calcula el período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 29{,}0\ [\text{años}]\ \frac{365{,}25\ [\text{días}]}{1\ [\text{año}]}\ \frac{24{,}0\ [\text{h}]}{1\ [\text{día}]}\ \frac{3600\ [\text{s}]}{1\ [\text{h}]} = 9{,}15 \cdot 10^8\ \text{s}$$

Se calcula la constante radioactiva:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{29{,}0\ [\text{años}]} = 0{,}023\ 9\ [\text{años}]^{-1} = \frac{0{,}693}{9{,}15 \cdot 10^8\ [\text{s}]} = 7{,}57 \cdot 10^{-10}\ \text{s}^{-1}$$

Se aplica la ley de desintegración radioactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 1{,}00 \cdot 10^{20}\ [\text{núcleos}] \cdot e^{0{,}023\ 9\ [\text{año}^{-1}] \cdot 1{,}00\ [\text{años}]} = 7{,}39 \cdot 10^{10}\ \text{núcleos quedan sin desintegrar.}$$

Polo tanto, se desintegraron:

$$\Delta N = 1{,}00 \cdot 10^{20} - 9{,}76 \cdot 10^{19} = 2{,}4 \cdot 10^{18}\ \text{núcleos}$$

b) Se calcula la cantidad de núcleos que producen esa actividad radioactiva:

$$A = \lambda \cdot N \Rightarrow N = \frac{A}{\lambda} = \frac{600\ [\text{Bq}]}{7{,}57 \cdot 10^{-10}\ [\text{s}^{-1}]} = 7{,}93 \cdot 10^{11}\ \text{núcleos}$$

Se calcula el tiempo, con la ecuación de desintegración en versión logarítmica:

$$t = \frac{\ln (N_0 / N)}{\lambda} = \frac{\ln (1{,}00 \cdot 10^{20} / 7{,}93 \cdot 10^{11})}{0{,}023\ 9\ [\text{anos}^{-1}]} = 780\ \text{años}$$

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, y del traductor de la CIXUG.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 16/07/24