CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**Prueba de Evaluación del Bachillerato para el Acceso a la Universidad** **Convocatoria Extraordinaria 2023**	**Código: 23**

FÍSICA

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que podrá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas.**

PREGUNTA 1. Responda indicando y justificando la opción correcta:
1.1. Algunos átomos de nitrógeno ($^{14}_{7}N$) atmosférico chocan con un neutrón y se transforman en carbono ($^{14}_{6}C$) que, por emisión β, se convierte de nuevo en nitrógeno. En este proceso: A) se emite radiación gamma;) se emite un protón; C) no puede existir este proceso, ya que se obtendría $^{14}_{5}B$.
1.2. Si el peso de una masa m en la superficie de un planeta esférico de radio r vale 80 N, el peso de esa misma masa m en la superficie de un nuevo planeta esférico de radio 2 r será: A) 20 N; B) 40 N; C) 160 N. (Nota: la densidad de los dos planetas es la misma).

PREGUNTA 2. Responda indicando y justificando la opción correcta:
2.1. La relación entre el módulo del campo magnético B_1 creado por una corriente rectilínea indefinida I en un punto situado a la distancia perpendicular r del conductor y el B_2 creado por otra corriente 2 I en un punto situado a la distancia 3 r, B_1/B_2, es: A) 2/3; B) 9/2; C) 3/2.
2.2. La teoría ondulatoria de Huygens sobre la naturaleza de la luz está confirmada por los fenómenos: A) reflexión y formación de sombras; B) refracción e interferencias; C) efecto fotoeléctrico y efecto Compton.

PREGUNTA 3. Responda indicando y justificando la opción correcta:
3.1. Sobre una mesa, en dirección horizontal, colocamos una espira (bobina) y en su interior situamos un imán en forma de barra con sus polos norte y sur en dirección vertical. Al acercar/alejar una barra de hierro hacia el interior de la espira, en la espira: A) se induce una corriente eléctrica; B) no se induce corriente; C) no se tiene información suficiente para saber si se induce corriente eléctrica.
3.2. Un motor produce un nivel de intensidad sonora de 80 dB. La potencia que tiene el ruido del motor si está situado a 2 m es: A) 500 mW; B) 50 mW; C) 5 mW. DATO: $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

PREGUNTA 4. Desarrolle esta práctica:
Al iluminar la superficie de un metal con luz de longitud de onda 280 nm, la emisión de fotoelectrones cesa para un potencial de frenado de 1,3 V. a) Determine la función trabajo del metal y la frecuencia umbral de emisión fotoeléctrica. b) Represente la gráfica energía cinética – frecuencia y determine el valor de la constante de Planck a partir de dicha gráfica. DATOS: $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J s; $c = 3\cdot10^{8}$ m s^{-1}; $|q_e| = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

PREGUNTA 5. Resuelva este problema:
El Sentinel-1 es un satélite artificial de órbita circular polar de la Agencia Espacial Europea dentro del Programa Copérnico destinado a la monitorización terrestre y de los océanos. Está situado a 693 km sobre la superficie terrestre. a) ¿Cuántas vueltas da a la Tierra cada día? b) ¿Qué velocidad hubo que proporcionarle en el lanzamiento para ponerlo en órbita? Datos: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; M(T) = $5{,}97\cdot10^{24}$ kg; R(T) = $6{,}37\cdot10^{6}$ m.

PREGUNTA 6. Resuelva este problema:
En una región del espacio en el que hay un campo eléctrico de intensidad $\overline{\boldsymbol{E}} = 6\cdot10^3\ \bar{\mathbf{i}}$ N C^{-1} cuelga, de un hilo de 20 cm de longitud, una esfera metálica que posee una carga eléctrica de 8 μC y tiene una masa de 4 g. Calcule: a) el ángulo que forma el hilo con la vertical; b) la velocidad de la esfera cuando pasa por la vertical al desaparecer el campo eléctrico. DATO: $\overline{\boldsymbol{g}} = -9{,}8\ \bar{\mathbf{j}}$ m s^{-2}.

PREGUNTA 7. Resuelva este problema:
Una onda se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 20 m s^{-1}, una amplitud de 0,02 m y una frecuencia de 10 Hz. Determine: a) el periodo y la longitud de onda; b) la expresión matemática de la onda si en t = 0 s la partícula situada en el origen está en la posición de máxima elongación positiva.

PREGUNTA 8. Resuelva este problema:
Un objeto de 4 cm de altura está situado 20 cm delante de una lente delgada divergente de distancia focal 12 cm. a) Determine la posición y el tamaño de la imagen. b) Dibuje un esquema (marcha de rayos) con la posición del objeto, la lente y la imagen.

Soluciones

1.1. Algunos átomos de nitrógeno (${}^{14}_{7}\text{N}$) atmosférico chocan con un neutrón y se transforman en carbono (${}^{14}_{6}\text{C}$) que, por emisión β, se convierte de nuevo en nitrógeno. En este proceso:
A) Se emite radiación gamma.
B) Se emite un protón.
C) No puede existir este proceso, ya que se obtendría ${}^{14}_{5}\text{B}$.

(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: B

Las reacciones nucleares descritas en el enunciado son:

$${}^{14}_{7}\text{N} + {}^{1}_{0}\text{n} \longrightarrow {}^{14}_{6}\text{C}$$

$${}^{14}_{6}\text{C} \longrightarrow {}^{0}_{-1}\text{e} + {}_{7}\text{N}$$

La primera reacción, tal como está escrita, no respeta los principios de conservación de la carga ni el del número másico. Suponiendo que en la primera reacción se emite una partícula ${}^{A}{}_{Z}\text{X}$, y aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, queda:

$$14 + 1 = 14 + A \Rightarrow A = 1$$

$$7 + 0 = 6 + Z \Rightarrow Z = 1$$

La partícula ${}^{A}{}_{Z}\text{X}$ es ${}^{1}_{1}\text{H}$, un protón.
Las ecuaciones completas son:

$${}^{14}_{7}\text{N} + {}^{1}_{0}\text{n} \longrightarrow {}^{14}_{6}\text{C} + {}^{1}_{1}\text{H}$$

$${}^{14}_{6}\text{C} \longrightarrow {}^{0}_{-1}\text{e} + {}^{14}_{7}\text{N}$$

1.2. Si el peso de una masa m en la superficie de un planeta esférico de radio r vale 80 N, el peso de esa misma masa m en la superficie de un nuevo planeta esférico de radio 2 r será:
A) 20 N
B) 40 N
C) 160 N
Nota: la densidad de los dos planetas es la misma. *(A.B.A.U. extr. 23)*

Solución: C

El peso de una masa en un planeta es la fuerza que ejerce el planeta sobre ella, que viene dada por la ley de Newton de la gravitación universal:

$$F_{\text{G}} = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

En esta expresión, G es la constante de la gravitación universal, M es la masa del planeta, m es la masa del cuerpo y r es la distancia del objeto al centro del planeta, o sea, el radio del planeta.
Si la densidad de los dos planetas es la misma, eso significa que la masa del planeta de radio 2 r será ocho veces mayor que la masa del planeta de radio r, ya que la masa es proporcional al volumen y el volumen de una esfera de radio r es $V = 4/3\ \pi\ r^3$, proporcional al cubo de su radio.
Por tanto, llamando ρ a la densidad, M_1 y r_1 a la masa y al radio del primero planeta, y M_2 y r_2 a la masa y al radio del segundo planeta, tenemos que:

$$M_1 = \rho\ 4/3\ \pi\ r_1^3$$

$$r_2 = 2 \cdot r_1$$

$$M_2 = \rho\ 4/3\ \pi\ r_2^3 = \rho\ 4/3\ \pi\ (2 \cdot r_1)^3 = 2^3 \cdot (\rho\ 4/3\ \pi\ r_1^3) = 8\ M_1$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula de la fuerza de gravitación, obtenemos que el peso en el primero planeta es:

$$F_1 = G \frac{M_1 \cdot m}{r_1^2}$$

El peso en el segundo planeta es:

$$F_2 = G\frac{M_2 \cdot m}{r_2^2} = G\frac{8 \cdot M_1 \cdot m}{(2 \cdot r_1)^2} = \frac{8}{2^2} G\frac{M_1 \cdot m}{r_1^2} = 2\,F_1$$

El peso en el segundo planeta es el doble que en el primer planeta. Si en el primer planeta pesa 80 N, en el segundo pesará 2 · 80 = 160 N.

2.1. La relación entre el módulo del campo magnético B_1 creado por una corriente rectilínea indefinida I en un punto situado a la distancia perpendicular r del conductor y el B_2 creado por otra corriente 2 I en un punto situado a la distancia 3 r, B_1/B_2, es:
A) 2 / 3
B) 9 / 2
C) 3 / 2

(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: C

El módulo del campo magnético creado por una corriente recta indefinida sigue la ley de Biot - Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

En esta expresión B es el campo magnético, μ_0 es la constante de permeabilidad magnética del vacío, I es la intensidad de la corriente y r es la distancia perpendicular al conductor.
La expresión para el campo magnético en el primero caso es:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\,\pi \cdot r}$$

En el segundo caso:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot 2\,I}{2\,\pi \cdot 3\,r}$$

Dividiendo el campo magnético B por el campo magnético B_2, obtenemos que:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\dfrac{\cancel{\mu_0} \cdot \cancel{I}}{\cancel{2\pi \cdot r}}}{\dfrac{\cancel{\mu_0} \cdot 2\,\cancel{I}}{\cancel{2\pi} \cdot 3\,\cancel{r}}} = \frac{3}{2}$$

2.2. La teoría ondulatoria de Huygens sobre la naturaleza de la luz está confirmada por los fenómenos:
A) Reflexión y formación de sombras.
B) Refracción e interferencias.
C) Efecto fotoeléctrico y efecto Compton.

(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: B

La teoría ondulatoria de Huygens propone que la luz es una onda que se propaga en todos los sentidos desde una fuente luminosa. Esta teoría explica el fenómeno de la refracción, que es el cambio de dirección y velocidad que sufre una onda cuando pasa de un medio a otro con diferente densidad. También explica el fenómeno de las interferencias, que es la superposición de dos o más ondas que se cruzan, produciendo zonas de refuerzo y cancelación de la luz. Estos fenómenos no pueden ser explicados por la teoría corpuscular de Newton, que considera que la luz está formada por partículas. La teoría ondulatoria de Huygens fue confirmada experimentalmente por Young y Fresnel en el siglo XIX.
Las otras opciones:
A) Incorrecta. Estos fenómenos pueden ser explicados tanto por la teoría ondulatoria cómo por la teoría corpuscular. La reflexión es el cambio de dirección que sufre una onda o una partícula cuando choca contra

una superficie. La formación de sombras es la ausencia de luz en una zona donde un objeto opaco impide el paso de la luz.
C) Estos fenómenos contradicen la teoría ondulatoria y apoyan la teoría cuántica, que considera que la luz está formada por cuantos de energía llamados fotones. El efecto fotoeléctrico es la emisión de electrones por un metal cuando es iluminado por una luz con suficiente energía. El efecto Compton es el cambio de longitud de onda que sufre un fotón cuando choca con un electrón. Estos fenómenos demuestran que la luz tiene comportamiento dual, ondulatorio y corpuscular, dependiendo de las circunstancias.

3.1. Sobre una mesa, en dirección horizontal, colocamos una espira (bobina) y en su interior situamos un imán en forma de barra con sus polos norte y sur en dirección vertical. Al acercar/alejar una barra de hierro hacia el interior de la espira, en la espira:
A) Se induce una corriente eléctrica.
B) No se induce corriente.
C) No se tiene información suficiente para saber si se induce corriente eléctrica.
(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: A

Cuando se acerca o se aleja una barra de hierro hacia el interior de la espira, el campo magnético del imán varía. Esta variación del campo magnético produce una fuerza electromotriz inducida en la espira, que genera una corriente eléctrica. Este fenómeno se conoce cómo ley de Faraday-Lenz. La dirección de la corriente eléctrica depende del sentido de la variación del campo magnético, según la regla de la mano derecha.

3.2. Un motor produce un nivel de intensidad sonora de 80 dB. La potencia que tiene el ruido del motor si está situado a 2 m es:
A) 500 mW
B) 50 mW
C) 5 mW
Dato: I_0 = 10^{-12} W m^{-2}. *(A.B.A.U. extr. 23)*

Solución: C

Para resolver esta cuestión, se puede utilizar a fórmula para calcular la intensidad sonora en decibelios (dB) a partir da intensidad sonora en vatios por metro cuadrado (W/m²):

$$S=10\log\frac{I}{I_0}$$

Donde S es el nivel de intensidad sonora en dB, I es la intensidad sonora e I_0 es la intensidad de referencia.
Substituyendo los valores en la fórmula:

$$80=10\log\frac{I}{10^{-12}}$$

Despejando I:

$$I = 10^{-12} \cdot 10^{8} = 10^{-4}\ \text{W/m}^2$$

La potencia del ruido del motor a una distancia de 2 m es igual a la intensidad sonora multiplicada por el área de la esfera de radio 2 m:

$$P = I \cdot A = I \cdot 4\ \pi\ r^2 = 10^{-4}\ [\text{W/m}^2] \cdot 4\ \pi\ (2\ [\text{m}])^2 = 0{,}005\ \text{W} = 5\ \text{mW}$$

4. Al iluminar la superficie de un metal con luz de longitud de onda 280 nm, la emisión de fotoelectrones cesa para un potencial de frenado de 1,3 V.
a) Determina la función trabajo del metal y la frecuencia umbral de emisión fotoeléctrica.
b) Representa la gráfica energía cinética-frecuencia y determina el valor de la constante de Planck a partir de dicha gráfica.
Datos: h = 6,63·10^{-34} J s; c = 3·10^{8} m s^{-1}; $|q_e|$ = 1,6·10^{-19} C. *(A.B.A.U. extr. 23)*

Solución:

Esta cuestión no tiene sentido. Para poder calcular la función trabajo necesitamos el valor de la constante de Planck (¡que es un dato!). Pero en el apartado b) ¡nos piden que calculemos la constante de Planck! Piden que hagamos una gráfica, ¡pero solo nos dan valores para un punto!

Se puede resolver el apartado a) con el dato de la constante de Planck.
De la relación entre la longitud de onda y la frecuencia, $f = c / \lambda$, se obtiene la frecuencia de la radiación:

$$f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3,00\cdot 10^{8}\ [\mathrm{m\cdot s^{-1}}]}{280\ [\mathrm{nm}]}\ \frac{1\ [\mathrm{nm}]}{10^{-9}\ [\mathrm{m}]}=1,07\cdot 10^{15}\ \mathrm{Hz}$$

A partir del potencial de se obtiene la energía cinética:

$$E_c = |q_e| \cdot V = 1,6\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}] \cdot 1,3\ [\mathrm{V}] = 2,1\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

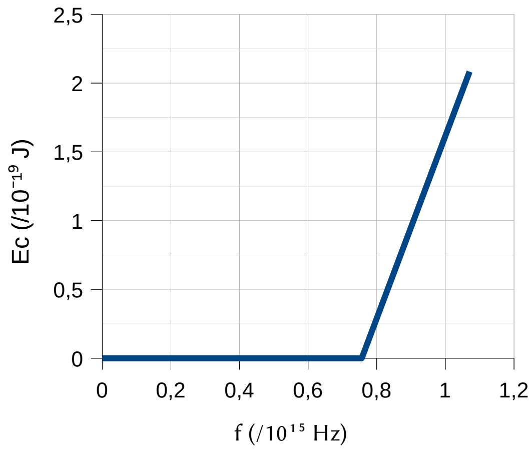
Combinando las ecuaciones de Planck, $E_f = h \cdot f$, y Einstein, $E_f = W_e + E_c$, se obtiene el trabajo de extracción:

$$W_e = E_f - E_c = 6,63\cdot 10^{-34}\ [\mathrm{J\cdot s}] \cdot 1,07\cdot 10^{15}\ [\mathrm{s^{-1}}] - 2,1\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{J}] = 5,0\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

De la relación entre el trabajo de extracción, W_e, y la frecuencia umbral, f_0, se obtiene la frecuencia umbral:

$$W_e = h \cdot f_0 \Rightarrow\ f_0=\frac{W_e}{h}=\frac{5,0\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{J}]}{6,63\cdot 10^{-34}\ [\mathrm{J\cdot s}]}=7,6\cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}$$

También se puede hacer una gráfica con dos puntos, el de los datos y el de la frecuencia umbral.



Pero no se puede determinar el valor de la constante de Planck, porque hemos empleado el valor del dato en los cálculos anteriores.
De tener los datos adecuados, con una hoja de cálculo se podría dibujar la gráfica y obtener la ecuación de la línea de tendencia.
Ordenando la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica da energía cinética frente a frecuencia.

$$E_c = E_f - W_e = h \cdot f - W_e$$

Esta es la ecuación de una recta:

$$y = m \cdot x + b$$

En ella E_c es la variable dependiente (y), f es la variable independiente (x), h sería la pendiente (m) y ($-W_e$) la ordenada b en el origen.
Calculando el valor de la pendiente se determinaría el valor de la constante de Planck.

5. El Sentinel-1 es un satélite artificial de órbita circular polar de la Agencia Espacial Europea dentro del Programa Copérnico destinado a la monitorización terrestre y de los océanos. Está situado a 693 km sobre la superficie terrestre.
   a) ¿Cuántas vueltas da a la Tierra cada día?
   b) ¿Qué velocidad hubo que proporcionarle en el lanzamiento para ponerlo en órbita?
   Datos: $G = 6,67\cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\ m^2\ kg^{-2}}$; $M(\mathrm{T}) = 5,97\cdot 10^{24}$ kg; $R(\mathrm{T}) = 6,37\cdot 10^{6}$ m. *(A.B.A.U. extr. 23)*
   Rta.: a) $f = 14,6\ \text{día}^{-1}$; b) $v = 8,29\cdot 10^{3}$ m/s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Altura de la órbita	h = 693 km = $6{,}93·10^5$ m
Masa de la Tierra	$M = 5{,}97·10^{24}$ kg
Radio de la Tierra	$R = 6{,}37·10^6$ m
Constante de la gravitación universal	$G = 6{,}67·10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Incógnitas	
Vueltas que da a la Tierra cada día (frecuencia)	f
Velocidad desde la superficie para ponerlo en órbita	v
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce un planeta esférico sobre un cuerpo puntual)	$\vec{F}_G = -G\dfrac{M \cdot m}{r^2}\vec{u}_r$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\sum\overline{F} = m \cdot \overline{a}$
Velocidad lineal en un movimiento circular uniforme de radio r y período T	$v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
Aceleración normal de un objeto que se mueve con una velocidad lineal, v, en una trayectoria circular de radio r	$a_N = \dfrac{v^2}{r}$
Energía cinética de una masa, m, que se mueve con una velocidad, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)	$E_p = -G\dfrac{M \cdot m}{r}$
Energía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

La fuerza gravitatoria, $\overline{F}_G$, que ejerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que gira a su alrededor en una órbita de radio r, es una fuerza central, está dirigida hacia el astro, y se rige por la ley de Newton de la gravitación universal:

$$\vec{F}_G = -G\frac{M \cdot m}{r^2}\vec{u}_r$$

En esta expresión, G es la constante de la gravitación universal, y $\overline{u}_r$, el vector unitario en la dirección de la línea que une el astro con el satélite. En módulos:

$$F_G = G\frac{M \cdot m}{r^2}$$

En muchos casos la trayectoria del satélite es prácticamente circular alrededor del centro del astro. Como la fuerza gravitatoria es una fuerza central, la aceleración solo tiene componente normal, a_N. Al no tener aceleración tangencial, el módulo, v, de la velocidad lineal es constante y el movimiento es circular uniforme. La aceleración normal, en un movimiento circular uniforme de radio r, se obtiene de la expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como la fuerza gravitatoria que ejerce el astro sobre el satélite es mucho mayor que cualquier otra, se puede considerar que es la única fuerza que actúa.

$$\sum\overline{F} = \overline{F}_G$$

La 2.ª ley de Newton dice que la fuerza resultante sobre un objeto produce una aceleración directamente proporcional a la fuerza, siendo su masa, m, la constante de proporcionalidad.

$$\sum\overline{F} = m \cdot \overline{a}$$

Expresada para los módulos, queda:

$$\left|\sum \vec{F}\right| = m \cdot |\vec{a}|$$

$$F_G = m \cdot a_N$$

Sustituyendo la expresión del módulo, F_G, de la fuerza gravitatoria, queda:

$$G\frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despejando la velocidad orbital del satélite, queda:

$$v=\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

a) El radio de la órbita es:

$$r = R + h = 6{,}37 \cdot 10^6 \text{ [m]} + 6{,}93 \cdot 10^5 \text{ [m]} = 7{,}06 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Se calcula la velocidad orbital sustituyendo los valores de los datos:

$$v=\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}=\sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} [\text{N·m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} [\text{kg}]}{7{,}06 \cdot 10^6 [\text{m}]}}=7{,}51 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

El período se calcula a partir de la expresión de la velocidad lineal en el movimiento circular uniforme:

$$v=\frac{2\pi \cdot r}{T} \Rightarrow T=\frac{2\pi \cdot r}{v}=\frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 7{,}06 \cdot 10^6 [\text{m}]}{7{,}51 \cdot 10^3 [\text{m/s}]}=5{,}91 \cdot 10^3 \text{ s}=1{,}64 \text{ h}$$

La frecuencia es la inversa el período:

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{1{,}64 [\text{h}]} \frac{24{,}0 [\text{h}]}{1 [\text{día}]}=14{,}6 \text{ día}^{-1}$$

b) La energía que hay que comunicarle al satélite en la superficie de un planeta es la diferencia entre la que tendrá en órbita y la que tiene en el suelo:

$$\Delta E = E(\text{órbita}) - E(\text{suelo})$$

Se calcula la energía potencial en la órbita, en función de la masa del satélite:

$$E_p=-G\frac{M \cdot m}{r}=-\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} [\text{N·m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} [\text{kg}] \cdot m}{7{,}06 \cdot 10^6 [\text{m}]}=-5{,}64 \cdot 10^7 m \text{ J}$$

Se calcula la energía cinética en la órbita, en función de la masa del satélite:

$$E_c = m \cdot (7{,}51 \cdot 10^3 \text{ [m/s]})^2 / 2 = 2{,}82 \cdot 10^7 \; m \text{ J}$$

La energía cinética es la mitad y de signo contrario que la energía potencial.
La energía (mecánica) total es la suma de las energías cinética y potencial, y vale el doble que la energía cinética, pero es negativa.

$$E = E_c + E_p = 2{,}82 \cdot 10^7 \; m \text{ [J]} - 5{,}64 \cdot 10^7 \; m \text{ [J]} = -2{,}82 \cdot 10^7 \; m \text{ J}$$

En el suelo, la energía cinética es despreciable. La energía potencial en el suelo, en función de la masa del satélite, es:

$$E_p=-G\frac{M \cdot m}{R}=-\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} [\text{N·m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} [\text{kg}] \cdot m}{6{,}37 \cdot 10^6 [\text{m}]}=-6{,}25 \cdot 10^7 m \text{ J}$$

La energía que hay que comunicarle al satélite en la superficie, en función de la masa del satélite, es:

$$\Delta E = E(\text{órbita}) - E(\text{suelo}) = -2{,}82 \cdot 10^7 \; m \text{ [J]} - (-6{,}25 \cdot 10^7 \; m \text{ [J]}) = 3{,}43 \cdot 10^7 \; m \text{ J}$$

La velocidad que se le debe comunicar es:

$$v=\sqrt{\frac{2E}{m}}=\sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}43 \cdot 10^7 m}{m}}=8{,}29 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

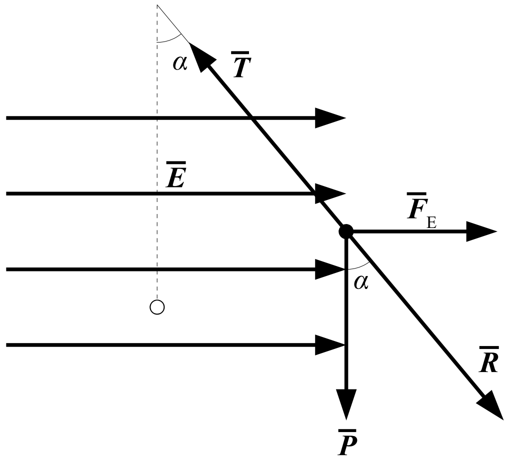
6. En una región del espacio en el que hay un campo eléctrico de intensidad $\overline{\boldsymbol{E}} = 6 \cdot 10^3 \; \overline{\mathbf{i}}$ N C⁻¹ cuelga, de un hilo de 20 cm de longitud, una esfera metálica que posee una carga eléctrica de 8 μC y tiene una masa de 4 g. Calcula:
   a) El ángulo que forma el hilo con la vertical.
   b) La velocidad de la esfera cuando pasa por la vertical al desaparecer el campo eléctrico.
   Dato: $\overline{\boldsymbol{g}} = -9{,}8 \; \overline{\mathbf{j}}$ m s⁻². *(A.B.A.U. extr. 23)*
   Rta.: a) α = 50,8°; b) v = 1,20 m/s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa de la esfera	m = 4,00 g = 4,00·10⁻³ kg

Datos	***Cifras significativas: 3***
Carga de la esfera	q = 8,00 μC = 8,00·10⁻⁶ C
Longitud del hilo	L = 20,0 cm = 0,200 m
Valor del campo eléctrico	Y = 6,00·10³ N/C
Valor del campo gravitacional terrestre	g = 9,80 m/s²
Incógnitas	
Ángulo que me la fuere el hilo con la vertical	α
Velocidad de la esfera al pasar por la vertical	v
Ecuaciones	
Campo eléctrico	$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}$
Peso	$\overline{P}=m\cdot\overline{g}$
Energía potencial de la fuerza peso	$E_p = m \cdot g \cdot h$
Energía cinética de una masa, m, que se mueve con una velocidad, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$

Solución:

a) Cuando la esfera alcanza el equilibrio, la tensión equilibra a la resultante de las fuerzas peso y eléctrica.



Se calcula la fuerza peso:

$$P = m \cdot g = 4{,}00\cdot10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}80\ [\text{m·s}^{-2}] = 0{,}0392\ \text{N}$$

Se calcula la fuerza eléctrica:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow F_E = q \cdot E = 8{,}00\cdot10^{-6}\ [\text{C}] \cdot 6{,}00\cdot10^{3}\ [\text{N/C}] = 0{,}0480\ \text{N}$$

Como son perpendiculares, la fuerza resultante vale:

$$|\vec{R}|=\sqrt{(0{,}039\ 2\ [\text{N}])^2+(0{,}048\ 0\ [\text{N}])^2}=0{,}062\ 0\ \text{N}$$

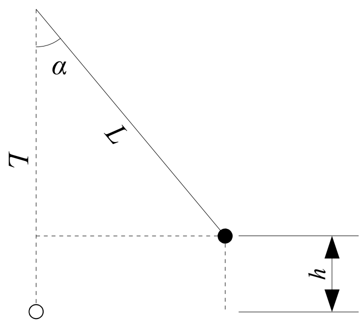
El ángulo entre la resultante y la vertical mide:

$$\alpha=\arccos\frac{P}{R}=\arccos\frac{0{,}039\ 2}{0{,}062\ 0}=50{,}8°$$

c) Al descargarse las láminas solo actúa la fuerza peso, que es una fuerza conservativa. La energía mecánica se conserva entre la posición inicial y el punto más bajo de la trayectoria.
La altura del punto de equilibrio respeto del punto más bajo puede calcularse del triángulo:

$$h = L - L \cos \alpha = L\ (1 - \cos \alpha) = 0{,}200\ [\text{m}]\ (1 - \cos 50{,}8°) = 0{,}0735\ \text{m}$$

Se calcula la energía potencial del peso en el punto de partida, tomando cómo origen de energías el punto más bajo:



$$E_p = m \cdot g \cdot h = 4{,}00\cdot10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}80\ [\text{m·s}^{-2}] \cdot 0{,}0735\ [\text{m}] = 2{,}88\cdot10^{-3}\ \text{J}$$

Se aplica el principio de conservación de la energía entre la posición inicial y el punto más bajo:

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$
$$(½\ m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_A = (½\ m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_B$$
$$0 + 2{,}88\cdot10^{-3}\ [\text{J}] = (4{,}00\cdot10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot v^2 / 2) + 0$$

Se calcula a velocidad y despejando:

$$v=\sqrt{\frac{2\,E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 2{,}88\cdot10^{-3}\ [\text{J}]}{4{,}00\cdot10^{-3}\ [\text{kg}]}}=1{,}20\ \text{m/s}$$

7. Una onda se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 20 m s⁻¹, una amplitud de 0,02 m y una frecuencia de 10 Hz. Determina:
   a) El periodo y la longitud de onda.
   b) La expresión matemática de la onda si en t = 0 s la partícula situada en el origen está en la posición de máxima elongación positiva.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) T = 0,100 s; λ = 2,00 m; b) y = 0,0200 sen(20 π t − π x + π/2) [m]

Datos	***Cifras significativas: 3***
Velocidad de propagación	v_p = 20,0 m/s
Frecuencia	f = 10,0 Hz = 10,0 s⁻¹
Amplitud	A = 0,0200 m
Elongación en x = 0 para t = 0	$y = A$ = 0,0200 m
Incógnitas	
Período	T
Longitud de onda	λ
Ecuación de la onda (frecuencia angular y número de onda)	ω, k
Otros símbolos	
Posición del punto (distancia al foco)	x
Ecuaciones	
Relación entre la frecuencia y el período	$f = 1 / T$
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$
Número de onda	$k = 2\pi / \lambda$
Frecuencia angular	$\omega = 2\pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se calcula el período a partir de la frecuencia:

$$f=\frac{1}{T} \Rightarrow T=\frac{1}{f}=\frac{1}{10{,}0\ \text{s}^{-1}}=0{,}100\ \text{s}$$

Se calcula la longitud de onda a partir de la velocidad de propagación de la onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda=\frac{v_p}{f}=\frac{20{,}0\ [\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]}{10{,}0\ [\text{s}^{-1}]}=2{,}00\ \text{m}$$

b) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido positivo del eje X:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}0\ [\text{s}^{-1}] = 20{,}0 \cdot \pi\ [\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}] = 62{,}8\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}{2{,}00\ [\text{m}]}=\pi\ \text{rad/m}=3{,}14\ \text{rad/m}$$

Se calcula la fase inicial a partir de la elongación en x = 0 para t = 0.

$$y(x, t) = 0{,}0200 \cdot \text{sen}(20\pi\, t - \pi\, x + \varphi_0)\ [\text{m}]$$

$$0{,}0200\ [\text{m}] = 0{,}0200 \cdot \text{sen}(20\pi\, t - \pi\, x + \varphi_0)\ [\text{m}] = 0{,}0200 \cdot \sin(\varphi_0)$$

$$\text{sen}(\varphi_0) = 0{,}0200 / 0{,}0200 = 1{,}00$$

$$\varphi_0 = \text{arcsen}\ 1{,}00 = \pi / 2\ \text{rad}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0{,}0200\ \text{sen}(20\pi\, t - \pi\, x + \pi/2)\ [\text{m}]$$

8. Un objeto de 4 cm de altura está situado 20 cm delante de una lente delgada divergente de distancia focal 12 cm.
   a) Determina la posición y el tamaño de la imagen.
   b) Dibuja un esquema (marcha de rayos) con la posición del objeto, la lente y la imagen.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) s' = −7,50 cm; y' = 1,50 cm

Datos (convenio de signos DIN) | ***Cifras significativas: 2***

Altura del objeto	y = 4,0 cm = 0,040 m
Posición del objeto	s = -20 cm = −0,20 m
Distancia focal de la lente	f = −12 cm = −0,12 m
Incógnitas	
Posición de la imagen	s'
Altura de la imagen	y'
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes	$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$
Aumento lateral en las lentes	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$

Solución:

a) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda de la lente tienen signo negativo.
Para una lente divergente, f = -0,12 m.
Se sustituyen los datos en la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'}-\frac{1}{-0{,}20\,[\mathrm{m}]}=\frac{1}{-0{,}12\,[\mathrm{m}]}$$

Se calcula la posición de la imagen despejando:

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{-0{,}12\,[\mathrm{m}]}+\frac{1}{-0{,}20\,[\mathrm{m}]}=-8{,}3\,[\mathrm{m}]^{-1}-5{,}0\,[\mathrm{m}]^{-1}=-13{,}3\,[\mathrm{m}]^{-1} \Rightarrow s' = -0{,}075 \text{ m} = = -7{,}5 \text{ cm}$$

La imagen se forma a 7,5 cm a la izquierda de la lente.

Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en las lentes, y se calcula la altura de la imagen despejando:

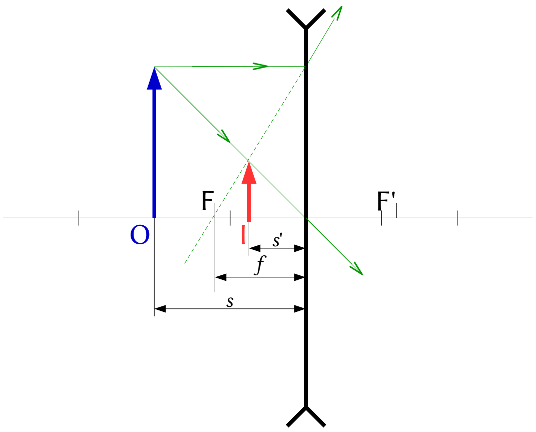
$$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s} \quad =\frac{-0{,}075\,[\mathrm{m}]}{-0{,}20\,[\mathrm{m}]}=0{,}38$$

$$y' = A_L \cdot y = 0{,}38 \cdot 0{,}04 \text{ m} = 0{,}015 \text{ m} = 1{,}5 \text{ cm}$$

La imagen es virtual ($s' < 0$), derecha ($A_L > 0$) y menor ($|A_L| < 1$).

b)
Se dibuja un esquema de lente divergente (una línea vertical rematada por dos «ángulos» o puntas de flechas invertidas), y se sitúa el foco F a la izquierda de la lente.
Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.
Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.
  Se dibuja de forma que su prolongación pase por el foco de la izquierda F, un punto simétrico al foco F′.



Los rayos no se cortan. Se corta el rayo dirigido al centro de la lente con la prolongación del rayo refractado.
El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

Análisis: Los resultados de los cálculos numéricos están en consonancia con el dibujo.

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.

Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, y del traductor de la CIXUG.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 16/07/24