Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade — Código: 23

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2020

FÍSICA

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que podrá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Se responde más preguntas de las permitidas, **solo se corregirán las 5 primeras respondidas.**

PREGUNTA 1. Responda indicando y justificando la opción correcta:
1.1. Un satélite gira alrededor de un planeta en una trayectoria elíptica. ¿Cuál de las siguientes magnitudes permanece constante?: A) El momento angular. B) El momento lineal. C) La energía potencial.
1.2. Una partícula se mueve en un círculo de radio r perpendicularmente a un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$. Si duplicamos el valor de B, el valor de r : A) Se duplica. B) Se reduce a la mitad. C) No varía.

PREGUNTA 2. Responda indicando y justificando la opción correcta:
2.1. Para obtener una imagen virtual y derecha con una lente delgada convergente, de distancia focal f, el objeto debe estar a una distancia de la lente: A) Menor que f. B) Mayor que f y menor que $2f$. C) Mayor que $2f$.
2.2. Se induce corriente en una espira conductora si: A) Es atravesada por un flujo magnético constante. B) Gira en el seno de un campo magnético uniforme. C) En ambos casos.

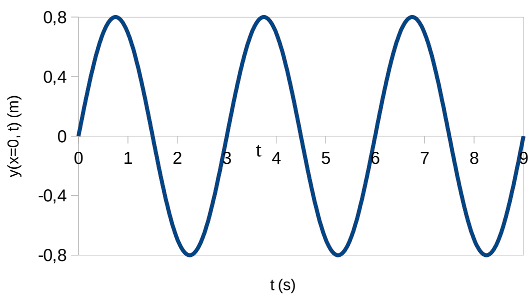
PREGUNTA 3. Responda indicando y justificando la opción correcta:
3.1. El silbato de una locomotora emite un sonido de 435 Hz de frecuencia. Si la locomotora se mueve acercándose a un observador en reposo, la frecuencia percibida por el observador es: A) 435 Hz. B) Mayor que 435 Hz. C) Menor que 435 Hz.
3.2. Una muestra de una sustancia radiactiva contenía hace 10 años el doble de núcleos que en el instante actual; por lo tanto, el número de núcleos que había hace 30 años respecto al momento actual era: A) Seis veces mayor. B) Tres veces mayor. C) Ocho veces mayor.

PREGUNTA 4. Desarrolle esta práctica:
En una experiencia para calcular el trabajo de extracción de un metal observamos que los fotoelectrones expulsados de su superficie por una luz de 4×10^{-7} m de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de 0,80 V. Y si la longitud de onda es de 3×10^{-7} m el potencial de frenado es 1,84 V. a) Represente gráficamente la frecuencia frente al potencial de frenado. b) Determine el trabajo de extracción a partir de la gráfica.
DATOS: $c = 3\times10^{8}$ m·s^{-1}; $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J·s; $|q_e| = 1{,}6\times10^{-19}$ C.

PREGUNTA 5. Resuelva este problema:
La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta esférico de 4100 km de radio es 7,2 m·s^{-2}. Calcule: a) La masa del planeta. b) La energía mínima necesaria que hay que comunicar a un minisatélite de 3 kg de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y situarlo a 1000 km de altura sobre la misma, en una órbita circular alrededor del planeta. DATO: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N·m^2 ·kg^{-2}.

PREGUNTA 6. Resuelva este problema:
Dos cargas puntuales de −6 μC cada una están fijas en los puntos de coordenadas (−5, 0) y (5, 0). Las coordenadas están expresadas en metros. Calcule: a) El vector campo electrostático en el punto (15, 0). b) La velocidad con la que llega al punto (10, 0) una partícula de masa 20 g y carga 8 μC que se abandona libremente en el punto (15, 0).
DATO: $K = 9\times10^{9}$ N·m^2·C^{-2}.

PREGUNTA 7. Resuelva este problema:
Una onda armónica transversal de longitud de onda λ = 60 cm se propaga en el sentido positivo del eje X. En la gráfica se muestra la elongación (y) del punto de coordenada x = 0 en función del tiempo.
Determine: a) La expresión matemática que describe esta onda, indicando el desfase inicial, la frecuencia y la amplitud de la onda. b) La velocidad de propagación de la onda.



PREGUNTA 8. Resuelva este problema:
Un buceador enciende una linterna dentro del agua y la enfoca hacia la superficie formando un ángulo de 30° con la normal. a) ¿Con qué ángulo emergerá la luz del agua? b) ¿Cuál es el ángulo de incidencia a partir del cual la luz no saldrá del agua? DATOS: n(agua) = 4/3; n(aire) = 1.

Soluciones

1.1. Un satélite gira alrededor de un planeta en una trayectoria elíptica. ¿Cuál de las siguientes magnitudes permanece constante?:
A) El momento angular.
B) El momento lineal.
C) La energía potencial.

(A.B.A.U. extr. 20)

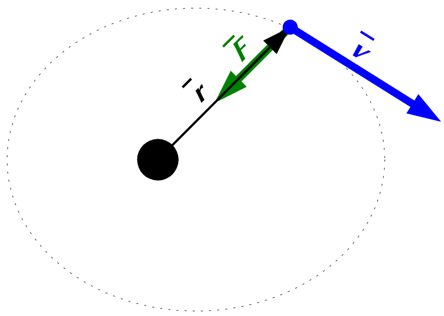
Solución: A

El campo gravitatorio es un campo de fuerzas centrales, en las que la fuerza gravitatoria que ejerce el planeta sobre un satélite tiene la misma dirección (y sentido contrario) que el vector de posición del satélite colocando el origen de coordenadas en el planeta.
El momento angular, $\overline{\boldsymbol{L}}_O$, de una partícula de masa m que se mueve con una velocidad $\overline{\boldsymbol{v}}$ respecto a un punto O que se toma como origen es:

$$\overline{\boldsymbol{L}}_O = \overline{\boldsymbol{r}} \times m \cdot \overline{\boldsymbol{v}}$$

Para estudiar su variación, se deriva con respecto al tiempo:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{L}}_O}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(\vec{\boldsymbol{r}}\times m\cdot\vec{\boldsymbol{v}})}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{r}}}{\mathrm{d}t}\times m\cdot\vec{\boldsymbol{v}}+\vec{\boldsymbol{r}}\times\frac{\mathrm{d}(m\cdot\vec{\boldsymbol{v}})}{\mathrm{d}t}=\vec{\boldsymbol{v}}\times m\cdot\vec{\boldsymbol{v}}+\vec{\boldsymbol{r}}\times\vec{\boldsymbol{F}}$$



El primer sumando da el vector $\overline{\boldsymbol{0}}$ (cero) porque la velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$, y el momento lineal, $m \cdot \overline{\boldsymbol{v}}$, son paralelos.

$$|\overline{\boldsymbol{v}} \times m \cdot \overline{\boldsymbol{v}}| = |\overline{\boldsymbol{v}}| \cdot m \cdot |\overline{\boldsymbol{v}}| \cdot \text{sen } 0 = 0$$

El segundo sumando también da el vector $\overline{\boldsymbol{0}}$ porque, al ser el campo de fuerzas un campo central, el vector de posición, $\overline{\boldsymbol{r}}$, con origen en el punto origen del campo y el vector fuerza (dirigido hacia ese origen) son vectores paralelos de sentido contrario.

$$|\overline{\boldsymbol{r}} \times \overline{\boldsymbol{F}}| = |\overline{\boldsymbol{r}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{F}}| \cdot \text{sen } 180° = 0$$

La derivada es cero.

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{L}}_O}{\mathrm{d}t}=\vec{\boldsymbol{v}}\times m\cdot\vec{\boldsymbol{v}}+\vec{\boldsymbol{r}}\times\vec{\boldsymbol{F}}=\vec{\boldsymbol{0}}+\vec{\boldsymbol{0}}=\vec{\boldsymbol{0}}$$

Cuando una partícula se mueve en un campo de fuerzas centrales, el momento angular, $\overline{\boldsymbol{L}}_O$, respecto al punto origen de la fuerza es un vector constante, ya que su derivada es cero.

Las otras opciones:
B. Falsa. El momento lineal, $\overline{\boldsymbol{p}}$, de un objeto de masa m que se mueve a una velocidad $\overline{\boldsymbol{v}}$, vale:

$$\overline{\boldsymbol{p}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{v}}$$

Como el momento angular es constante, al variar la distancia, $\overline{\boldsymbol{r}}$, del satélite al planeta, también variará su velocidad $\overline{\boldsymbol{v}}$. Además, la dirección cambia la medida que el satélite se desplaza alrededor del planeta.
C. Falsa.
La energía potencial gravitatoria, tomando cómo origen de energía el infinito, viene dada por la expresión:

$$E_p=-G\frac{M\cdot m}{r}$$

Siendo M la masa que origina el campo gravitatorio, (en este caso la del planeta), m es la masa del objeto que gira a su alrededor (el satélite), r la distancia entre ambos cuerpos y G la constante de la gravitación universal.
En una órbita elíptica, con el planeta situado en uno de los focos, la distancia del satélite al planeta no es constante. Por lo tanto, la energía potencial tampoco es constante.

1.2. Una partícula se mueve en un círculo de radio *r* perpendicularmente a un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$. Si duplicamos el valor de $\overline{\boldsymbol{B}}$, el valor de *r*:
A) Se duplica.
B) Se reduce a la mitad.
C) No varía.

(A.B.A.U. extr. 20)

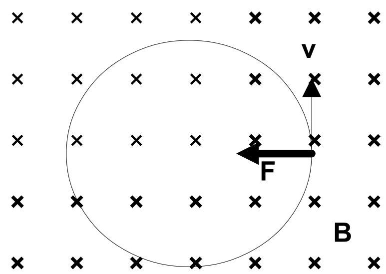
Solución: B

La fuerza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre una carga, *q*, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$, viene dada por la ley de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, ya que la aceleración solo tiene componente normal a_{N}:

$$a_{\mathrm{N}}=\frac{v^2}{r}$$



Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton:

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

$$F_B=m\cdot a=m\cdot a_{\mathrm{N}}=m\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q|\cdot B\cdot v\cdot \operatorname{sen}\varphi=m\frac{v^2}{R}$$

Como las partículas entran perpendicularmente al campo, sen φ = 1.
Despejando el radio, *R*:

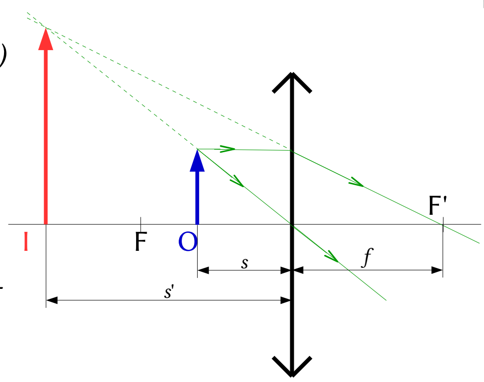
$$R=\frac{m\cdot v}{q\cdot B}$$

Como el valor de la velocidad es constante, lo mismo que la carga y la masa de la partícula, el radio de la trayectoria es inversamente proporcional a la intensidad del campo magnético. Si el campo magnético se hace el doble, el radio de la trayectoria se reduce a la mitad.

2.1. Para obtener una imagen virtual y derecha con una lente delgada convergente, de distancia focal *f*, el objeto debe estar a una distancia de la lente:
A) Menor que *f*.
B) Mayor que *f* y menor que 2*f*.
C) Mayor que 2*f*.

(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: A



Se dibuja un esquema de lente convergente (una línea vertical rematada por dos puntas de flechas) y se sitúa el foco F′ a la derecha de la lente.
Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.
Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.

Se dibuja de forma que el rayo refractado pase por el foco de la derecha F′.
El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.
El diagrama muestra la formación de la imagen cuando el objeto se encuentra dentro de la distancia focal.
La ecuación de las lentes es:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

Despejando la distancia da imagen a la lente:

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{s}+\frac{1}{f'}=\frac{f'+s}{s \cdot f'} \Rightarrow s'=\frac{f' \cdot s}{s+f'}$$

El criterio de signos dice que hay que poner el objeto a la izquierda de la lente, y la posición es negativa:

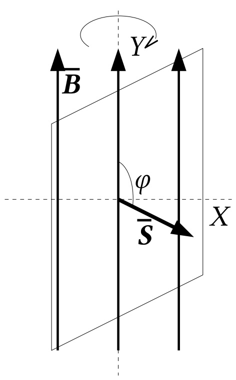
$$s < 0$$

En las lentes delgadas convergentes a distancia focal es positiva: $f' > 0$,
Para que la imagen sea virtual tiene que formarse a la izquierda de la lente: $s' < 0$.
Como $f' \cdot s < 0$, para que $s' < 0$, $s + f'$ tiene que ser positiva: $s + f' > 0$.
Como $s < 0$ y $f' > 0$, para que $s + f'$ sea positiva $| s | < f'$. El objeto tendrá que encontrarse dentro de la distancia focal.

2.2. Se induce corriente en una espira conductora si: A) Es atravesada por un flujo magnético constante. B) Gira en el seno de un campo magnético uniforme. C) En ambos casos.

(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: B



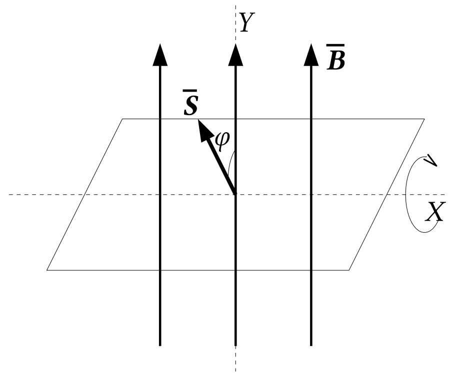
La ley de Faraday-Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon=\frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

El flujo magnético es el producto escalar del vector $\overline{\boldsymbol{B}}$, campo magnético, por el vector $\overline{\boldsymbol{S}}$, perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cdot \text{con los } \varphi$$

Cuando la espira gira alrededor de un eje paralelo al campo magnético, el flujo magnético no varía, puesto que es nulo todo el tiempo: las líneas del campo magnético no atraviesan la superficie de la espira ni cuando la espira está en reposo ni cuando gira alrededor del eje, pues son siempre paralelas al plano de la espira. El ángulo φ vale siempre $\pi/2$ rad y el cos $\pi/2 = 0$.
Pero cuando la espira gira alrededor de un eje perpendicular al campo, las líneas de campo atraviesan la superficie plana delimitada por la espira, variando el flujo magnético desde 0 hasta un máximo lo volviendo a hacerse nulo cuando leve girada media vuelta.
Si no gira, el flujo no varía y no se induce corriente alguna.



3.1. El silbato de una locomotora emite un sonido de 435 Hz de frecuencia. Si la locomotora se mueve acercándose la un observador en reposo, la frecuencia percibida por el observador es:
A) 435 Hz.
B) Mayor que 435 Hz.
C) Menor que 435 Hz.

(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: B

La ecuación del efecto Doppler es:

$$f(\text{obs}) = f(\text{em}) \frac{v(\text{son}) \pm v(\text{obs})}{v(\text{son}) \pm v(\text{em})}$$

En la que
f(obs) es la frecuencia que percibe el observador.
f(em) es la frecuencia emitida por la fuente.
v(son) es la velocidad del sonido.
v(obs) es la velocidad del observador.
v(em) es la velocidad del emisor de la frecuencia.
Para un observador en reposo y una fuente dirigiéndose hacia él la ecuación anterior queda:

$$f(\text{obs}) = f(\text{em}) \frac{v(\text{son})}{v(\text{son}) - v(\text{em})}$$

La frecuencia percibida por el observador es mayor que la emitida.
Esto se puede comprobar escuchando el silbato de un tren que pasa cerca de nosotros. Cuando pasa a nuestro lado el sonido se torna más grave. Es más agudo cuando se está acercando y se hace más grave cuando se aleja.

3.2. Una muestra de una sustancia radiactiva contenía hace 10 años el doble de núcleos que en el instante actual; por lo tanto, el número de núcleos que había hace 30 años respecto al momento actual era:
A) Seis veces mayor.
B) Tres veces mayor.
C) Ocho veces mayor.

(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: C

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Es un valor constante. Del enunciado de la cuestión se deduce que el período de semidesintegración de la sustancia radiactiva es de 10 años, ya que entonces había el doble de núcleos que ahora.
De hace treinta años hasta ahora transcurrieron 3 períodos, por lo que la cantidad que había entonces era $2^3 = 8$ veces mayor que ahora.

4. En una experiencia para calcular el trabajo de extracción de un metal observamos que los fotoelectrones expulsados de su superficie por una luz de 4×10^{-7} m de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de 0,80 V. Y si la longitud de onda es de 3×10^{-7} m el potencial de frenado es 1,84 V.
a) Represente gráficamente la frecuencia frente al potencial de frenado.
b) Determine el trabajo de extracción a partir de la gráfica.
DATOS: $c = 3 \times 10^8$ m·s⁻¹; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s; $|q_e| = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. extr. 20)*
Rta.: b) $W_e = 2{,}3$ eV

Solución:

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

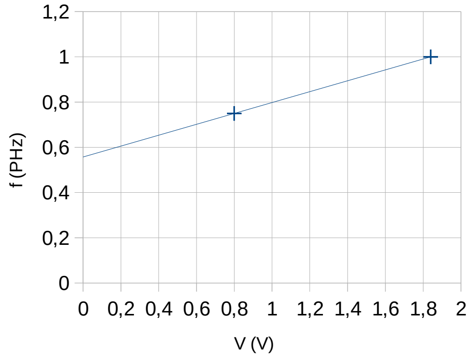
$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

El potencial de frenado es la diferencia de potencial que detiene el paso de electrones, siendo una medida de su energía cinética máxima:



$$E_c = q \cdot V$$

Ordenamos la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica de la frecuencia frente al potencial de frenado.

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

$$f = (q / h) \cdot V + W_e / h$$

Esta es la ecuación de una recta:

$$y = m \cdot x + b$$

En ella, f es la variable dependiente (y), V es la variable independiente (x), (q / h) sería la pendiente m y (W_e / h) la ordenada b en el origen.

El trabajo de extracción puede calcularse de la ordenada en el origen:

$$b = 0{,}55 \cdot 10^{15} = W_e / h$$

$$W_e = 0{,}55 \cdot 10^{15} \cdot h = 0{,}55 \cdot 10^{15} \text{ [s}^{-1}\text{]} \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ [J·s]} = 3{,}7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_e = 3{,}7 \cdot 10^{-19} \text{ [J]} / 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ [J/eV]} = 2{,}3 \text{ eV}$$

5. La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta esférico de 4100 km de radio es 7,2 m·s⁻². Calcula:
   a) La masa del planeta.
   b) La energía mínima necesaria que hay que comunicar a un minisatélite de 3 kg de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y situarlo a 1000 km de altura sobre la misma, en una órbita circular alrededor del planeta.

   DATO: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m² ·kg⁻². *(A.B.A.U. extr. 20)*

   Rta.: a) $M = 1{,}8 \cdot 10^{24}$ kg; b) $\Delta E = 5{,}30 \cdot 10^{7}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Radio del planeta	$R = 4100 \text{ km} = 4{,}10 \cdot 10^6 \text{ m}$
Aceleración de la gravedad en la superficie del planeta	$g_0 = 7{,}20 \text{ m/s}^2$
Masa del satélite	$m = 3{,}00 \text{ kg}$
Altura de la órbita	$h = 1000 \text{ km} = 1{,}00 \cdot 10^6 \text{ m}$
Constante de la gravitación universal	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ N·m}^2\text{·kg}^{-2}$
Incógnitas	
Masa del planeta	M
Energía que hay que comunicarle desde la superficie del planeta	ΔE
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce un planeta esférico sobre un cuerpo puntual)	$\vec{F}_G = -G \dfrac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$
Velocidad lineal en un movimiento circular uniforme de radio r y período T	$v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$
Aceleración normal de un objeto que se mueve con una velocidad lineal, v, en una trayectoria circular de radio r	$a_N = \dfrac{v^2}{r}$
Peso de un objeto de masa m en la superficie de un planeta cuya aceleración de la gravedad es g_0	$P = m \cdot g_0$
Energía cinética de una masa, m, que se mueve con una velocidad, v	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)	$E_p = -G \dfrac{M \cdot m}{r}$
Energía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

a) En la superficie del planeta, el peso de un cuerpo, $m \cdot g_0$, es igual a la fuerza gravitatoria:

$$\cancel{m}\, g_0 = G \frac{M \cdot \cancel{m}}{R^2}$$

Se despeja la masa del planeta:

$$M = \frac{g_0 \cdot R^2}{G} = \frac{7{,}20\ [\mathrm{m/s^2}] \cdot (4{,}10 \cdot 10^6\ [\mathrm{m}])^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}]} = 1{,}81 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

b) La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial.
La expresión de la energía potencial es:

$$E_{\mathrm{p}} = -G \frac{M \cdot m}{r}$$

Se suponen que el satélite está en reposo en la superficie del planeta, por lo que solo tiene energía potencial. Se calcula esta energía potencial:

$$E_{\mathrm{p}}(\text{suelo}) = -G \frac{M \cdot m}{R} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \cdot \frac{1{,}81 \cdot 10^{24}\ [\mathrm{kg}] \cdot 3{,}00\ [\mathrm{kg}]}{4{,}10 \cdot 10^6\ [\mathrm{m}]} = -8{,}86 \cdot 10^7\ \mathrm{J}$$

Se calcula el radio de la órbita circular sumando la altura de 1000 km al radio del planeta:

$$r = R + h = 4{,}10 \cdot 10^6\ [\mathrm{m}] + 1{,}00 \cdot 10^6\ [\mathrm{m}] = 5{,}10 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$$

Se calcula la energía potencial en la órbita:

$$E_{\mathrm{p}}(\text{órbita}) = -G \frac{M \cdot m}{r} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \cdot \frac{1{,}81 \cdot 10^{24}\ [\mathrm{kg}] \cdot 3{,}00\ [\mathrm{kg}]}{5{,}10 \cdot 10^6\ [\mathrm{m}]} = -7{,}12 \cdot 10^7\ \mathrm{J}$$

Para calcular la energía cinética en la órbita se necesita calcular la velocidad orbital.
La fuerza gravitatoria, $\overline{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{G}}$, que ejerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que gira a su alrededor en una órbita de radio r, es una fuerza central, está dirigida hacia el astro, y se rige por la ley de Newton de la gravitación universal:

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{G}} = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

En esta expresión, G es la constante de la gravitación universal, y $\overline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}}$, el vector unitario en la dirección de la línea que une el astro con el satélite. En módulos:

$$F_{\mathrm{G}} = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

En muchos casos la trayectoria del satélite es prácticamente circular alrededor del centro del astro. Como la fuerza gravitatoria es una fuerza central, la aceleración solo tiene componente normal, a_{N}. Al no tener aceleración tangencial, el módulo, v, de la velocidad lineal es constante y el movimiento es circular uniforme.
La aceleración normal, en un movimiento circular uniforme de radio r, se obtiene de la expresión:

$$a_{\mathrm{N}} = \frac{v^2}{r}$$

Como la fuerza gravitatoria que ejerce el astro sobre el satélite es mucho mayor que cualquier otra, se puede considerar que es la única fuerza que actúa.

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{G}}$$

La 2.ª ley de Newton dice que la fuerza resultante sobre un objeto produce una aceleración directamente proporcional a la fuerza, siendo su masa, m, la constante de proporcionalidad.

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

Expresada para los módulos, queda:

$$\left|\sum \vec{\boldsymbol{F}}\right| = m \cdot |\vec{\boldsymbol{a}}|$$

$$F_G = m \cdot a_N$$

Sustituyendo la expresión del módulo, F_G, de la fuerza gravitatoria, queda:

$$G\frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despejando la velocidad orbital del satélite, queda:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Se sustituyen los valores:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \, [\text{N·m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \cdot 1{,}81 \cdot 10^{24} \, [\text{kg}]}{5{,}10 \cdot 10^6 \, [\text{m}]}} = 4{,}87 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 4{,}87 \text{ km/s}$$

Se calcula la energía cinética en órbita:

$$E_c(\text{órbita}) = m \cdot v^2 / 2 = [3{,}00 \, [\text{kg}] \cdot (4{,}87 \cdot 10^3 \, [\text{m/s}])^2] / 2 = 3{,}56 \cdot 10^7 \text{ J}$$

La energía mecánica es la suma de sus energías cinética y potencial:

$$E(\text{órbita}) = E_c(\text{órbita}) + E_p(\text{órbita}) = 3{,}56 \cdot 10^7 \, [\text{J}] + (-7{,}12 \cdot 10^7 \, [\text{J}]) = -3{,}56 \cdot 10^7 \text{ J}$$

Análisis: Se puede demostrar que la energía mecánica tiene el valor opuesto al de la energía cinética sustituyendo $G \cdot M / r$ por v^2 en la expresión de la energía mecánica:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - G\frac{M \cdot m}{r} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - m \cdot v^2 = -\frac{1}{2} m \cdot v^2 = -E_c$$

La energía que hay que comunicarle al satélite en la superficie del planeta es la diferencia entre la que tendrá en órbita y la que tiene en el suelo:

$$\Delta E = E(\text{órbita}) - E(\text{suelo}) = -3{,}56 \cdot 10^7 \, [\text{J}] - (-8{,}86 \cdot 10^7 \, [\text{J}]) = 5{,}30 \cdot 10^7 \text{ J}$$

6. Dos cargas puntuales de −6 µC cada una están fijas en los puntos de coordenadas (−5, 0) y (5, 0). Las coordenadas están expresadas en metros. Calcula:
   a) El vector campo electrostático en el punto (15, 0).
   b) La velocidad con la que llega al punto (10, 0) una partícula de masa 20 g y carga 8 µC que se abandona libremente en el punto (15, 0).
   Dato: $K = 9 \times 10^9$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. extr. 20)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_C = -675 \, \overline{\mathbf{i}}$ N/C; b) $\overline{\boldsymbol{v}}_D = -2{,}24 \, \overline{\mathbf{i}}$ m/s.

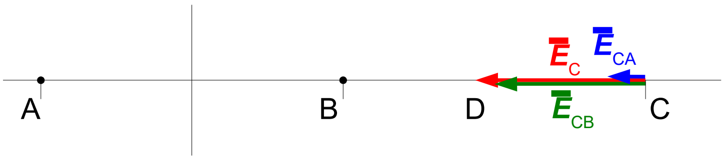
Datos		**Cifras significativas: 3**
Valor de las cargas fijas		$Q = -6{,}00 \text{ µC} = -6{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Posiciones de las cargas fijas:	A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (-5{,}00, 0)$ m
	B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (5{,}00, 0)$ m
Posición del punto C		$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (15{,}0, 0)$ m
Carga que se desplaza		$q = 8{,}00 \text{ µC} = 8{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Masa de la carga que se desplaza hasta el origen		$m = 20{,}0 \text{ g} = 0{,}0200$ kg
Velocidad inicial en el punto C		$v_C = 0$
Posición del punto D por lo que pasa la carga que se desplaza		$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (10{,}0, 0)$ m
Constante de Coulomb		$K = 9{,}00 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas		
Vector campo eléctrico en el punto C		$\overline{\boldsymbol{E}}_C$
Velocidad que tendrá la carga de 8 µC al pasar por el punto D		v_D
Otros símbolos		
Distancia		r
Ecuaciones		
Ley de Coulomb: fuerza entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas una distancia, r		$\vec{\boldsymbol{F}} = K\frac{Q \cdot q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición		$\vec{\boldsymbol{F}}_A = \sum \vec{\boldsymbol{F}}_{Ai}$

Ecuaciones

Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$V=K\dfrac{Q}{r}$
Potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Energía potencial eléctrica de una carga en un punto A	$E_{pA} = q \cdot V_A$
Energía cinética de una masa, m, que se mueve con una velocidad, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:

a) Se hace un dibujo en el que se sitúan los puntos A(−5, 0), B(5, 0), y C(15, 0).
Se dibujan los vectores del campo en el punto C, un vector por cada carga, prestando atención al sentido, que es de atracción porque las cargas son negativas.



La medida del vector campo creado por la carga situada en el punto B es cuatro veces mayor que el creado por la carga situada en el punto A, que está al doble de distancia.
Se dibuja el vector suma, que es el campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_C$.
El principio de superposición dice que la intensidad de campo electrostático en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E = K\frac{Q \cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\dfrac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

La distancia entre los puntos A y C vale: $r_{AC} = |(15{,}0,\ 0)\ [\text{m}] - (-5{,}00,\ 0)\ [\text{m}]| = 20{,}0$ m.
El vector unitario del punto C, tomando como origen el punto A, es $\overline{\mathbf{i}}$, el vector unitario del eje X.
Se calcula el campo en el punto C, debido a la carga de −6 µC situada en el punto A:

$$\vec{E}_{CA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(20{,}0\ [\text{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=-135\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

La distancia entre los puntos B y C vale: $r_{BC} = |(15{,}0,\ 0)\ [\text{m}] - (5{,}00,\ 0)\ [\text{m}]| = 10{,}0$ m.
El vector unitario del punto C, tomando como origen el punto B, es $\overline{\mathbf{i}}$, el vector unitario del eje X.
Se calcula el campo en el punto C, debido a la carga de −6 µC situada en B:

$$\vec{E}_{CB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(10{,}0\ [\text{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=-540\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

Por el principio de superposición, el vector intensidad de campo eléctrico resultante en el punto C es la suma vectorial de los vectores intensidad de campo de cada carga:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_C = \overline{\boldsymbol{E}}_{CA} + \overline{\boldsymbol{E}}_{CB} = -135\ \overline{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}] + (-540\ \overline{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}]) = -675\ \overline{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

Análisis: Coincide con el dibujo. El campo resultante del cálculo está dirigido en el sentido negativo del eje X.

b) Como la fuerza eléctrica es una fuerza conservativa, la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$
$$½\ m\ v_C^2 + q \cdot V_C = ½\ m\ v_D^2 + q \cdot V_D$$

Hay que calcular los potenciales eléctricos en los puntos C y D.

El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*, es:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.
Se calcula el potencial eléctrico en el punto C, debido a la carga de −6 µC situada en el punto A:

$$V_{\text{CA}}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\text{N·m}^{2}\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(20{,}0\ [\text{m}])}=-2{,}70\cdot 10^{3}\ \text{V}$$

Se calcula el potencial eléctrico en el punto C, debido a la carga de −6 µC situada en el punto B:

$$V_{\text{CB}}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\text{N·m}^{2}\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(10{,}0\ [\text{m}])}=-5{,}40\cdot 10^{3}\ \text{V}$$

El potencial eléctrico en el punto C es la suma:

$$V_{\text{C}} = V_{\text{CA}} + V_{\text{CB}} = -2{,}70\cdot 10^{3}\ [\text{V}] + (-5{,}40\cdot 10^{3}\ [\text{V}]) = -8{,}10\cdot 10^{3}\ \text{V}$$

La distancia entre los puntos A y D vale: r_{AD} = |(10,0, 0) [m] – (−5,00, 0) [m]| = 15,0 m
Se calcula el potencial eléctrico en el punto D, debido a la carga de −6 µC situada en A:

$$V_{\text{DA}}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\text{N·m}^{2}\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(15{,}0\ [\text{m}])}=-3{,}60\cdot 10^{3}\ \text{V}$$

La distancia entre los puntos B y D vale: r_{BD} = |(10,0, 0) [m] – (5,00, 0) [m]| = 5,0 m
Se calcula el potencial eléctrico en el punto D, debido a la carga de −6 µC situada en B:

$$V_{\text{DB}}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\text{N·m}^{2}\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(5{,}0\ [\text{m}])}=-1{,}1\cdot 10^{4}\ \text{V}$$

El potencial eléctrico en el punto D es la suma:

$$V_{\text{D}} = V_{\text{DA}} + V_{\text{DB}} = -3{,}60\cdot 10^{3}\ [\text{V}] + (-1{,}1\cdot 10^{4}\ [\text{V}]) = -1{,}5\cdot 10^{4}\ \text{V}$$

Se aplica el principio de conservación de la energía:

$$0 + 8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}] \cdot (-8{,}10\cdot 10^{3}\ [\text{V}]) = (20{,}0\cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot v_{\text{D}}^{2} / 2) + 8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}] \cdot (-1{,}5\cdot 10^{4}\ [\text{V}])$$

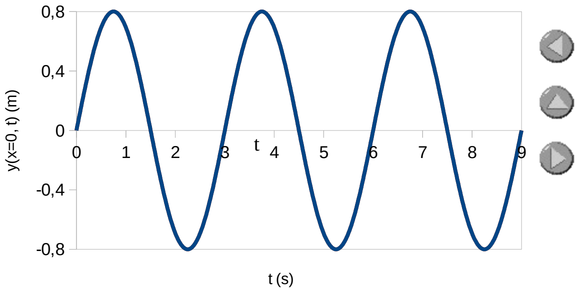
El valor de la velocidad se obtiene despejando:

$$v_{\text{D}}=\sqrt{\frac{2\cdot 8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}](1{,}5\cdot 10^{4}-8{,}10\cdot 10^{3})\ [\text{V}]}{20{,}0\cdot 10^{-3}\ [\text{kg}]}} = 2{,}2\ \text{m/s}$$

Como la velocidad es un vector, hay que determinar la dirección y el sentido.
Se puede deducir que la aceleración tiene la dirección del eje *X* en sentido negativo, porque la carga es positiva y la aceleración seguirá la dirección y el sentido del campo. Si un móvil parte del reposo, y la aceleración tiene dirección constante, el movimiento será rectilíneo en la línea de la aceleración.

$$\overline{\boldsymbol{v}}_{\text{D}} = -2{,}2\ \overline{\mathbf{i}}\ \text{m/s}$$

7. Una onda armónica transversal de longitud de onda λ = 60 cm se propaga en el sentido positivo del eje *X*. En la gráfica se muestra la elongación (*y*) del punto de coordenada *x* = 0 en función del tiempo. Determina:
   a) La expresión matemática que describe esta onda, indicando el desfase inicial, la frecuencia y la amplitud de la onda.
   b) La velocidad de propagación de la onda.



(A.B.A.U. extr. 20)

Rta.: a) $y(x, t) = 0{,}80\ \text{sen}(2{,}1\ t - 10\ x)$ [m]; $\varphi_0 = 0$; $f = 0{,}33\ \text{s}^{-1}$; $A = 0{,}80$ m; b) $v_{\text{p}} = 0{,}20\ \text{m·s}^{-1}$.

Datos	***Cifras significativas: 2***
Longitud de onda	λ = 60 cm = 0,60 m
Gráfica	
Incógnitas	
Ecuación de la onda (amplitud, frecuencia angular y número de onda)	A, ω, k
Velocidad de propagación	v_p
Otros símbolos	
Posición del punto (distancia al foco)	x
Período	T
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$
Número de onda	$k = 2\,\pi / \lambda$
Relación entre la frecuencia y el período	$f = 1 / T$
Frecuencia angular	$\omega = 2\,\pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$
Velocidad de propagación	$v_p = \Delta x / \Delta t$

Solución:

a) La ecuación de una onda armónica es:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

Podemos observar en la gráfica:

El tiempo de una oscilación completa es T = 3,0 s $\Rightarrow$ período: T = 3,0 s

La elongación máxima vale A = 0,80 m $\Rightarrow$ amplitud: A = 0,80 m

Cuando el tiempo es cero la elongación del punto x = 0 vale y = 0.

$0 = \text{sen}\ \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$ o $\varphi_0 = \pi$

Para $t = T / 4$ = 0,75 s, la elongación del punto x = 0 vale y = 0,80 m = A > 0.

$y = A \cdot \text{sen}((2 \cdot \pi / T) \cdot (T/4) + \varphi_0) = A \cdot \text{sen}(\pi/2 + \varphi_0) = A \Rightarrow \text{sen}(\pi/2 + \varphi_0) = 1 \Rightarrow \varphi_0 = 0$

El desfase inicial vale 0. $\Rightarrow \varphi_0 = 0$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}{0{,}60\ [\text{m}]} = 10\ \text{rad/m}$$

Se calcula la frecuencia a partir del período:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3{,}0\ \text{s}} = 0{,}33\ \text{s}^{-1}$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\,\pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}33\ [\text{s}^{-1}] = 2{,}1\ \text{rad·s}^{-1}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0{,}80 \cdot \text{sen}(2{,}1 \cdot t - 10 \cdot x)\ [\text{m}]$$

b) Se calcula la velocidad de propagación a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0{,}60\ [\text{m}] \cdot 0{,}33\ [\text{s}^{-1}] = 0{,}20\ \text{m·s}^{-1}$$

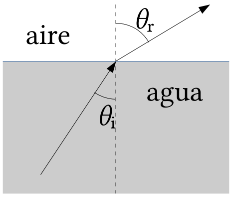
8. Un buceador enciende una linterna dentro del agua y la enfoca hacia la superficie formando un ángulo de 30° con la normal.
   a) ¿Con qué ángulo emergerá la luz del agua?
   b) ¿Cuál es el ángulo de incidencia a partir del cual la luz no saldrá del agua?
   DATOS: n(agua) = 4/3; n(aire) = 1. *(A.B.A.U. extr. 20)*
   Rta.: a) θ_r = 41,8°; b) λ = 48,6°.

Datos | ***Cifras significativas: 3***

Índice de refracción del aire	$n = 1,00$
Índice de refracción del agua	$n_a = 4 / 3 = 1,33$
Ángulo de incidente en el agua	$\theta_i = 30,0°$
Incógnitas	
Ángulo de refracción	θ_r
Ángulo límite	λ
Ecuaciones	
Ley de Snell de la refracción	$n_i \cdot \text{sen}\ \theta_i = n_r \cdot \text{sen}\ \theta_r$

Solución:

a) Aplicando la ley de Snell de la refracción:



$$n_i \cdot \text{sen}\ \theta_i = n_r \cdot \text{sen}\ \theta_r$$

$$1,33 \cdot \text{sen}\ 30,0 = 1,00 \cdot \text{sen}\ \theta_r$$

$$\text{sen}\ \theta_r = 1,33 \cdot \text{sen}\ 30,0 = 1,33 \cdot 0,500 = 0,667$$

$$\theta_r = \text{arcsen}\ 0,667 = 41,8°$$

b) Ángulo límite λ es el ángulo de incidente que produce un ángulo de refracción de 90°

$$1,33 \cdot \text{sen}\ \lambda = 1,00 \cdot \text{sen}\ 90,0°$$

$$\text{sen}\ \lambda = 1,00 / 1,33 = 0,75$$

$$\lambda = \text{arcsen}\ 0,75 = 48,6°$$

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.

Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.

Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.

Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, y del traductor de la CIXUG.

Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).

Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 16/07/24