Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade

Código: 23

XULLO 2019

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de una opción como solución a las cuestiones. Las respuestas deben ser razonadas.
El/la alumno/a elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1. La distancia focal de un sistema formado por una lente convergente de 2 dioptrías y otra divergente de 4,5 dioptrías es: A) 2,5 m. B) −0,65 m. C) −0,4 m.

C.2. Las líneas de fuerza del campo eléctrico: A) Son cerradas. B) En cada punto son perpendiculares a las superficies equipotenciales. C) Pueden cortarse.

C.3. Una partícula de masa *m* y carga *q* penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme de módulo *B* perpendicular a la velocidad *v* de la partícula. El radio de la órbita descrita: A) Aumenta si aumenta la energía cinética de la partícula. B) Aumenta si aumenta la intensidad del campo magnético. C) No depende de la energía cinética de la partícula.

C.4. Determina gráficamente el índice de refracción de un vidrio a partir de la siguiente tabla de valores de los ángulos de incidencia, φ_i, y de refracción, φ_r, de la luz. Estima su incertidumbre.

N.º exp.	1	2	3	4
φ_i/°	10,0	20,0	30,0	40,0
φ_r/°	6,5	13,5	20,3	25,5

P.1. Considera dos masas de 2 kg y 4 kg fijas sobre el eje *X* en el origen y a *x* = 6 m, respectivamente. Calcula: a) Las coordenadas de un punto en el que el campo gravitatorio resultante valga cero. b) El potencial gravitatorio en *x* = 2 m. c) El trabajo realizado por la fuerza del campo gravitatorio para llevar una masa de 6 kg desde ese punto hasta el infinito. Interpreta el signo del resultado. DATO: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

P.2. Se ilumina un metal con luz monocromática de una cierta longitud de onda. Si el trabajo de extracción es de $4{,}8\cdot10^{-19}$ J y el potencial de frenado es de 2,0 V, calcula: a) La velocidad máxima de los electrones emitidos. b) La longitud de onda de la radiación incidente. c) Representa gráficamente la energía cinética máxima de los electrones emitidos en función de la frecuencia de la luz incidente.
DATOS: $|q_e| = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s⁻¹; $c = 3\cdot10^{8}$ m ·s⁻¹.

OPCIÓN B

C.1. El $^{232}_{90}Th$ se desintegra emitiendo 6 partículas α y 4 partículas β, lo que da lugar a un isótopo estable del plomo de número atómico: A) 82. B) 78. C) 74.

C.2. La expresión que relaciona la energía mecánica de un satélite que describe una órbita circular alrededor de un planeta y su energía potencial es: A) $E_m = -E_p$. B $E_m = -½\ E_p$. C) $E_m = ½\ E_p$.

C.3. Una superficie plana separa dos medios de índices de refracción distintos n_1 y n_2. Un rayo de luz incide desde el medio de índice n_1. Razona cuál de las afirmaciones siguientes es verdadera: A) El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión. B) Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales. C) Si $n_1 < n_2$ no se produce reflexión total.

C.4. En la práctica de óptica geométrica trabajas con lentes convergentes y obtienes imágenes en una pantalla variando la distancia entre el objeto y la lente. Justifica con diagramas de rayos los casos en los que no obtienes imágenes en la pantalla.

P.1. Un electrón se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de $1{,}0\cdot10^{3}$ V, penetrando a continuación, perpendicularmente, en un campo magnético uniforme de 0,20 T. Calcula: a) La velocidad del electrón al entrar en el campo magnético. b) El radio de la trayectoria del electrón. c) El módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico uniforme necesario para que el electrón no experimente desviación a su paso por la región en la que existen el campo eléctrico y el magnético. DATOS: $q_e = -1{,}6\cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

P.2. En una cuerda se propaga una onda dada por la ecuación $y(x, t) = 0{,}04$ sen $2\pi(2x - 4t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Calcula: a) La frecuencia, el número de onda, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. b) La diferencia de fase, en un instante determinado, entre dos puntos de la cuerda separados 1 m y comprueba si dichos puntos están en fase o en oposición. c) Los módulos de la velocidad y aceleración máximas de vibración de los puntos de la cuerda.

Soluciones

OPCIÓN A

C.1. La distancia focal de un sistema formado por una lente convergente de 2 dioptrías y otra divergente de 4,5 dioptrías es:
A) 2,5 m.
B) −0,65 m.
C) −0,4 m.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: C

Como no dan la distancia entre las lentes, supongo que están unidas. En cuyo caso:

$$P = P_1 + P_2 = 2 + (-4{,}5) = -2{,}5 \text{ dioptrías}$$

$$P=\frac{1}{f} \Rightarrow f=\frac{1}{P}=\frac{1}{-2{,}5\,[\mathrm{m}^{-1}]}=-0{,}4\ \mathrm{m}$$

C.2. Las líneas de fuerza del campo eléctrico:
A) Son cerradas.
B) En cada punto son perpendiculares a las superficies equipotenciales.
C) Pueden cortarse.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: B

Las superficies equipotenciales son aquellas formadas por los puntos en los que el potencial eléctrico vale lo mismo. Si el campo eléctrico no fuera perpendicular a la superficie, tendría una componente paralela a ella y, al colocar una carga eléctrica en un punto de la superficie sufriría una fuerza y se desplazaría. Pero esto no ocurre porque las cargas solo se desplazan si hay una diferencia de potencial, que no es el caso.

Las otras opciones.
A. Falsa. Las líneas de fuerza de un campo electrostático surgen de las cargas positivas (fuentes) y terminan en las cargas negativas (sumideros). Son abiertas.
C. Falsa. Por definición, las líneas de fuerza se dibujan de forma que el campo eléctrico sea tangente a ellas en cada punto. El campo eléctrico en un punto es único. Si las líneas de fuerza se cortaran, habría dos tangentes y dos vectores campo eléctrico.

C.3. Una partícula de masa *m* y carga *q* penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme de módulo *B* perpendicular a la velocidad *v* de la partícula. El radio de la órbita descrita:
A) Aumenta si aumenta la energía cinética de la partícula.
B) Aumenta si aumenta la intensidad del campo magnético.
C) No depende de la energía cinética de la partícula.

(A.B.A.U. extr. 19)

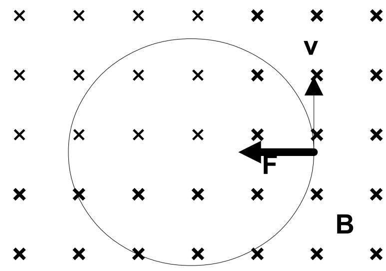
Solución: B

La fuerza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$, viene dada por la ley de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe trayectoria circular con velocidad de valor constante, ya que la aceleración solo tiene componente normal a_N.

Si solo actúa la fuerza magnética:



$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton:

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_{\mathrm{N}} = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética quedaría:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Si las partículas entran perpendicularmente al campo, sen φ = 1.
Despejando el radio, *R:*

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Si aumenta la energía cinética, aumenta la velocidad y, como se ve en la ecuación anterior, aumenta también el radio de la trayectoria.

C.4. Determina gráficamente el índice de refracción de un vidrio a partir de la siguiente tabla de valores de los ángulos de incidencia, φ_i, y de refracción, φ_r, de la luz. Estima su incertidumbre.

N.º exp.	1	2	3	4
φ_i/°	10,0	20,0	30,0	40,0
φ_r/°	6,5	13,5	20,3	25,5

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución:

DETERMINACIÓN DO ÍNDICE DE REFRACCIÓN DUN MEDIO en Prácticas: Orientacións xerais del *Grupo de Traballo.*

La ley de Snell puede resumirse en la ecuación:

$$n_i \cdot \operatorname{sen} \varphi_i = n_r \cdot \operatorname{sen} \varphi_r$$

Si el medio de incidencia es el aire, n_i = 1, el índice de refracción del vidrio será

$$n_r = \frac{\operatorname{sen} \varphi_i}{\operatorname{sen} \varphi_r}$$

Si se hace una representación gráfica de sen φ_r frente a sen φ_i, la pendiente de la gráfica será la inversa del índice de refracción.

$$\operatorname{sen} \varphi_r = (1 / n_r) \cdot \operatorname{sen} \varphi_i$$

Se hace una tabla calculando los senos de los ángulos de incidencia y refracción.

N.º exp.	φ_i/°	φ_r/°	sen φ_i	sen φ_r
1	10	6,5	0,174	0,113
2	20	13,5	0,342	0,233
3	30	20,3	0,500	0,347
4	40	25,5	0,643	0,431

En una hoja de cálculo se representan en una gráfica sen φ_r frente a sen φ_i y se traza la línea de tendencia que pasa por el origen de coordenadas.
La inversa de la pendiente será el índice de refracción:

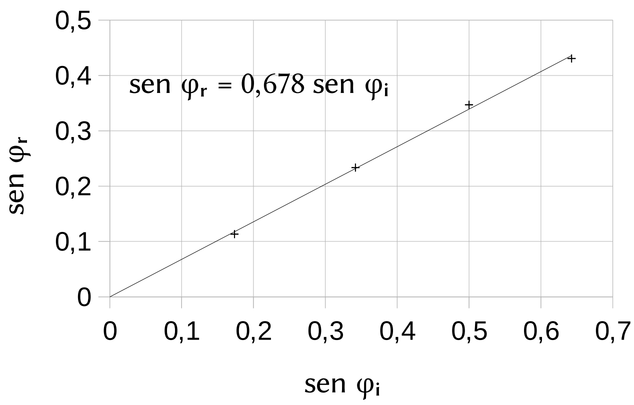
$$n_r = \frac{\text{sen}\,\varphi_i}{\text{sen}\,\varphi_r} = \frac{1}{0{,}678} = 1{,}47$$

La incertidumbre depende de la incertidumbre de las medidas (¿medio grado?) y del cálculo. Lo más sencillo es ponerlo en función de las cifras significativas.

$$n_r = 1{,}47 \pm 0{,}01$$

Si no se tiene una hoja de cálculo se traza a ojo la recta por los puntos. En cuyo caso la incertidumbre va a ser mucho mayor.

$$n_r = 1{,}5 \pm 0{,}1$$



P.1. Considera dos masas de 2 kg y 4 kg fijas sobre el eje X en el origen y a x = 6 m, respectivamente. Calcula:

a) Las coordenadas de un punto en el que el campo gravitatorio resultante valga cero

b) El potencial gravitatorio en x = 2 m.

c) El trabajo realizado por la fuerza del campo gravitatorio para llevar una masa de 6 kg desde ese punto hasta el infinito. Interpreta el signo del resultado.

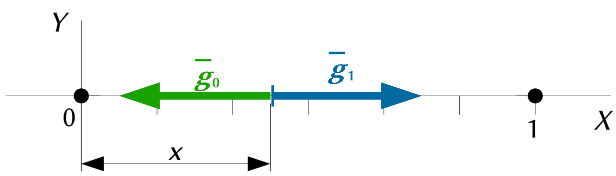
DATO: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻². *(A.B.A.U. extr. 19)*

Rta.: a) x = 2,5 m; b) $V = -1{,}3\cdot10^{-10}$ J/kg; c) $W = -8{,}0\cdot10^{-10}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa en el origen	M_0 = 2,00 kg
Masa en el eje X	M_1 = 4,00 kg
Coordenada x de la masa en el origen	x_0 = 0 m
Coordenada x de la masa en el eje X	x_1 = 6,00 m
Coordenada x para calcular el potencial	x_2 = 2,00 m
Masa que se lleva al infinito	m = 6,00 kg
Constante de la gravitación universal	$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Incógnitas	
Coordenadas de un punto en el que el campo gravitatorio resultante valga cero	x, y
Potencial gravitatorio en x = 2 m	V_2
Trabajo de la fuerza del campo para llevar 6 kg desde x = 2 m hasta el infinito	W
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce cada masa puntual sobre cada una de las otras)	$\vec{F}_G = -G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$
Intensidad del campo gravitatorio que ejerce una masa M puntual en un punto a una distancia r	$\vec{g} = \frac{\vec{F}_G}{m} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r$
Potencial gravitatorio en un punto debido a una masa M que dista r del punto	$V = -G\frac{M}{r}$
Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)	$E_p = m\cdot V = -G\frac{M\cdot m}{r}$
Trabajo del campo cuando se desplaza una masa desde el punto 1 al punto 2	$W_{1\to2} = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p$

Solución:

a) El punto deberá estar en el eje X entre las dos masas. Su coordenada y será y = 0.



El principio de superposición dice que la intensidad de campo gravitatorio en un punto, debido a la presencia de varias masas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada masa, como si el resto de las masas no estuviese presente.

Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada masa, y luego se suman los vectores.

La fuerza de atracción gravitatoria entre dos masas puntuales o esféricas, M y m, viene dada por la ley de la gravitación de Newton. G es la constante de la gravitación universal y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las masas.

$$\vec{F}=-G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$$

El campo gravitatorio en un punto situado a una distancia, r, de una masa, M, puntual es la fuerza sobre la unidad de masa situada en ese punto.

$$\vec{g}=\frac{\vec{F}}{m}=\frac{-G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{m}}=-G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r$$

Para calcular su coordenada x. se escriben las expresiones de los campos gravitatorios creados en ese punto por las masas y se aplica la condición de que el campo resultante es nulo.
El campo gravitatorio en ese punto creado por la masa situada en el origen es:

$$\vec{g}_0=-G\frac{M_0}{r_0^2}\vec{u}_r=-6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}]\frac{2{,}00\ [\mathrm{kg}]}{x^2}\vec{\mathbf{i}}=\frac{-1{,}33\cdot 10^{-10}}{x^2}\vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{m/s^2}$$

El campo gravitatorio en ese punto creado por la masa situada en x_1 = 6 [m] es:

$$\vec{g}_1=-G\frac{M_1}{r_1^2}\vec{u}_r=-6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}]\frac{4{,}00\ [\mathrm{kg}]}{(6{,}00-x)^2}(-\vec{\mathbf{i}})=\frac{2{,}67\cdot 10^{-10}}{(6{,}00-x)^2}\vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{m/s^2}$$

Por el principio de superposición, el campo gravitatorio es la suma vectorial de los dos campos.

$$\overline{\boldsymbol{g}} = \overline{\boldsymbol{g}}_0 + \overline{\boldsymbol{g}}_1 = \overline{\mathbf{0}}$$

$$\frac{-1{,}33\cdot 10^{-10}}{x^2}+\frac{2{,}67\cdot 10^{-10}}{(6{,}00-x)^2}=0$$

$$\frac{(6{,}00-x)^2}{x^2}=\frac{2{,}67\cdot 10^{-10}}{1{,}33\cdot 10^{-10}}=2{,}00$$

$$6{,}00 - x = \pm\sqrt{2{,}00}\ x$$

$$x=\frac{6{,}00}{1+\sqrt{2{,}00}}=2{,}48\ \mathrm{m}$$

Análisis: La solución es aceptable, puesto que se encuentra entre las dos masas. La otra solución, $x=\frac{6{,}00}{1-\sqrt{2{,}00}}=-14{,}5\ \mathrm{m}$ *estaría en un punto en el que ambos campos serían del mismo sentido y no se anularían.*
El potencial gravitatorio en un punto, debido a la presencia de varias masas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada masa, como si el resto de las masas no estuviese presente.
Para determinar el potencial gravitatorio en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada masa, y luego se suman.
La ecuación del potencial gravitatorio en un punto situado a una distancia, r, de una masa puntual, M, es:

$$V=-G\frac{M}{r}$$

G es la constante de gravitación universal.
b) Se calcula el potencial gravitatorio en el punto x = 2 [m] creado por la masa situada en el origen:

$$V_0=-G\frac{M_0}{r_0}=-6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}]\frac{2{,}00\ [\mathrm{kg}]}{2{,}00\ [\mathrm{m}]}=-6{,}67\cdot 10^{-11}\ \mathrm{J/kg}$$

Se calcula el potencial gravitatorio en el punto x = 2 [m] creado por la masa situada en el punto x = 6 [m]:

$$V_1=-G\frac{M_1}{r_1}=-6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}]\frac{4{,}00\ [\mathrm{kg}]}{6{,}00-2{,}00\ [\mathrm{m}]}=-6{,}67\cdot 10^{-11}\ \mathrm{J/kg}$$

El potencial gravitatorio es la suma.

$$V = V_0 + V_1 =(-6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{J/kg}]) + (-6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{J/kg}])= -1{,}33\cdot 10^{-10}\ \mathrm{J/kg}$$

El campo gravitatorio es un campo conservativo, porque el trabajo que realiza la fuerza del campo, cuando una masa se mueve entre dos puntos, es independiente del camino seguido y solo depende de los puntos inicial y final. Se define una función escalar llamada energía potencial, E_p, asociada al campo vectorial de fuerzas, de modo que el trabajo realizado por la fuerza del campo al mover una masa entre dos puntos es igual a la variación de la energía potencial entre esos dos puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

También se define otra magnitud escalar, llamada potencial eléctrico, que es igual a la energía potencial de la unidad de masa.

$$V = \frac{E_p}{m}$$

El trabajo realizado por la fuerza del campo, cuando una masa mueve del punto A al punto B, es:

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = m \cdot V_A - m \cdot V_B = m\,(V_A - V_B)$$

c) Por definición, la energía potencial (y el potencial) en el infinito es nula, por lo que el trabajo de la resultante de las fuerzas gravitatorias cuando se lleva la masa en $x = 2$ [m] hasta el infinito es:

$$W_{2\to\infty} = -\Delta E_p = -(E_{p\,\infty} - E_{p\,2}) = E_{p\,2} - E_{p\,\infty} = E_{p\,2} = m \cdot V_2 = 6{,}00\ [\text{kg}] \cdot (-1{,}33\cdot 10^{-10}\ [\text{J/kg}]) = -8{,}00\cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

El trabajo de las fuerzas gravitatorias es negativo, (la fuerza del campo se oponen al desplazamiento hacia el infinito) y el trabajo deberá hacerlo alguna fuerza externa.

P.2. Se ilumina un metal con luz monocromática de una cierta longitud de onda. Si el trabajo de extracción es de $4{,}8\cdot 10^{-19}$ J y el potencial de frenado es de 2,0 V, calcula:
a) La velocidad máxima de los electrones emitidos.
b) La longitud de onda de la radiación incidente.
c) Representa gráficamente la energía cinética máxima de los electrones emitidos en función de la frecuencia de la luz incidente.
DATOS: $|q_e| = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ J·s⁻¹; c=3·10⁸ m ·s⁻¹. *(A.B.A.U. extr. 19)*
Rta.: a) $v = 8{,}4\cdot 10^5$ m/s; b) λ =250 nm.

Datos	***Cifras significativas: 2***
Trabajo de extracción del metal	$W_e = 4{,}8\cdot 10^{-19}$ J
Potencial de frenado	$V = 2{,}0$ V
Constante de Planck	$h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}0\cdot 10^8$ m/s
Carga del electrón	$\|e\| = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C
Masa del electrón	$m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ kg
Incógnitas	
Velocidad máxima de los electrones emitidos	v
Longitud de onda de la radiación incidente	λ
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y su longitud de onda	$c = f \cdot \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado	$E_c = \|e\| \cdot V$

Solución:

a) La energía cinética máxima de los electrones emitidos se calcula a partir del potencial de frenado:

$$E_c = |e| \cdot V = 1{,}6\cdot 10^{-19}\ [\text{C}] \cdot 2{,}0\ [\text{V}] = 3{,}2\cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

La velocidad se calcula a partir de la expresión de la energía cinética:

$$E_c = ½\ m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2\cdot 10^{-20}\ [\text{J}]}{9{,}1\cdot 10^{-31}\ [\text{kg}]}} = 8{,}4\cdot 10^5\ \text{m/s}$$

b) Se calcula la energía de la radiación empleando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_f = W_e + E_c = 4{,}8 \cdot 10^{-19}\ [\mathrm{J}] + 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ [\mathrm{J}] = 8{,}0 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

La frecuencia de los fotones incidentes se calcula usando la ecuación de Planck:

$$E_\mathrm{f} = h \cdot f \Rightarrow \ f = \frac{E_\mathrm{f}}{h} = \frac{8{,}0 \cdot 10^{-19}\ [\mathrm{J}]}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [\mathrm{J \cdot s}]} = 1{,}2 \cdot 10^{15}\ \mathrm{s}^{-1} = 1{,}2 \cdot 10^{15}\ \mathrm{Hz}$$

La longitud de onda de los fotones se calcula usando la relación entre la frecuencia y la longitud de onda:

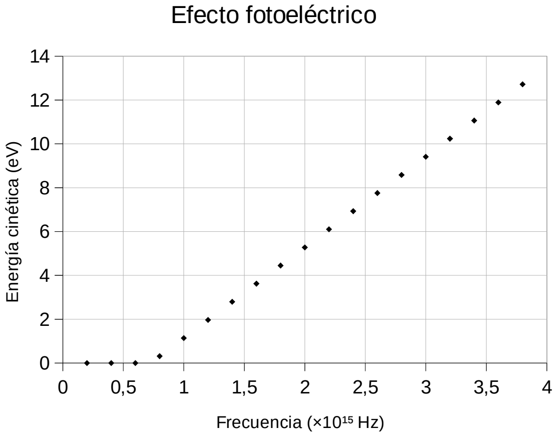
$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \ \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{8}\ [\mathrm{m/s}]}{1{,}2 \cdot 10^{15}\ [\mathrm{s}^{-1}]} = 2{,}5 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} = 250\ \mathrm{nm}$$

c) Se calcula la frecuencia umbral combinando las ecuaciones de Planck y Einstein:

$$W_e = h \cdot f_0$$

$$f_0 = \frac{W_\mathrm{e}}{h} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-19}\ [\mathrm{J}]}{6{,}63 \cdot 10^{-24}\ [\mathrm{J \cdot s}]} = 7{,}2 \cdot 10^{14}\ \mathrm{s}^{-1}$$

Por debajo de la frecuencia umbral no hay electrones.
Se hace una tabla con valores de la frecuencia mayores al valor de la frecuencia umbral, y se calcula la energía cinética de los electrones con la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico.
La gráfica podría ser como la siguiente:



OPCIÓN B

C.1. El $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ se desintegra emitiendo 6 partículas α y 4 partículas β, lo que da lugar a un isótopo estable del plomo de número atómico:
A) 82.
B) 78.
C) 74.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: A

Las partículas alfa son núcleos de helio $^{4}_{2}\mathrm{He}$, las partículas beta electrones $^{0}_{-1}\mathrm{e}$ y las radiaciones gamma fotones $^{0}_{0}\gamma$.
Escribiendo la reacción nuclear

$$^{232}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow 6\,^{4}_{2}\mathrm{He} + 4\,^{0}_{-1}\mathrm{e} + ^{A}_{Z}\mathrm{D}$$

Aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, queda:

$$232 = 6 \cdot 4 + \mathrm{A} \Longrightarrow \mathrm{A} = 208$$

$$90 = 6 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) + Z \Longrightarrow Z = 82$$

C.2. La expresión que relaciona la energía mecánica de un satélite que describe una órbita circular alrededor de un planeta y su energía potencial es:
A) E_m = -E_p.
B) E_m = -½ E_p.
c) E_m = ½ E_p.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: C

La energía cinética de un objeto de masa m, que se mueve con velocidad v, es directamente proporcional al cuadrado de su velocidad.

$$E_c = ½\ m \cdot v^2$$

La energía potencial gravitatoria de un satélite de masa m, que gira alrededor de un astro de masa M, en una órbita de radio r, es inversamente proporcional al radio de la órbita.

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$$

Donde G es la constante de la gravitación universal.
La energía mecánica de un cuerpo de masa m, que se encuentra en órbita de radio r alrededor de un astro de masa M, es la suma de sus energías cinética y potencial.

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \left(-G \frac{M \cdot m}{r}\right)$$

La velocidad de un satélite que gira a una distancia r alrededor de un astro de masa M es:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Sustituyendo v^2, la expresión de la energía cinética queda:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r}$$

La expresión de la energía mecánica queda:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - G \frac{M \cdot m}{r} = \frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r} - G \frac{M \cdot m}{r} = -\frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r}$$

La energía mecánica de un satélite en órbita es igual a la mitad de la energía potencial.

$$E = \frac{1}{2} E_p$$

C.3. Una superficie plana separa dos medios de índices de refracción distintos n_1 y n_2. Un rayo de luz incide desde el medio de índice n_1. Razona cuál de las afirmaciones siguientes es verdadera:
A) El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión.
B) Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales.
C) Si $n_1 < n_2$ no se produce reflexión total.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: C

Para que exista reflexión total a luz debe pasar de un medio más denso ópticamente (con mayor índice de refracción) a uno menos denso.
Por la ley de Snell

$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen } \theta_2$$

El ángulo límite es el ángulo de incidencia para lo cual el ángulo de refracción vale 90°.

$$n_1 \cdot \text{sen } \lambda_1 = n_2 \cdot \text{sen } 90° = n_2$$

Si $n_2 > n_1$ entonces:

$$\text{sen } \lambda_1 = n_2 / n_1 > 1$$

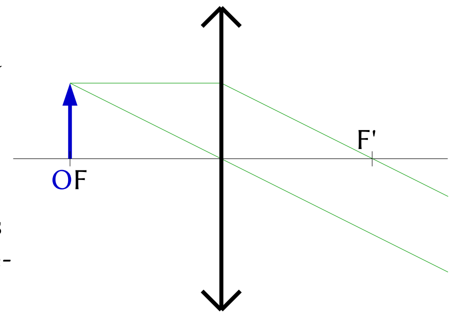
Es imposible. El seno de un ángulo no puede ser mayor que uno.

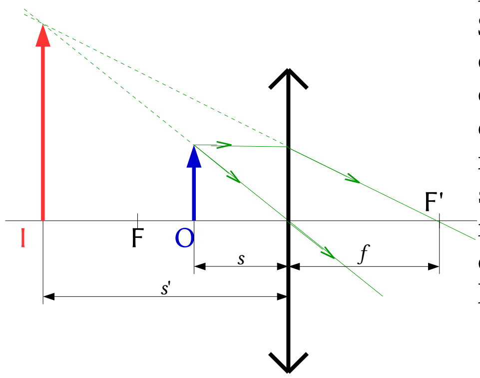
C.4. En la práctica de óptica geométrica trabajas con lentes convergentes y obtienes imágenes en una pantalla variando la distancia entre el objeto y la lente. Justifica con diagramas de rayos los casos en los que no obtienes imágenes en la pantalla.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución:

Si colocamos el objeto a una distancia igual a la distancia focal no se forma imagen porque los rayos salen paralelos después de atravesar la lente.





Si colocamos el objeto a una distancia menor que la distancia focal no se forma imagen en la pantalla porque los rayos no se cortan después de atravesar la lente. Prolongando los rayos obtenemos un punto de corte que corresponde a la imagen virtual, que no se ve en la pantalla,

P.1. Un electrón se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de $1{,}0·10^3$ V, penetrando a continuación, perpendicularmente, en un campo magnético uniforme de 0,20 T. Calcula:

a) La velocidad del electrón al entrar en el campo magnético.
b) El radio de la trayectoria del electrón.
c) El módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico uniforme necesario para que el electrón no experimente desviación a su paso por la región en la que existen el campo eléctrico y el magnético.

DATOS: $q_e = -1{,}6·10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1·10^{-31}$ kg. *(A.B.A.U. extr. 19)*

Rta.: a) $v = 1{,}9·10^7$ m/s; b) $r = 5{,}4·10^{-4}$ m; c) $|E| = 3{,}8·10^6$ N/C $\perp \overline{\boldsymbol{v}} \perp \overline{\boldsymbol{B}}$.

Datos	***Cifras significativas: 2***
Diferencia de potencial de aceleración	$V = 1{,}0·10^3$ V
Valor de la intensidad del campo magnético	$B = 0{,}20$ T
Carga del electrón	$q = -1{,}60·10^{-19}$ C
Ángulo entre la velocidad del protón y el campo magnético	$\varphi = 90°$
Masa del electrón	$m = 9{,}1·10^{-31}$ kg
Incógnitas	
Velocidad del electrón	v
Radio de la trayectoria circular	R
Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético	$\overline{\boldsymbol{E}}$
Otros símbolos	
Valor de la fuerza magnética sobre el electrón	F_B
Período del movimiento circular	T
Energía (cinética) del protón	E_c
Ecuaciones	
Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)	$a_N = \frac{v^2}{R}$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio R	$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$
Trabajo del campo eléctrico	$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V$
Trabajo de la fuerza resultante	$W = \Delta E_c$
Energía cinética	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}_E$ ejercida por un campo electrostático $\overline{\boldsymbol{E}}$ sobre una carga q	$\overline{\boldsymbol{F}}_E = q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$

Solución:

a) Para calcular la velocidad tenemos que tener en cuenta que al acelerar el electrón con una diferencia de potencial (suponemos que desde lo reposo), este adquiere una energía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = |q| \cdot \Delta V = \Delta E_c = ½\, m_p\, v^2 - ½\, m_p\, v_0^2$$

Si parte del reposo, $v_0 = 0$. La velocidad final es:

$$v=\sqrt{\frac{2|q|\cdot\Delta V}{m_{\mathrm{p}}}}=\sqrt{\frac{2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\,[\mathrm{C}]\cdot1{,}0\cdot10^{3}\,[\mathrm{V}]}{9{,}1\cdot10^{-31}\,[\mathrm{kg}]}}=1{,}9\cdot10^{7}\ \mathrm{m/s}$$

Análisis: La velocidad es muy alta, pero no tanto que haya que hacer correcciones relativistas.

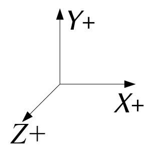
b) Como solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, el electrón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal a_{N}.

$$F_B=m\cdot a=m\cdot a_{\mathrm{N}}=m\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q|\cdot B\cdot v\cdot \operatorname{sen}\varphi=m\frac{v^2}{R}$$

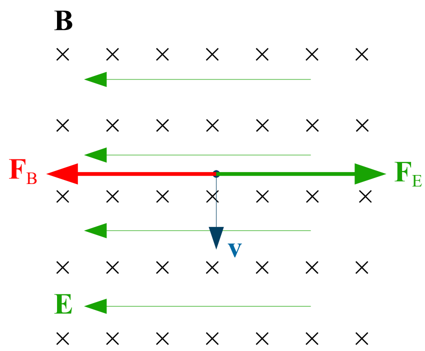
Despejando el radio, R:



$$R=\frac{m\cdot v}{|q|\cdot B\cdot \operatorname{sen}\varphi}=\frac{9{,}1\cdot10^{-31}\,[\mathrm{kg}]\cdot1{,}9\cdot10^{7}\,[\mathrm{m/s}]}{1{,}6\cdot10^{-19}\,[\mathrm{C}]\cdot0{,}20\,[\mathrm{T}]\cdot\operatorname{sen}90^\circ}=5{,}3\cdot10^{-4}\ \mathrm{m}=0{,}53\ \mathrm{mm}$$

Análisis: El radio tiene un valor demasiado pequeño, menos de un milímetro.

c) Si actúa una fuerza eléctrica que anula la magnética,



$$\overline{\boldsymbol{F}}_B + \overline{\boldsymbol{F}}_E = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q \cdot \overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\mathbf{0}}$$

El campo eléctrico debe valer, en módulo:

$$|\overline{\boldsymbol{E}}\,| = |-(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})| = 1{,}9\cdot10^{7}\ [\mathrm{m/s}] \cdot 0{,}20\ [\mathrm{T}] \cdot \operatorname{sen} 90^\circ = 3{,}8\cdot10^{6}\ \mathrm{N/C}$$

La dirección tiene que ser la del producto $(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$, perpendicular al vector velocidad y perpendicular al vector campo magnético.
El sentido tiene que ser opuesto al de la fuerza magnética. Pongamos el caso de que la velocidad es paralela al eje Y en sentido negativo y el campo magnético es paralelo al eje Z en sentido negativo, la fuerza magnética estará en la dirección del eje X en sentido negativo:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = -q\,v\,B\,(-\overline{\mathbf{j}} \times -\overline{\mathbf{k}}) = -q\,v\,B\,\overline{\mathbf{i}}$$

La fuerza eléctrica deberá estar en la misma dirección pero en sentido contrario.

$$\overline{\boldsymbol{F}}_E = -\,\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,v\,B\,\overline{\mathbf{i}}$$

Pero como la carga del electrón es negativa, el campo eléctrico deberá ser de sentido opuesto al de la fuerza

$$\overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\boldsymbol{F}}_E\,/\,(-q) = -v\,B\,\overline{\mathbf{i}}$$

P.2. En una cuerda se propaga una onda dada por la ecuación $y(x, t) = 0{,}04\ \operatorname{sen} 2\,\pi\,(2\,x - 4\,t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Calcula:

a) La frecuencia, el número de onda, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
b) La diferencia de fase, en un instante determinado, entre dos puntos de la cuerda separados 1 m y comprueba si dichos puntos están en fase o en oposición.
c) Los módulos de la velocidad y aceleración máximas de vibración de los puntos de la cuerda.

(A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: a) $f = 4$ Hz; $k = 12{,}5\ \mathrm{m}^{-1}$; $\lambda = 0{,}5$ m; $v_{\mathrm{p}} = 2$ m/s; b) $\Delta\varphi = 4\,\pi$ rad; c) $v = 1{,}01$ m/s; $a = 25{,}3\ \mathrm{m/s^2}$.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ecuación de la onda	$y = 0{,}0400\ \operatorname{sen} 2\pi\,(2{,}00\,x - 4{,}00\,t)$ [m]
Distancia entre los puntos	$\Delta x = 1{,}00$ m
Incógnitas	
Velocidad de propagación	v_{p}
Diferencia de fase entre dos puntos separados 25 cm	$\Delta\varphi$

Datos	***Cifras significativas: 3***
Otros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	ω
Frecuencia	f
Longitud de onda	λ
Número de onda	k
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\pi / \lambda$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0{,}0400 \text{ sen } 2\pi\,(2{,}00\; x - 4{,}00\; t) = 0{,}0400 \cdot \text{sen}(-8{,}00 \cdot \pi \cdot t + 4{,}00 \cdot \pi \cdot x)\; [\text{m}]$$

Frecuencia angular: $\omega = 8{,}00 \cdot \pi$ [rad/s] = 25,1 rad/s
Número de onda: $k = 4{,}00 \cdot \pi$ [rad/m] = 12,6 rad/m
Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8{,}00 \cdot \pi\,[\text{rad·s}^{-1}]}{2\pi\,[\text{rad}]} = 4{,}00\ \text{s}^{-1} = 4{,}00\ \text{Hz}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\ [\text{rad}]}{4{,}00 \cdot \pi\ [\text{rad·m}^{-1}]} = 0{,}500\ \text{m}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0{,}500\ [\text{m}] \cdot 4{,}00\ [\text{s}^{-1}] = 2{,}00\ \text{m·s}^{-1}$$

b) En un instante t, la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = [2\pi\,(-4{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x_2)] - [4\pi\,(2\pi\,(-4{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x_1)] = 2\pi \cdot 2{,}00 \cdot (x_1 - x_2) = 2\pi \cdot 2{,}00 \cdot \Delta x$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot 2{,}00 \cdot 1{,}00 = 4{,}00\,\pi \text{ rad}$$

Análisis: La distancia entre los puntos es 1,00 m *que es el doble de la longitud de onda. Como los puntos que están en fase o cuya diferencia de fase es múltiplo de 2 π se encuentran la una distancia que es múltiplo de la longitud de onda, una distancia de dos veces a longitud de onda corresponde a una diferencia de fase doble de* 2 π*, o sea,* 4 π rad.
Los dos puntos se encuentran en fase.

c) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{\text{d}y}{\text{d}t} = \frac{\text{d}\{0{,}0400 \text{ sen } 2\pi(2{,}00 \cdot x - 4{,}00 \cdot t)\}}{\text{d}t} = 0{,}040 \cdot 2\pi \cdot (-4{,}00) \cdot \cos(2\pi(2{,}00 \cdot x - 4{,}00 \cdot t))\ [\text{m/s}]$$

$$v = -1{,}01 \cos 2\pi\,(2{,}00\; x - 4{,}00\; t) [\text{m/s}]$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 1{,}01 \text{ m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{\text{d}v}{\text{d}t} = \frac{\text{d}\{-1{,}01 \cos 2\pi(2{,}00 \cdot x - 4{,}00 \cdot t)\}}{\text{d}t} = -1{,}01 \cdot 2\pi \cdot (-4{,}00) \cdot \text{sen}(2\pi(2{,}00 \cdot x - 4{,}00 \cdot t))\ [\text{m/s}^2]$$

$$a = 25{,}3 \cdot \text{sen}(-3{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x)\ [\text{m/s}^2]$$

La aceleración es máxima cuando sen(φ) = 1

$$a_m = 25,3 \text{ m/s}^2$$

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, y del traductor de la CIXUG.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 16/07/24