

PROBLEMAS DE FÍSICA DE 2.º DE BACHARELATO

Exemplo de uso da folla de cálculo: «[FisicaBachGal.ods](#)»

● Comezo

Ao abrir a folla de cálculo, mostrarase unha alerta de seguridade. Premer sobre o botón **Activar macros**.

Para ir ao índice, elixir unha destas opcións:

- Premer sobre a pestana **Índice** situada na parte inferior.
- Pulsar a tecla [Ctrl] mentres se preme sobre a cela **Índice** situada na parte superior dereita.

Para ver a axuda, unha destas opcións:

- Premer sobre a pestana **Axuda** situada na parte inferior.
- Pulsar a tecla [Ctrl] mentres se preme sobre a cela **Axuda** situada na parte superior dereita.

● Teclado e rato

Teclas

		Abreviatura
Aceptar	[↵] ([Intro] ou [Enter] ou [Entrar])	[↵]
Borrar á dereita	[Supr] (ou [Del] ou [Delete])	[Supr]
Borrar á esquerda	[⌫] [←] ou [Backspace])	[⌫]
Espazador	[Esp]	[Esp]
Frecha abaixo	[↓]	[↓]
Maiúscula	[⇧] ou ([Shift] ou [Mayús])	[⇧]
Tabulador	[⇧⇥] (ou [Tab] ou [tabulador])	[⇧⇥]

Teclas simples

Aceptar	[↵]	[↵]
Cela seguinte	[⇧⇥]	[⇧⇥]

Combinación de teclas

	Premer ao mesmo tempo as teclas:	Abreviatura
Ir ao principio da páxina	[Ctrl] e [Inicio]	
Cela anterior	[⇧] e [⇧⇥]	
Desfacer acción anterior	[Ctrl] e [Z]	([Ctrl]+[Z])
Copiar	[Ctrl] e [C]	([Ctrl]+[C])
Pegar (<i>Desaconsellado</i>)	[Ctrl] e [V]	([Ctrl]+[V])
Pegar sen formato (menú)	[Ctrl], [⇧] e [V]	([Ctrl]+[Alt]+[V])
Pegar sen formato (rápido)	[Ctrl], [Alt], [⇧] e [V]	([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V])
Punto multiplicación	[⇧] e [3]	([⇧]+[3])
Subíndice	[⇧] e [_], {número ou signo} e { [⇧⇥] ou [↵] }	([_]+n.º+[↵])
Superíndice	[⇧] e [^], {número ou signo} e { [Esp], [⇧⇥] ou [↵] }	([⇧]+[^]+n.º+[↵])
Ver opcións	[Alt] e [↓]	([Alt]+[↓])
Limpar formato	[Ctrl] e [M]	([Ctrl]+[M])

Rato

Seleccionar Premer dúas veces (dobre clic)

Teclado e rato

Seguir ligazón (na folla cálculo) [Ctrl] e premer na ligazón, ou facer dobre clic na ligazón.


● Datos

Para borrar os datos, elixir unha destas opcións:

- **Datos, instrucións e enunciado:**
 1. Premer sobre o menú: Editar → Seleccionar → Seleccionar celas desprotexidas
 2. Pulsar a tecla Supr.
- **Tódoos datos:**
 1. Premer sobre calquera cela de datos:
 2. Premer sobre o botón **Borrar datos**

3. No diálogo «Borrar os datos desta folla?», premer sobre o botón **Aceptar**.
- **Só algúns dos datos:**
 1. Seleccionar co rato unha área na que se atopen os datos que se desexan borrar.
 2. Premer sobre o botón **Borrar datos**
 3. No diálogo «Borrar os datos no intervalo seleccionado?», premer sobre o botón **Aceptar**.

Para elixir unha opción seguir estes pasos:

1. Premer sobre a cela:
2. Premer sobre a frecha , para ver a lista despregable.
3. Desprazarse pola lista e elixir unha opción.

Para anotar unha cantidade:

Premer sobre unha cela: , e escribir nela a cantidade.

Se o formato no que se mostra un valor non é o axeitado (por exemplo 1,00E-01), premer sobre a cela e pulsar ao mesmo tempo as teclas [Ctrl] e [M] para limpar o formato (verase 0,1).

Para poñer un valor en notación científica, elixir unha destas opcións:

- Escribir o número en formato científico 0,0E-0 da folla de cálculo.
- Escribir o número en formato habitual 0,0·10⁻⁰.
- Seleccionar o valor noutro documento, copialo ([Ctrl]+[C]) e pegalo ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]).

Exemplos de escritura en formato científico:

	Escriba:	Na cela aparecerá:
Folla de cálculo:	3E-9	3,00E-09
Formato habitual:	3,00[⇧][3]10[⇧]^-[Esp][⌫][⇧]^9[⇐]	3,00·10 ⁻⁹

(Despois do signo – pulsar o espazador [Esp]. Pulsar a tecla [⌫] para borrar o espazo).

Se ese número xa estaba nun documento, pódese copiar e pegar seguindo estes pasos:

1. Seleccionar: premer sobre o comezo do número e arrastrar o rato ata o final ou dobre clic
2. Copialo: menú Editar → Copiar ou [Ctrl]+[C]
3. Premer sobre a cela: .
4. Pegalo: menú Editar → Pegado especial → Pegar texto sen formato ou [Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]

● Cifras significativas e formato numérico

No botón **Cifras significativas** pódese axustar o formato numérico dos resultados:

Número (1 a 6) de cifras significativas.

Número limiar (1 a 6) de díxitos para notación decimal.

decimal Se |Número|<1 e a 1.^a posición decimal é menor ou igual que limiar
ou se |Número|>1 e o núm. de cifras da parte enteira é menor ou igual que limiar.

científica No resto dos casos.

Símbolo de multiplicar (· ou ×) antes de 10ⁿ na notación científica.

Esta elección afecta a tódalas pestanas.

Os resultados que aparecen neste documento corresponden, na súa maioría, a unha elección de 3 cifras significativas.

● Como pegar o enunciado na folla de cálculo

Se o enunciado foi copiado da pestana de exemplos da mesma folla, só necesita pegalo, premendo ao tempo nas teclas [Ctrl] e [V]. Para pegar doutra orixe:

1. Premer sobre a cela situada baixo a etiqueta «Problema» da folla de cálculo.
2. Pulsar a tecla [Esp] (espazador).
3. Pegala, pulsando ao mesmo tempo as teclas [Ctrl], [Alt], [⇧] e [V].

No caso que desaparecese o formato da cela onde vai o enunciado, copie calquera outro enunciado da folla de cálculo e pégueo nela.

● Outros cálculos

En tódalas pestanas aparecen unhas celas baixo o epígrafe: **OUTROS CÁLCULOS**.

Nelas pódense escribir fórmulas para facer cálculos.

Para poñer unha fórmula nunha cela, hai que empezar escribindo «=» e logo poñer símbolos de operacións («+», «-», «*» ou «/») e premer sobre as celas coas que operar.

Por exemplo, para que na cela A3 se faga a suma entre os números que hai nas celas A1 e B1:

1. **Premar sobre a cela** na que quere escribir a fórmula.
2. **Escriba o signo igual [=]** na cela. Isto lle indica a LibreOffice que escribe unha fórmula.
3. Agora pode seguir de calquera destas maneiras:
 - Premar sobre a cela A1. Pulsar a tecla [=]. Premar sobre a cela B1.
 - Ou escriba a fórmula: $=A1+B1$
onde A1 e B1 son as coordenadas das celas que quere sumar.
4. **Pulsar a tecla [↵]** para completar a entrada.

A cela mostrará agora o resultado da fórmula.

Pódense usar unha variedade de funcións matemáticas para as fórmulas, como SUM para sumar ou RAÍZC para calcular a raíz cadrada. Consultar a axuda de LibreOffice para obter unha lista completa das funcións dispoñibles.

Cando a cela que contén o dato está en formato científico, como $6,67 \cdot 10^{-11}$, tense que empregar a función AVALOR, para que o transforme nun número. Por exemplo, a fórmula para calcular a velocidade na órbita

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}, \text{ se os datos se atopan nas celas do cadro (e tendo en conta que } r \text{ é a suma: } R + h), \text{ sería:}$$

$$=RAÍZC(AVALOR(J8)*J2/(J3+J6))$$

	H	I	I	K
2	Masa	$M =$	$5,97E+24$	kg
3	Raio	$R =$	$6,37E+06$	m
4				
5	Masa	$m =$		kg
6	Altura	$h =$	693 000	m
7				
8	Constante da gravitación	$G =$	$6,67 \cdot 10^{-11}$	$N \cdot m^2/kg^2$

A cela onde escribiuse a fórmula, por exemplo H22, presentaría o resultado: 7508,53966 609 457. Para obter un aspecto máis lexible podería empregarse a función NUMFORMA. Se noutra cela, por exemplo J22, escribese a función $=NUMFORMA(H22)$ o que se vería en J22 sería: $7,51 \cdot 10^3$.

Na pestana «Introd» hai máis información das funcións exclusivas que pode empregar. Para velas, fagcer dobre clic na ligazón [funcións](#) da folia de cálculo.

● Outros consellos

Facer unha copia de seguridade da folia de cálculo.

Non pegar ([Ctrl]+[V]) **nunca** nunha cela de cor laranxa.

En vez diso, pegar sen formato:

menú Editar → Pegado especial → Pegar texto sen formato ou [Ctrl], [Alt] e [V].

Se se acaba de pegar, probar a desfacerlo pulsando ao mesmo tempo as teclas [Ctrl] e [Z].

Se iso non vai, recuperar desde a copia de seguridade ou descargala de novo.

Se se cambiou o aspecto dunha cela que era de cor branca e bordo azul , probar a pulsar ao mesmo tempo as teclas [Ctrl] e [M].

Si iso non funciona, premar sobre outra cela que estea ben, e copiala pulsando ao mesmo tempo as teclas [Ctrl] e [C]. Premar sobre a cela que cambiou de aspecto e pulsar ao mesmo tempo as teclas [Ctrl], [Alt] e [V], e, en Preconfiguracións, premar sobre «Formatos só»

● Tipos de problemas

Na páxina Índice, aparecen as ligazóns ás follas cos tipos de problemas que pode resolver.

Para ir a algún deles, mantéña pulsada a tecla [Ctrl] mentres fai clic co rato no [Tema](#) que contén o tipo de problemas desexado, ou faga clic co rato na pestana inferior correspondente.

O nome da pestana de cada tipo de problemas está na columna de **Pestana** na páxina Índice.

Pódense resolver exercicios dos seguintes temas:

Bloque	Tema	Pestana
Gravitación	Satélites	Satelites
	Propiedades dun astro por comparación con outro	2Astros

	Relación entre períodos ou radios de órbitas	2Astros
	Masas puntuais	Campos
Electromagnetismo	Cargas puntuais	Campos
	Cálculo dunha carga a partir do campo e do potencial nun punto	CalcQdeV
	Péndulo en campo eléctrico	Pendolo_Elec
	Esferas concéntricas	Esferas
	Partícula cargada movéndose nun campo magnético uniforme	Lorentz
	Campo e forza magnética entre condutores paralelos	Condutores
Vibracións e ondas	Movemento harmónico simple	MHS
	Péndulo	Pendolo
	Ondas	Ondas
	Dioptrio plano	Dioptrio
Óptica xeométrica	Espellos e lentes	Optica
Física moderna	Efecto fotoeléctrico	Fotoelectr
	Enerxía nuclear	EnerNuclear
	Desintegración radioactiva	Desintegr

● Exemplos

Na columna da dereita da páxina [Índice](#), aparecen as ligazóns ás follas que conteñen copias dos datos dos problemas dos tipos que pode resolver. Se quere consultalos, manteña pulsada a tecla [Ctrl] mentres fai clic co rato no [Tema](#) que contén o tipo de problemas desexado, ou faga clic co rato na pestana inferior correspondente. Note que as follas con exemplos comezan todas pola letra D, dende [D_Satelites](#) ata [D_Desintegr.](#)

◊ **Cálculo de coordenadas para figuras regulares**

Na pestana «Coords» pódense calcular as coordenadas de figuras regulares planas (triángulo equilátero, cadrado, pentágono o hexágono regular) e as do tetraedro ou do octaedro. Débese escribir o valor do lado, raio ou apotema para as figuras planas ou o da aresta ou do raio circunscrito para as tridimensionais. Pódese xirar e/ou desprazar a figura, ou situar algún dos vértices nun punto concreto. En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (8) de cifras decimais por outro entre 1 e 12.

1. Calcular as coordenadas dun triángulo equilátero de 80 cm de lado coa base no eixe X e o vértice superior no eixe Y.

[Borrar os datos.](#)

Figura:	Triángulo equilátero		
Lado			
Lonxitude:			cm
Xirar:		arredor do eixe:	Z
:			
x (cm)	y (cm)	z (cm)	

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]). Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS: [elixir](#) a opción «Triángulo equilátero», na cela situada á dereita de «Figura», elixir a opción «Lado», debaixo de «Figura», escribir o seu valor (80) na cela situada á dereita de «Lonxitude», e escribir (ou elixir) a unidade (cm) na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Figura:	Triángulo equilátero		
Lado			
Lonxitude:	80		cm

Mostrarase o diagrama da dereita, que sitúa o centro do triángulo no punto (0, 0):
Para cumprir coa petición «coa base no eixe X e o vértice superior no eixe Y», o que se pódese facer é:

- Desprazar o triángulo cara arriba ata que a base quede no eixe X:

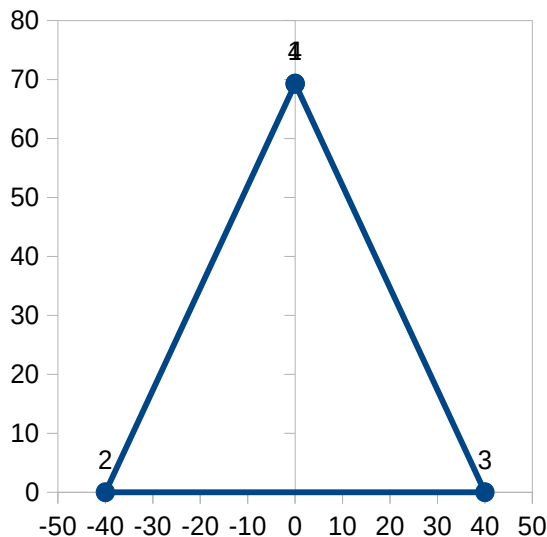
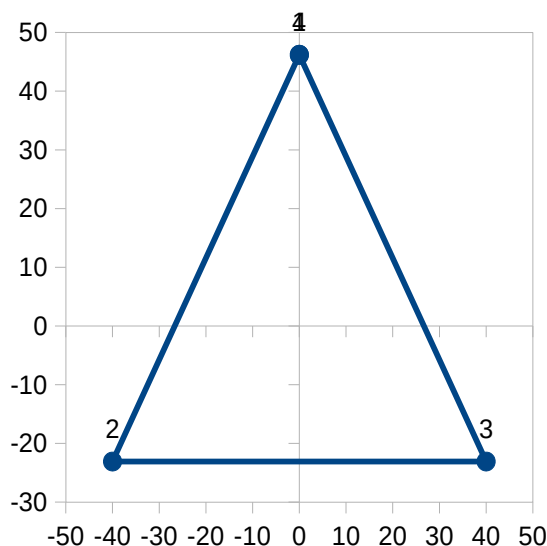
Desprazar:			
x (cm)	y (cm)	z (cm)	
	23,09401077		

(o número -23,09401077 aparece en RESULTADOS como a coordenada «y» dos puntos 2 e 3).

- Ou ben situar o punto 3 nas coordenadas (40, 0)

Situar 3 en:			
x (cm)	y (cm)	z (cm)	
40			

				Redondear a:	8
Coordenadas					
Pto.	x (cm)	y (cm)	z (cm)		
1	0	69,28203230	0		
2	-40	0	0		
3	40	0	0		



Para empregar as coordenadas calculadas aquí na pestana «Campos» pódese optar por un dos seguintes métodos:

- Seleccionar co rato as coordenadas calculadas na pestana «Coords» e copialas (pulsando ao tempo as teclas [Ctrl] e [C]), ir á pestana «Campo», premer sobre a cela situada debaixo de x na zona de «Coordenadas» e:
 - Pegalas pulsando ao tempo as teclas [Ctrl], [↵] e [V] e premendo sobre «Valores só».
 - Ou ben premer sobre o menú: **Editar** → **Pegado especial** → **Pegar só os números**.
- Ir á pestana «Campo», premer sobre a cela situada á dereita de «copiar esta cela →», facendo clic nela e pulsando ao tempo as teclas [Ctrl] e [C], seleccionar co rato as celas debaixo das coordenadas x e y, e:
 - Premer sobre o menú: **Editar** → **Pegado especial** → **Pegar só a fórmula**.
 - Ou ben pegalas pulsando ao tempo as teclas [Ctrl], [↵] e [V], marcando «Fórmulas» na columna na cela situada debaixo de «Pegar» e premendo sobre «Aceptar».

◊ Satélites

Na pestana «Satelites» pódense resolver exercicios de gravitación de satélites. Pódense calcular:

- Raio ou altura, velocidade, período ou frecuencia, e enerxías cinética e potencial dun satélite en distintas unidades.
- Velocidade ou enerxía para alcanzar unha altura, poñelo en órbita ou mandalo ao infinito (velocidade de escape).
- Campo gravitacional, forza, gravidade relativa ou momento angular na órbita.
- Masa dun astro central a partir dos datos dun dos seus satélites.

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e [elixir](#) (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Debaixo de «Astro» pódese elixir unha das opcións «Terra», «Lúa» ou «Sol» e aparecerán os valores da súa masa e do seu raio. Pódense cambiar estes datos.

1. O Sentinel-1 é un satélite artificial de órbita circular polar da Axencia Espacial Europea dentro do Programa Copérnico destinado á monitorización terrestre e dos océanos. Está situado a 693 km sobre a superficie terrestre.

a) Cantas voltas dá á Terra cada día?

b) Que velocidade houbo que proporcionarlle no lanzamento para poñelo en órbita?

Datos: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M(T) = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$; $R(T) = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) $f = 14,6 \text{ día}^{-1}$; b) $v = 8,29 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

[Borrar os datos.](#)

Astro	Masa	$M =$	<input type="text"/>	kg
	Raio	$R =$	<input type="text"/>	
	Gravidade no chan	$g_0 =$	<input type="text"/>	m/s ²
Órbita	Masa satélite	$m =$	<input type="text"/>	kg
			<input type="text"/>	
			<input type="text"/>	
			<input type="text"/>	

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e [elixir](#) (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Debaixo de «Astro» pódese elixir a opción «Terra», e aparecerán os valores da súa masa e do seu raio.

Pódense cambiar estes datos, ben copiando ([Ctrl]+[C]) no enunciado e pegando sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) ou escribindo, en formato científico «folla de cálculo» ou no habitual:

- O valor, en kg, da masa ($5,97\text{E}24$ ou $5,97 \cdot 10^{24}$) na cela situada á dereita de « $M =$ ».
- O valor do raio ($6,37\text{E}6$ ou $6,37 \cdot 10^6$) na cela situada á dereita de « $R =$ ».

Debaixo de «Masa», elixir a opción «Altura», escribir o seu valor (693) na cela situada á dereita de « $h =$ », e elixir (ou escribir) a unidade (km) na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Elixir o outro valor ($6,67 \cdot 10^{-11}$), para a constante da gravitación, na cela situada á dereita de « $G =$ ».

Astro	Masa	$M =$	<input type="text" value="5,97E+24"/>	kg
Terra	Raio	$R =$	<input type="text" value="6,37E+06"/>	m
			<input type="text"/>	
Órbita	Masa satélite	$m =$	<input type="text"/>	kg
	Altura	$h =$	<input type="text" value="693"/>	km
			<input type="text"/>	
	Constante da gravitación	$G =$	<input style="background-color: #fff9c4;" type="text" value="6,67 \cdot 10^{-11}"/>	N·m ² /kg ²

Se se copiaron e pegaron os valores da masa e do raio, dende o enunciado tal como están escritos, debería verse $5,97 \times 10^{24}$ en vez de $5,97\text{E}+24$ e $6,37 \cdot 10^6$ en vez de $6,37\text{E}+06$.

a) En RESULTADOS, elixir a opción «Frecuencia» na cela superior dereita de cor laranxa (que probablemente conteña «Período») e a opción «día⁻¹» para as unidades na cela de cor laranxa debaixo á dereita.

b) Elixir as opcións «Velocidade» e «poñelo en órbita», na liña onde se le «no chan para».

	Raio	km	Velocidade	m/s	Frecuencia	
Órbita	$r =$	7060	7510		14,6	día ⁻¹
Energía		cinética	potencial			mecánica J
na órbita		$2,82 \cdot 10^7$ J/kg	$-5,64 \cdot 10^7$ J/kg			$-2,82 \cdot 10^7$ J/kg
			Terra	$g_0 =$		9,82 m/s ²
Velocidade	no chan para	poñelo en órbita		$v(\dot{\theta}) =$		$8,29 \cdot 10^3$ m/s

As unidades de enerxía son J/kg porque non se escribiu o dato da masa do satélite. A enerxía potencial é, en realidade, o potencial a esa altura.

2. Un satélite artificial ten unha masa de 200 kg e unha velocidade constante de 7,00 km·s⁻¹.

a) Calcula a altura á que orbita.

b) Se nese momento se lle fornece unha enerxía igual á enerxía cinética que xa ten, calcula a que distancia da Terra podería chegar.

Datos: $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $R(T) = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

(A.B.A.U. extr. 22)

Rta.: a) $h = 1750 \text{ km}$; b) $r = \infty$.

Borrar os datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e **pegalo** na cela situada debaixo de «Problema».

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↵])+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e **elixir** (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Para o raio da Terra, copiar o valor no enunciado, e pegalo sen formato, ou escribilo en formato científico «folla de cálculo» ($6,37E6$) ou no habitual ($6,37 \cdot 10^6$), na cela situada á dereita de «R =».

Elixir a opción «Velocidade», na 2.ª cela situada debaixo de «Masa», escribir o seu valor (7) e escribir (ou elixir) a unidade (km/s) na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Astro	Masa	$M =$		kg
	Raio	$R =$	6,37E+06	m
	Gravidade no chan	$g_0 =$	9,81	m/s ²
Órbita	Masa satélite	$m =$	200	kg
	Velocidade	$v =$	7	km/s

a) En RESULTADOS, elixir a opción «Altura», en lugar de «Raio».

	Altura	km
Órbita	$h =$	1750

b) Esta folla non calcula esta cuestión, pero dá pistas para resolvela. Comprobar que a enerxía cinética é oposta á enerxía total.

Energía	cinética	potencial	mecánica J
na órbita	$4,90 \cdot 10^9$ J	$-9,80 \cdot 10^9$ J	$-4,90 \cdot 10^9$ J

Neste caso, se se lle fornece unha enerxía igual á enerxía cinética que xa ten, ao sumala á súa enerxía mecánica, dá como resultado 0. Pero 0 é a enerxía potencial do infinito, porque se toma o infinito como orixe de enerxía potencial. O satélite deberá chegar ao infinito.

3. As relacións entre as masas e os raios da Terra e a Lúa son: $M_T/M_L = 79,63$ e $R_T/R_L = 3,66$.

a) Calcula a gravidade na superficie da Lúa.

b) Calcula a velocidade dun satélite xirando arredor da Lúa nunha órbita circular de 2300 km de raio.

c) Onde é maior o período dun péndulo de lonxitude L , na Terra ou na Lúa?

Datos: $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$; $R_L = 1700 \text{ km}$.

(P.A.U. xuño 10)

Rta.: a) $g_L = 1,65 \text{ m/s}^2$; b) $v = 1,44 \text{ km/s}$.

Hai que ir á pestana «2Astros» para calcular a gravidade na superficie da Lúa. Nela, escribir os valores das relacións entre as masas da Terra e da Lúa, e a relación entre os seus raios. Escribir tamén o valor do raio da Lúa e da gravidade terrestre.

Magnitude	1		2		Relación
	Lúa	Terra			
Masa	$M =$				A_2 / A_1
Raio	$R =$	1700		km	79,63
Gravidade	$g =$		9,8	m/s^2	3,66

En RESULTADOS, mostraranse os valores da masa, os raios e a gravidade.

	Lúa	Terra	
$M =$	$7,14 \cdot 10^{22}$	$5,68 \cdot 10^{24}$	kg
$R =$		$6,22 \cdot 10^3$	km
$g =$	1,65		m/s^2

b) Volver a pestana «Satelites», escribir o dato (1700) do radio da Lúa e calquera dos resultados, por exemplo o valor da aceleración (1,65) da gravidade:

Astro	Masa	$M =$	
Lúa	Raio	$R =$	1700 km
	Gravidade no chan	$g_0 =$	1,65 m/s^2
Órbita	Masa satélite	$m =$	kg
	Raio	$r =$	2300 km
	Constante de la gravitación	$G =$	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

En RESULTADOS, mostraranse os valores da altura, velocidade e período.

	Altura	Velocidade	Período
Órbita $h =$	600 km	1,44 km/s	02:47:19 h:m:s

c) Pódese cambiar o valor da gravidade na pestana «Péndulo» e comparar os resultados:

P. ex., no problema (P.A.U. Set. 13), para o valor de $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, o resultado do período é: $T = 2,84 \text{ s}$.

Cambiando o valor de g a $1,65 \text{ m/s}^2$, o novo valor do período é: $T = 6,92 \text{ s}$.

Pódense ver máis exemplos na pestana «D_Satelites».

Pódese empregar a folla de cálculo [Satélites \(gal\)](#), coa axuda de [Satélites PAU \(gal\)](#) ou [Satélites ABAU \(gal\)](#), para poder ver máis problemas resoltos deste tema.

◊ **Propiedades dun astro por comparación con outro**

Na pestana «2Astros» pódense resolver exercicios de dous satélites que xiran arredor dun mesmo astro ou de dous planetas para calcular algunha magnitude dun deles sabendo a relación matemática entre as masas e/ou radios de ambos.

Pódese calcular:

- A relación ente os períodos ou radios (e aceleracións) de dous satélites sabendo a relación entre as magnitudes asociadas a elas.
- A masa, o radio ou o valor da aceleración na superficie dun planeta, sabendo algunha destas magnitudes noutro e coñecendo a relación matemática entre radios e masas.

1. O período de Xúpiter ná súa órbita arredor do Sol é aproximadamente 12 veces maior que o da Terra ná súa correspondente órbita. Considerando circulares as órbitas dos dous planetas, determinar:
 - a) A relación entre os raios das devanditas órbitas.
 - b) A relación entre as aceleracións dos dous planetas nas súas respectivas órbitas.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: a) $r_2 / r_1 = 5,2$; b) $a_2 / a_1 = 0,036$.

[Borrar os datos.](#)

	1	2		Relación
Magnitude	Astro 1	Astro 2		

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e [elixir](#) (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Escribir os nomes dos planetas nas celas «Astro 1» e «Astro 2».

Elixir a opción «Período» debaixo de «Magnitude», e escribir o valor (12) na cela de cor branca situada á dereita. Aparecerá a etiqueta «A₁ / A₂» indicando que ese valor corresponde á relación de períodos entre o primeiro planeta e o segundo.

	1	2		Relación
Magnitude	Xúpiter	Terra		A ₁ / A ₂
Período	T =			12

En RESULTADOS, mostraranse os valores da relación entre os raios das órbitas, e da relación entre os seus períodos.

	Xúpiter	Terra		Relación
				$r_1 / r_2 = 5,24$
				$a_1 / a_2 = 0,0364$

2. As relacións entre as masas e os raios da Terra e a Lúa son: $M_T/M_L = 79,63$ e $R_T/R_L = 3,66$.
- Calcular a gravidade na superficie da Lúa.
 - Calcular a velocidade dun satélite xirando arredor da Lúa nunha órbita circular de 2300 km de raio.
 - Onde é maior o período dun péndulo de lonxitude L , na Terra ou na Lúa?

Datos: $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$; $R_L = 1700 \text{ km}$.

(P.A.U. xuño 10)

Rta.: a) $g_L = 1,65 \text{ m/s}^2$; b) $v = 1,44 \text{ km/s}$.

Borrar os datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e **pegalo** na cela situada debaixo de «Problema». En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↵]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e **elixir** (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Magnitude	1		2		Relación
	Lúa	Terra			
Masa	$M =$				A_2 / A_1
Raio	$R =$	1700		km	79,63
Gravidade	$g =$		9,8	m/s^2	3,66

En RESULTADOS, mostraranse os valores das masas, raio e gravidade.

	Lúa	Terra	
$M =$	$7,14 \cdot 10^{22}$	$5,68 \cdot 10^{24}$	kg
$R =$		$6,22 \cdot 10^3$	km
$g =$	1,65		m/s^2

b) Non se resolve nesta pestana. Hai que ir á pestana «Satelites» e usar o dato do radio da Lúa (1700 km), xunto con calquera dos resultados, por exemplo o valor da aceleración (1,65) da gravidade:

Astro	Masa	$M =$	
Lúa	Raio	$R =$	1700 km
	Gravidade no chan	$g_0 =$	1,65 m/s^2
Órbita	Masa satélite	$m =$	kg
	Raio	$r =$	2300 km
	Constante de la gravitación	$G =$	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

En RESULTADOS, mostraranse os valores da altura, velocidade e período.

	Altura	Velocidade	Período
Órbita	$h = 600 \text{ km}$	$1,44 \text{ km/s}$	$02:47:19 \text{ h:m:s}$

c) Pódese cambiar o valor da gravidade na pestana «Péndulo» e comparar os resultados:

P. ex., no problema (P.A.U. Set. 13), para o valor de $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, o resultado do período é: $T = 2,84 \text{ s}$.

Cambiando o valor de g a $1,65 \text{ m/s}^2$, o novo valor do período é: $T = 6,92 \text{ s}$.

♦ **Masas ou cargas puntuais: Masas**

Na pestana «Campos» pódense resolver exercicios de sistemas de masas ou cargas puntuais. Para os exercicios de masas puntuais ten que [elixir](#) a opción «Masas» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Constante».

Pódense situar ata seis masas fixas e unha masa móbil en un de dous puntos nos que se pode calcular:

- A intensidade de campo ou a forza gravitacional sobre unha masa móbil, e o potencial ou a enerxía potencial gravitacional.
- O traballo para mover a masa entre dous puntos ou a enerxía cinética ou a velocidade coa que chega a un dos puntos.
- A enerxía potencial gravitacional da disposición das masas fixas.
- A posición do punto onde se anularía o campo creado por varias masas.
- Un esquema do vector intensidade de campo gravitacional en calquera dos puntos da masa móbil.

1. Dúas masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) e B(12, 0) metros. Calcular:

- O vector campo e o potencial gravitacional en C(6, 0) e D(6, 8).
- Se unha masa de 2 kg posúe no punto D unha velocidade de $-1 \cdot 10^{-4} \hat{j} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, calcula á súa velocidade no punto C.

(P.A.U. xuño 14)

Rta.: a) $g_c = 0$; $g_a = -1,6 \times 10^{-10} \text{ j m/s}^2$; $V_c = -3,34 \times 10^{-9} \text{ J/kg}$; $V_a = -2,00 \times 10^{-9} \text{ J/kg}$; b) $v = -1,13 \times 10^{-4} \text{ j m/s}$.

[Borrar os datos.](#)

Constante		$K =$	<input #f4a460;"="" background-color:="" type="text" value="8,98755·10<sup>9</sup></td> <td><math>\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}</math></td> <td><math>\epsilon' =</math></td> <td style="/> <input type="text" value="1"/>				
Cargas	puntuais fixas		Coordenadas			m	
μC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)			
	1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
	2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
	3	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
	4	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
	5	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
	6	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
móbil	Puntos onde calcular a forza ou o campo						
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
Velocidade inicial		desde → ata		Masa			
$v_0 =$	<input type="text"/>	m/s	<input type="text"/>	$m =$	<input type="text"/>	kg	

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS, na cela situada debaixo de «Constante», [elixir](#) a opción «Masas».

Na cela de cor laranxa situada á dereita de «G =» pódese elixir o outro valor ($6,67 \cdot 10^{-11}$).

Na cela de cor laranxa situada á dereita de «Coordenadas», escribir (ou elixir) as unidades (m).

Na cela de cor laranxa situada debaixo de «Masa» escribir (ou elixir) a unidade (kg).

Nas celas situadas debaixo de «kg», escribir os valores das masas (150), e, nas celas situadas á súa dereita, os valores correspondentes das coordenadas «x» e «y».

Escribir o valor da masa móbil (2), na cela situada á dereita da etiqueta «móbil».

Na cela de cor laranxa situada debaixo de «6», escribir (ou elixir) a opción «C», e na cela de abaixo, escribir (ou elixir) a opción«D».

Escribir os valores correspondentes das coordenadas «x» e «y» para os puntos C e D. (Ao escribir 6, aparecerá $6,67 \cdot 10^{-11}$. Pulsar a tecla [Supr] para que quede só o 6).

Na cela de cor laranxa situada debaixo de «desde → ata:», elixir a opción «C→D», para indicar que a masa móbil sae do punto C e chega ao punto D.

Na cela situada debaixo de «Velocidade inicial $v_0 =$ » escribir $-1E-4$.

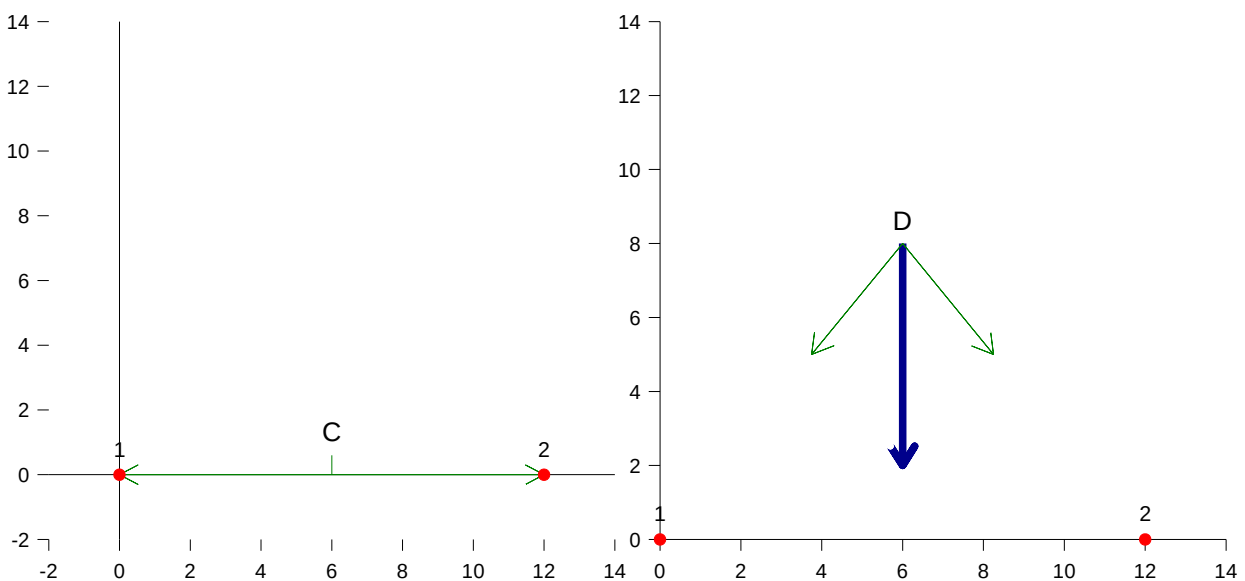
Constante		$G =$	<input type="text" value="6,67·10<sup>-11</sup>"/>	$N·m^2·kg^{-2}$	<input type="text" value="1"/>
Masas		puntuais fixas		Coordenadas	
<input type="text" value="kg"/>	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
<input type="text" value="150"/>	1	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>		
<input type="text" value="150"/>	2	<input type="text" value="12"/>	<input type="text" value="0"/>		
	3				
	4				
	5				
	6				
móbil		Puntos onde calcular a forza ou o campo			
	<input type="text" value="2"/>				
	C	<input type="text" value="6"/>	<input type="text" value="0"/>		
	D	<input type="text" value="6"/>	<input type="text" value="8"/>		
Velocidade inicial		desde → ata			
$v_0 =$	<input type="text" value="-1E-4"/>	m/s	<input type="text" value="C→D"/>		

Elixir a opción «Campo» na cela de cor laranxa situada á esquerda de «resultante», e a opción «Potencial» na cela de cor laranxa situada máis abaixo.

<input type="text" value="Campo resultante"/>			
	g	g_x	g_y
C	0 N/kg	0	0
D	$1,60·10^{-10}$ N/kg	0	$-1,60·10^{-10}$
<input type="text" value="Potencial"/>			
C	$-3,34·10^{-9}$ J/kg	Velocidade final: $1,13·10^{-4}$ m/s	
D	0 J/kg		

GRÁFICAS:

Os vectores campo gravitacional poden verse na zona de GRÁFICAS, elixindo a opción «C» no primeiro caso e a opción «D» no segundo. Os vectores campo, creados por cada unha das masas situadas nos puntos vermellos 1 e 2, aparecen en cor verde. No punto D pódese verse ademais o vector campo resultante, en cor azul máis grosso. O campo resultante no punto C é nulo e non aparece na gráfica.



2. Unha nave sitúa un obxecto de 20 kg de masa entre a Terra e o Sol nun punto onde a forza gravitacional neta sobre o obxecto é nula. Calcular nese punto:

- a) A distancia do obxecto ao centro da Terra.
 - b) A aceleración da Terra debida á forza que o obxecto exerce sobre ela.
- DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$; $M(T) = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$; $M(S) = 2,00 \times 10^{30} \text{ kg}$;
 distancia Terra-Sol = $1,50 \times 10^{11} \text{ m}$.

(A.B.A.U. ord. 24)

Rta.: a) $r = 2,59 \cdot 10^8 \text{ m}$; b) $a = 1,99 \cdot 10^{-26} \text{ m/s}^2$.

Borrar os datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e **pegalo** na cela situada debaixo de «Problema».

Para os datos:

- Seleccionar, no enunciado, o dato ($5,98 \times 10^{24}$) da masa da Terra, copialo ([Ctrl]+[C]) e pegalo sen formato ([Ctrl], [Alt], [↵] e [V]), na cela situada debaixo de «kg». Seguir o mesmo para a masa do sol (pegala sen formato debaixo da masa da Terra, á esquerda do punto 2), e para a coordenada x (pegala sen formato á dereita do punto 2).
- Ou teclear os valores nas celas correspondentes. Pódese empregar «formato científico folla de cálculo» ($5,98\text{E}24$) ou «formato científico habitual» ($5,98 \cdot 10^{24}$).

Constante	$G =$	$6,67 \cdot 10^{-11}$	$\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$	
Masa	puntuais fixas	Coordenadas		m
kg	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)
$5,98 \times 10^{24}$	1	0	0	
$2,00 \times 10^{30}$	2	$1,50 \times 10^{11}$	0	

En RESULTADOS, mostraranse as coordenadas x e y do punto onde se anula o campo.

Campo nulo	en	$2,59 \times 10^8$	0	m
------------	----	--------------------	---	---

b) Ir á pestana «Satélites» e usar o resultado da distancia para calcular o valor do campo gravitacional creado pola masa de 20 kg nun punto a $2,59 \times 10^8 \text{ m}$ de distancia. (Na pestana sería unha órbita de $2,59 \times 10^8 \text{ m}$ de raio).

Astro	Masa $M =$	20 kg
	Raio $R =$	
Órbita	Masa satélite	$m =$
	Altura	$h = 2,59 \times 10^8 \text{ m}$
Constante de la gravitación	$G =$	$6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$

Elixir en RESULTADOS: «Campo gravitacional na órbita»

Campo gravitacional	na órbita	$g = 1,99 \times 10^{-26} \text{ m/s}^2$
---------------------	-----------	--

Pódese tamén resolver en **OUTROS CÁLCULOS** escribindo a fórmula: $=\text{AVALOR}(12)*20/\text{AVALOR}(129)^2$

Corresponde á ecuación:

$$a = G \cdot m / r^2$$

Tense que elixir un valor para a constante de gravitación.

Escribir, se quere, a etiqueta a(Terra) para indicar que é a aceleración da Terra

Etiqueta:	a (Terra)
Fórmula:	1,99E-26

◊ **Masas ou cargas puntuais: Cargas**

Na pestana «Campos» pódense resolver exercicios de sistemas de masas ou cargas puntuais. Para os exercicios de cargas puntuais ten que [elixir](#) a opción «Cargas» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Constante».

Pódense situar ata seis cargas fixas e unha carga móbil en un de dous puntos nos que se pode calcular:

- A intensidade de campo eléctrico ou a forza electrostática sobre a carga móbil, e o potencias eléctrico ou a enerxía potencial eléctrica.
- O traballo para mover a carga entre dous puntos ou a enerxía cinética ou a velocidade coa que chega a un dos puntos.
- A enerxía potencial eléctrica da disposición das cargas fixas.
- A posición e o valor dunha carga que equilibraría a disposición das cargas fixas, se fose o caso.
- Un esquema do vector intensidade de campo eléctrico en calquera dos puntos da carga móbil.

1. Dúas cargas eléctricas positivas de 3 nC cada unha están fixas nas posicións (2, 0) e (-2, 0) e unha carga negativa de -6 nC está fixa na posición (0,-1).
 - a) Calcular o vector campo eléctrico no punto (0, 1).
 - b) Colócase outra carga positiva de 1 µC no punto (0,1), inicialmente en repouso e de xeito que é libre de moverse. Razoar se chegará ata a orixe de coordenadas e, en caso afirmativo, calcule a enerxía cinética que terá nese punto.

Datos: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$. As posicións están en metros. (A.B.A.U. ord. 21)

Rta.: a) $E = -8,67 \text{ j N/C}$; b) $E_c = 2,41 \cdot 10^{-5} \text{ J}$.

[Borrar os datos.](#)

Constante		$K =$	<input type="text" value="8,98755·10<sup>9</sup>"/>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$	$\epsilon' =$	<input type="text" value="1"/>
Cargas	puntuais fixas	Coordenadas			m	
µC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)		
<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>		
<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>		
<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>		
<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>		
<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>		
<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>		
móbil	Puntos onde calcular a forza ou o campo					
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>		
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>		
Velocidade inicial	desde → ata		Masa			
$v_0 =$ <input type="text"/>	<input type="text"/>		$m =$ <input type="text"/>			
						kg

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).
 Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).
 En DATOS, na cela situada debaixo de «Constante», [elixir](#) a opción «Carga».
 Na cela de cor laranxa situada á dereita de «K =» elixir o outro valor ($9,0 \cdot 10^9$).
 Na cela de cor laranxa situada á dereita de «Coordenadas», escribir (ou elixir) as unidades (m).
 Na cela de cor laranxa situada debaixo de «Carga», escribir (ou elixir) a unidade (nC).
 Nas celas situadas debaixo de «nC», escribir os valores das cargas (3, 3, e -6), e, á súa dereita, os valores correspondentes das súas coordenadas «x» e «y».
 Na cela situada á dereita da etiqueta «móbil», escribir o valor da carga móbil (1000), nas mesmas unidades que o resto das cargas!.
 Na cela de cor laranxa situada debaixo de «6», escribir (ou elixir) a opción A, e escribir á súa dereita, os valores das coordenadas (0 e 1). Nas celas de abaixo, escribir (ou elixir) a opción B, e escribir á súa dereita, os valores das coordenadas (0 e 0)

Na cela de cor laranxa situada debaixo de «desde → ata», elixir a opción «A→B», para indicar que a carga móbil sae do punto A, e chega ao B.

Constante		$K =$	<input type="text" value="9,00·10<sup>9</sup>"/>	$N·m^2·C^{-2}$	$\epsilon' =$	<input type="text" value="1"/>	
Cargas	puntuais fixas	Coordenadas			<input type="text" value="m"/>		
nC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)			
<input type="text" value="3"/>	1	<input type="text" value="2"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text"/>			
<input type="text" value="3"/>	2	<input type="text" value="-2"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text"/>			
<input type="text" value="-6"/>	3	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="-1"/>	<input type="text"/>			
<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
móbil	<input type="text" value="1000"/>	Puntos onde calcular a forza ou o campo					
	A	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="text"/>			
	B	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text"/>			
Velocidade inicial	desde → ata	Masa					
$v_0 =$ <input type="text"/>	<input type="text" value="A→B"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text" value="kg"/>			

En RESULTADOS, escribir (ou elixir) a opción «Campo» na cela de cor laranxa situada á esquerda de «resultante», e a opción «Potencial» na cela de cor laranxa situada máis abaixo.

<input type="text" value="Campo"/>	Campo resultante			
A	$ E $	E_x	E_y	
	<input type="text" value="8,67 N/C"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="-8,67"/>	<input type="text" value="N/C"/>
<input type="text" value="Potencial"/>	Potencial			
A	<input type="text" value="-2,85 V"/>			
	Traballo do campo desde A ata T:	<input type="text" value="2,41·10<sup>-5</sup> J"/>		
	Energía potencial das cargas fixas:	<input type="text" value="-1,25·10<sup>-7</sup> J"/>		

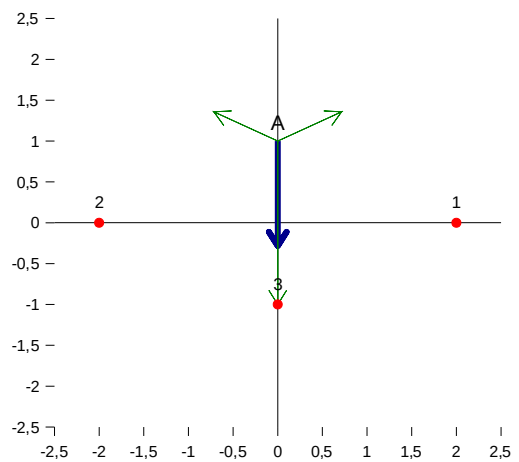
En GRÁFICAS, aparece un diagrama cos vectores campo eléctrico, en cor verde, creados por cada unha das cargas situadas nos puntos vermello 1, 2 e 3, e o vector campo resultante no punto A, en cor azul máis grosso.

Á vista da dirección e sentido do campo eléctrico e, tendo en conta que a carga móbil é positiva, parece lóxico pensar que pasará pola orixe de coordenadas. Deducindo que en tódolos puntos da parte positiva do eixe Y, a dirección e sentido do vector campo non varían, pódese asegurar que a carga pasará pola orixe.

Posto que cando a carga se despraza desde A ata a orixe, o traballo da forza do campo é positivo, a carga adquire unha enerxía cinética igual a ese traballo:

$$\Delta E_c = W = 2,41 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

Se se partiu do repouso, esa será a enerxía cinética que terá.



2. Tres cargas de $-2, 1$ e $1 \mu\text{C}$ están situadas nos vértices dun triángulo equilátero e distan 1 m do centro do mesmo.
- Calcular o traballo necesario para levar outra carga de $1 \mu\text{C}$ desde o infinito ao centro do triángulo.
 - Que forza sufrirá a carga unha vez que estea situada no centro do triángulo?
 - Razoar se nalgún punto dos lados do triángulo pódese existir un campo electrostático nulo.
- Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ (P.A.U. xuño 16)
- Rta.: a) $W = 0$; b) $F = 0,0270$ cara á carga negativa.

Borrar os datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e **pegalo** na cela situada debaixo de «Problema». Pódense calcular as coordenadas na pestana «Coords» seguindo estas instrucións: Premer sobre a pestana «Coords» e **elixir** a opción «Triángulo equilátero» e «Raio», escribir o valor do raio (1) e escribir (ou elixir) á unidade (m) na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Figura: **Triángulo equilátero**

Raio m

Lonxitude: m

Se en RESULTADOS mantense o número en «Redondear a 8 cifras decimais», verase:

Redondear a: cifras decimais

Pto.	Coordenadas		
	x (m)	y (m)	z (m)
1	0	1	0
2	-0,86602540	-0,5	0
3	0,86602540	-0,5	0

Volver á pestana «Campos» e copiar a cela situada á dereita de «copiar esta cela →», facendo clic nela e pulsando ao tempo as teclas [Ctrl] e [C]. Seleccionar co rato as celas debaixo das coordenadas «x» e «y» para os tres puntos. Elixir no menú: **Editar → Pegado especial → Pegar só a fórmula.** Escribir os valores das cargas fixas ($-2, 1$ e 1) nas celas situadas debaixo de « μC ». Escribir o valor da carga móbil (1) na cela situada á dereita de etiqueta «móbil». Escribir, nas celas á súa dereita, os valores das coordenadas da carga móbil, que son as do centro do triángulo (0 e 0).

Elixir a opción «∞→A» na cela de cor laranxa debaixo de «desde → ata».

Constante $K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ $\epsilon' = 1$

Cargas	μC	Coordenadas			
		Pto.	x (m)	y (m)	z (m)
	-2	1	0	1	
	1	2	-0,86602540	-0,5	
	1	3	0,86602540	-0,5	
		4			
		5			
		6			
móbil	1	Puntos onde calcular a forza ou o campo			
		A	0	0	

Velocidade inicial $v_0 =$ m/s desde → ata Masa $m =$ kg

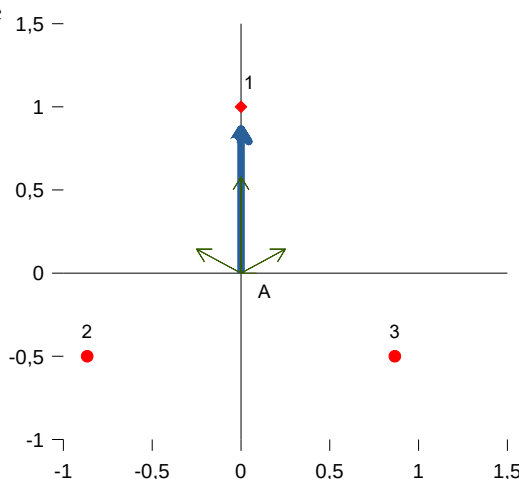
En RESULTADOS, elixir a opción «Forza»:

	Forza resultante	F_x	F_y	F_z
A	0,0270 N	0	0,0270	0 N

a) Á vista do diagrama que da a follá de cálculo para os datos, é sinxelo deducir as coordenadas do punto medio da base do triángulo.

O punto medio ten as coordenadas: $(0, -0,5)$.

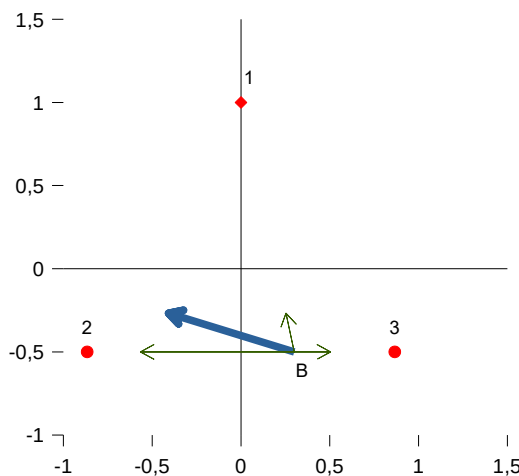
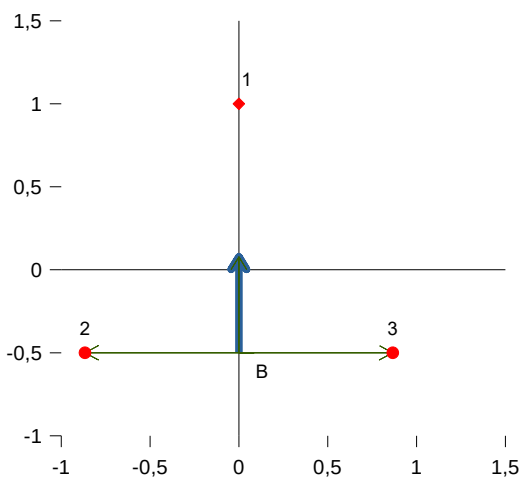
En DATOS escribir estas coordenadas para un punto no lado horizontal.



Obtense o diagrama do campo para o punto medio da base, que se mostra no lado esquerdo.

Vese que o campo non se anula.

Pódese probar con outro punto, por exemplo: $(0,3, -0,5)$ m. O diagrama móstrase no lado dereito.

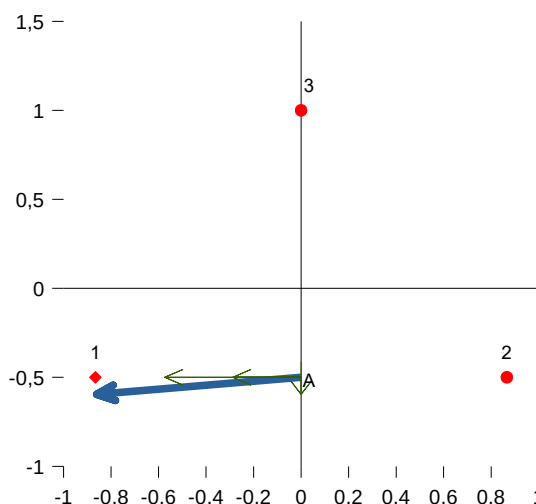


Pódese razoarse que en ningún punto dun lado do triángulo pode existir un campo electrostático nulo.

- No punto central, porque o campo resultante estaría dirixido cara á carga do vértice oposto.
- En calquera outro punto do lado, porque a resultante dos vectores campo producidos polas cargas situadas nos vértices do lado, non podería ser nula, porque o punto está máis cerca dunha das cargas que da outra.

Nos lados nos que as cargas son de distinto valor e signo, o vector campo non se anulará nunca porque a resultante estará desviada cara á carga negativa.

Pódese virar agora o triángulo 120° para que represente o campo eléctrico no punto medio dun lado con cargas de $-2 \mu\text{C}$ (no punto 1) e $+1 \mu\text{C}$ nos vértices (puntos 2 e 3). Pódese comprobar que o vector campo apunta principalmente cara á carga negativa.



3. Unha carga q de 2 mC está fixa no punto A (0, 0), que é o centro dun triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$ m. Tres cargas iguais Q están nos vértices e a distancia de cada carga Q ao punto A é 3 m. O conxunto está en equilibrio electrostático. Calcular:

- O valor de Q .
- A enerxía potencial de cada carga Q .
- A enerxía posta en xogo para que o triángulo rote 45° arredor dun eixe que pasa por A e é perpendicular ao plano do papel.

Dato: $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

(P.A.U. xuño 11)

Rta.: a) $Q = -3,46 \text{ mC}$; b) $E_p = 2,08 \times 10^4 \text{ J}$; c) $\Delta E = 0$.

a) O problema non se resolve directamente. Pódese calcular o valor dunha carga central que equilibraría tres cargas de 1 mC nos vértices.

[Borrar os datos](#). Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e [pegalo](#) na cela situada debaixo de «Problema».

Pódense calcular as coordenadas na pestana «Coords» seguindo estas instrucións:

Premer sobre a pestana «Coords» e [elixir](#) as opcións «Triángulo equilátero» e «Lado», escribir $=3*\text{RAÍZC}(3)$ na cela situada á dereita de «Lonxitude» e escribir (ou elixir) á unidade (m) na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Figura:	Triángulo equilátero
Lado	
Lonxitude:	5,1961524227 m

Se en RESULTADOS mantense o número en «Redondear a 8 cifras decimais», verase:

Pto.	x (cm)	y (cm)
1	0	3
2	-2,59807621	-1,5
3	2,59807621	-1,5

Facer dobre clic na ligazón [Campos](#) para regresar, e copiar a cela situada á dereita de «copiar esta cela →», facendo clic nela e pulsando ao tempo as teclas [Ctrl] e [C]. Seleccionar co rato as celas debaixo das coordenadas «x» e «y» para os tres puntos. Elixir no menú:

Editar → Pegado especial → Pegar só a fórmula.

Escribir «1» para cada un dos valores das cargas fixas, nas celas situadas debaixo de «mC».

Carga	Coordenadas		
mC	Pto.	x (m)	y (m)
1	1	0	3
1	2	-2,59807621	-1,5
1	3	2,59807621	-1,5

Se a opción era menor de 6 cifras significativas, facer clic no botón [Cifras significativas](#) e elixir 6 á dereita de «Cifras significativas», para ter maior precisión.

Buscar, en RESULTADOS, o valor da carga que equilibra as cargas fixas.

Carga que equilibra as cargas fixas: $-0,577350 \text{ mC}$

A carga no centro que equilibra tres cargas de 1 mC, situadas nos vértices, vale $q = -0,57735 \text{ mC}$.

Este equilibrio manterase se se multiplican tódalas cargas polo mesmo número. Para que a carga no centro sexa de 2 mC, haberá que multiplicar o seu valor actual ($-0,57735$) polo factor $2/(-0,57735)$.


Este será o factor polo que habería que multiplicar as cargas nos vértices, que son de 1 mC.

Polo tanto, as cargas nos vértices que equilibrarían unha carga de 2 mC do centro valerían:

$$Q = 2/(-0,57735) = -2/0,57735 \text{ mC}.$$

En DATOS, escribir a fórmula: $=-2/0,57735$ en vez do valor da carga, na cela situada debaixo de «mC».

mC	Pto.	x (m)	y (m)
$=-2/0,57735$	1	0	3

É posible que a cela apareza con este aspecto:  Para corrixilo, facer clic na barra de ferramentas na icona .00x, varias veces para ir reducindo a cantidade de decimais visibles, ata que apareza o resultado: $-3,4641032303$, ou cambiar o tamaño da fonte a 10 ou a 12 pt.

Pódese copiar esta cela (G5) nas dúas de abaixo ou escribir en cada unha delas =, facer clic nesta cela (G5) e pulsar a tecla [←].

En RESULTADOS, verase agora:

Carga que equilibra as cargas fixas: 2,00000 mC

b) Para este apartado, escribir 2, no valor da carga do punto 4, e 0, nas coordenadas x e y.

Na cela situada á dereita de «móbil»:

- Pulsar a tecla [=] e facer clic na cela que contén o valor da carga da que quere pescudar a enerxía potencial, e pulsar a tecla [←]. Na cela situada á dereita de «móbil» aparecerá o valor da carga e o cursor situarase na cela da coordenada x. Seguir o mesmo proceso para a coordenada x e y.
- Ou escribir o valor da carga e o das súas coordenadas nas celas da dereita.

	Cargas puntuais fixas		Coordenadas	
	mC	Pto.	x (m)	y (m)
	-3,464103	1	0	3
	-3,464103	2	-2,59807 621	-1,5
	-3,464103	3	2,59807 621	-1,5
	2	4	0	0
		5		
		6		
móbil	-3,464103	Puntos onde calcular a forza ou o		

En RESULTADOS, elixir a opción «E. potencial»:

E. potencial

A 2,07846·10⁴ J

c) En RESULTADOS, anotar o valor da «Enerxía potencial das cargas fixas:». Vale 0 J.

Ir agora á pestana «Coords.» e facer xirar o triángulo 45° arredor do eixe Z.

Xirar: 45° arredor do eixe: Z

As coordenadas cambiaron. Volver a pestana «Campo», comprobar que as coordenadas son as novas, e que a enerxía é a mesma: 0 J.

◊ **Cálculo dunha carga a partir do campo e do potencial nun punto**

Na pestana «CalcQdeV» pódense resolver exercicios para calcular:

- O valor da carga ou masa que crea un campo, e a distancia á que se atopa o punto dela, dados os valores do potencial e do campo nese punto,
- O valor da carga ou masa que, situada nun punto, neutraliza o potencial ou o campo producido por unha ou dúas cargas ou masas situadas noutros puntos determinados.

1. Unha carga eléctrica puntual de valor Q ocupa a posición (0,0) do plano XY no baleiro. Nun punto A do eixo X o potencial eléctrico é $V = -120$ V e o campo eléctrico é $\vec{E} = -80 \hat{i}$ N/C. Se as coordenadas están dadas en metros, calcula:

- A posición do punto A e o valor de Q .
- O traballo que realiza a forza eléctrica do campo para levar un electrón desde o punto B (2,2) ata o punto A.

DATOS: $K = 9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$; $|q_e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

(A.B.A.U. ord. 24)

Rta.: a) $\vec{r}_A = (1,50, 0) \text{ m}$; $Q = -20,0 \text{ nC}$; b) $W_{B \rightarrow A} = -9,02 \cdot 10^{-18} \text{ J}$.

[Borrar os datos.](#)

Constante		$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$	$\epsilon' = 1$
Carga	C	x	y
	M		m
	N		
Equilibrio en	A		
Q móbil	Punto		
		Potencial (V)	Campo (N/C)
No punto	A		u
			i

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

Na cela situada debaixo de «Q móbil» escribir $-1,6E-19$, ou copiar o dato no enunciado do problema (seleccionar $1,6 \times 10^{-19}$ e pulsar á vez as teclas [Ctrl] e [C]) e pegalo nesa cela (clic na cela e pulsar á vez as teclas [Ctrl], [Alt], [↵] e [V]). Facer clic ao principio do número, escribir o signo «-» e pulsar a tecla [←].

Constante		$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$	$\epsilon' = 1$
Carga	C	x	y
	M	0	0 m
	N		
	A		
Q móbil	Punto		
$-1,6 \times 10^{-19}$	B	2	2
		Potencial (V)	Campo (N/C)
No punto	A	-120	-80
			u
			i

En RESULTADOS, elixir, debaixo da etiqueta «Traballo da forza», as opcións: «do campo» e «B → A».

	x	y
Posición do punto A:	1,50	0 m
Carga en M	$Q =$	$-2,00 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
Traballo da forza		
do campo	de	B → A
		$-9,02 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

Nas celas de cor laranxa, pódense cambiar as unidades tanto da carga como do traballo.

2. Nun punto de coordenadas (0, 3) está situada unha carga $q_1 = 7,11 \text{ nC}$, e no punto de coordenadas (4, 0) está situada outra carga $q_2 = 3,0 \text{ nC}$. Calcula:
- A expresión vectorial da intensidade do campo eléctrico no punto (4, 3).
 - O valor do potencial eléctrico no punto (4, 3).
 - Indica o signo e o valor da carga q_3 que hai que situar na orixe para que o potencial eléctrico no punto (4, 3) se anule.

Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$. As coordenadas están expresada en metros.

(A.B.A.U. ord. 19)

Rta.: a) $\vec{E} = (4 \vec{i} + 3 \vec{j}) \text{ N/C}$; b) $V = 25 \text{ V}$; c) $q_3 = -13,9 \text{ nC}$.

Para resolver este problema ten que usar dúas pestanas distintas. A pestana «Campos» para os apartados a) e b), e a pestana «CalcQdeV» para o apartado c).

Apartados a) e b). Ir á pestana «Campos» e [borrar os datos](#).

Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e [pegalo](#) na cela situada debaixo de «Problema».

En DATOS, escribir os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e [elixir](#) (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

a)	b)	Constante	$K =$	<input type="text" value="9.10^9"/>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$	$\epsilon' =$	<input type="text" value="1"/>
		Cargas puntuais fixas			Coordenadas		
		<input type="text" value="7,11"/>	<input type="text" value="3"/>	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)
		<input type="text" value="3"/>	<input type="text" value="2"/>		<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/>	<input type="text"/>
					<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text"/>

a) En RESULTADOS, elixir «Campo» á esquerda de «resultante»

Campo resultante				
	$ E $	E_x	E_y	
A	<input type="text" value="5,00 N/C"/>	<input type="text" value="4,00"/>	<input type="text" value="3,00"/>	<input type="text" value="N/C"/>

b) En RESULTADOS, elixir «Potencial» máis abaixo:

Potencial	
A	<input type="text" value="25,0 V"/>

Apartado c). Ir á pestana «CalcQdeV» e [borrar os datos](#).

Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e [pegalo](#) na cela situada debaixo de «Problema».

En DATOS, escribir os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e [elixir](#) (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

		Constante	$K =$	<input type="text" value="9,00 \cdot 10^9"/>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$	$\epsilon' =$	<input type="text" value="1"/>
		Carga	nC	x	y		
		<input type="text" value="7,11"/>	<input type="text" value="M"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/>	<input type="text" value="m"/>	
		<input type="text" value="3"/>	<input type="text" value="N"/>	<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="0"/>		
		Equilibrio en	A	<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="3"/>		
		Q móbil	Punto	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>		
		<input type="text"/>	<input type="text" value="B"/>				
				Potencial (V)	Campo (N/C)	\vec{u}	
		No punto	<input type="text" value="A"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text"/>	<input type="text" value="i"/>	

Hai que escribir todos os valores, aínda que sexan cero.

b) En RESULTADOS, mostrase o valor da carga.

Carga en B		$Q =$	<input type="text" value="-13,9"/>	<input type="text" value="nC"/>
------------	--	-------	------------------------------------	---------------------------------

Pódese comprobar este resultado volvendo á pestana «Campos» e escribindo, ou copiando, o valor obtido, e escribindo as coordenadas na fila correspondente á carga 3.

Escribir tamén as coordenadas para o punto de equilibrio, á dereita da etiqueta da letra (A) que identifica o punto na fila coa etiqueta «móbil».

móbil	<input type="text" value="-13,9"/>	<input type="text" value="3"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text" value="A"/>	<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="3"/>

O resultado do potencial non parece ser 0.

	Potencial
A	-0,0225 V

Pero é debido a que o número de cifras significativas non é suficiente.

Facer clic no botón **Cifras significativas** e elixir 6 á dereita de «Cifras significativas»

Carga en B	Q =	-13,8875	nC
------------	-----	----------	----

Poñendo este valor na pestana «Campos»:

-13,8875	3	0	0
----------	---	---	---

O resultado agora si é 0.

◇ Péndulo nun campo eléctrico

Na pestana «Pendulo_Elec» pódense resolver exercicios dun péndulo con carga nun campo eléctrico vertical ou horizontal. Pódese calcular:

- Ángulo coa vertical, tensión do fío, velocidade no punto máis baixo, período ou frecuencia.
- Campo necesario para desvialo un ángulo.
- Valor da carga.

1. Nunha rexión do espazo na que hai un campo eléctrico de intensidade $\vec{E} = 6 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N C}^{-1}$ colga, dun fío de 20 cm de lonxitude, unha esfera metálica que posúe unha carga eléctrica de $8 \mu\text{C}$ e ten unha masa de 4 g. Calcular:

- O ángulo que forma o fío coa vertical.
- A velocidade da esfera cando pasa pola vertical ao desaparecer o campo eléctrico.

Dato: $\vec{g} = -9,8 \vec{j} \text{ m s}^{-2}$.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) $\alpha = 50,8^\circ$; b) $v = 1,20 \text{ m/s}$.

[Borrar os datos.](#)

Sentido do campo eléctrico	→	
Distancia entre placas	$d =$	
Masa oscilante	$m =$	
Carga	$q =$	
Lonxitude do fío		
Aceleración da gravidade	$g =$	9,81 m/s ²

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e [elixir](#) (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Na cela de cor laranxa situada á dereita de «Sentido do campo eléctrico», elixir a opción «→», e na que se atopa debaixo dela, elixir a opción «Intensidade de campo eléctrico».

Copiar ([Ctrl]+[C]) o valor no enunciado e pegalo sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) ou escribilo, en formato científico «folla de cálculo» (6E3) ou no habitual ($6 \cdot 10^3$), na cela situada á dereita de « $E =$ ».

Elixir (ou escribir) o valor da aceleración da gravidade (9,8) na cela de cor laranxa situada á dereita de « $g =$ ».

Sentido do campo eléctrico	→	
Intensidade de campo eléctrico	$E = 6 \cdot 10^3$	N/C
Distancia entre placas	$d =$	
Masa oscilante	$m =$	4 g
Carga	$q =$	8 μC
Lonxitude do fío	$L =$	20 cm
Aceleración da gravidade	$g =$	9,8 m/s ²

En RESULTADOS, elixir a opción «Velocidade máxima» na cela de cor laranxa.

Ángulo coa vertical	$\varphi =$	50,8 °
Tensión do fío	$T =$	0,0620 N
Velocidade máxima	$v = 1,2$	m/s

2. Un péndulo está constituído por unha pequena esfera metálica de masa $m = 1 \text{ g}$ e dimensións desprezables, e un fío inextensible de 150 cm de longo e sen peso apreciable. Se a esfera ten unha carga positiva q e o péndulo se sitúa en una rexión onde existe un campo eléctrico uniforme de intensidade $E = 10^5 \text{ N/C}$. Calcular:
- O valor da carga q da esfera sabendo que cando o campo é paralelo ao eixe X alcánzase a posición de equilibrio para un ángulo de 30° do fío coa vertical.
 - O período de oscilación do péndulo cando o campo eléctrico é perpendicular ao eixe X e está dirixido de abaixo arriba.
- Toma $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.
- Rta.:** a) $q = 57,7 \text{ nC}$; b) $T = 3,74 \text{ s}$.

Borrar os datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e **pegalo** na cela situada debaixo de «Problema». En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e **elixir** (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Na cela de cor laranxa situada á dereita de «Sentido do campo eléctrico», elixir a opción «→», e na que se atopa debaixo dela, elixir a opción «Intensidade de campo eléctrico». Copiar ([Ctrl]+[C]) o valor no enunciado e pegalo sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) ou escribilo, en formato científico «folia de cálculo» (1E5) ou no habitual ($1\cdot 10^5$), na cela situada á dereita de « $E =$ ».

Elixir (ou escribir) o valor da aceleración da gravidade (10) na cela de cor laranxa situada á dereita de « $g =$ ».

Sentido do campo eléctrico	→		
Intensidade de campo eléctrico	$E =$	$1\cdot 10^5$	N/C
Distancia entre placas	$d =$		
Masa oscilante	$m =$	1	g
Carga	$q =$		
Lonxitude do fío	$L =$	150	cm
Ángulo	$\varphi =$	30	°
Aceleración da gravidade	$g =$	10	m/s ²

En RESULTADOS, mostrarase o valor da carga eléctrica.

Carga eléctrica	$q =$	$5,77\cdot 10^{-8}$	C
-----------------	-------	---------------------	---

b) Copiar ([Ctrl]+[C]) o resultado, seleccionándoo co rato e premendo ao tempo as teclas [Ctrl] e [C]. En DATOS, cambiar o «Sentido do campo eléctrico» a «↑». Premer sobre a cela situada á dereita de « $q =$ » e pulsar ao tempo as teclas [Ctrl], [Alt], [↕] e [V]. Elixir (ou escribir) as unidades (C) na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Carga	$q =$	$5,77\cdot 10^{-8}$	C
Lonxitude do fío	$L =$	150	cm

En RESULTADOS, aparecerá un aviso de que o ángulo (30°) é demasiado grande para supoñer M.H.S.

$\varphi = 30^\circ > 15^\circ!$			
Período	$T =$	3,81	s

A folia dá un resultado aproximado multiplicando o período dun M.H.S. ($T = 2\pi\sqrt{L/g}$) polo factor: $-\ln(\cos(\varphi/2))/(1-\cos(\varphi/2))^{1/2}$.

Borrar «Ángulo», o seu valor e as súas unidades.

Lonxitude do fío	$L =$	150	cm

Agora o resultado é:

Período	$T =$	3,74	s
---------	-------	------	---

♦ **Esferas concéntricas**

Na pestana «Esferas» pódense resolver exercicios de dúas esferas concéntricas con carga eléctrica. Pódese calcular:

- Campo e potencial eléctrico en tres puntos.
- Diferencia de potencial entre as esferas.

Móstranse tamén dúas gráficas coa variación do valor do campo eléctrico e do potencial coa distancia.

1. Unha esfera condutora de raio 4 cm ten unha carga de +8 μC en equilibrio eléctrico. Calcular canto valen en puntos que distan 0, 2 e 6 cm do centro da esfera:

- O módulo da intensidade do campo eléctrico.
- O potencial eléctrico.
- Representar as magnitudes anteriores en función da distancia ao centro da esfera.

Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

(A.B.A.U. ord. 18)

Rta.: a) $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = 0$; $|\vec{E}_3| = 2,00 \cdot 10^7 \text{ N/C}$; b) $V_1 = V_2 = 1,80 \cdot 10^6 \text{ V}$; $V_3 = 1,20 \cdot 10^6 \text{ V}$.

[Borrar os datos.](#)

Constante	$K =$	<input type="text" value="8,9875500·10<sup>9</sup>"/>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$	$\epsilon' =$	<input type="text" value="1"/>
Esfera		Interior	Exterior		
Carga da esfera	$Q =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>		<input type="text"/>
Raio da esfera	$R =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>		<input type="text"/>
Distancia	$r =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>		<input type="text"/>
ao centro do punto		A	B		C

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

Na cela situada á dereita de « $K =$ » [elixir](#) o outro valor ($9,00 \cdot 10^9$).

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e escribir (ou elixir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Constante	$K =$	<input type="text" value="9,00·10<sup>9</sup>"/>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$	$\epsilon' =$	<input type="text"/>
Esfera		Interior	Exterior		
Carga da esfera	$Q =$	<input type="text"/>	<input type="text" value="8"/>		<input type="text" value="μC"/>
Raio da esfera	$R =$	<input type="text"/>	<input type="text" value="4"/>		<input type="text" value="cm"/>
Distancia	$r =$	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="2"/>		<input type="text" value="6 cm"/>
ao centro do punto		A	B		C

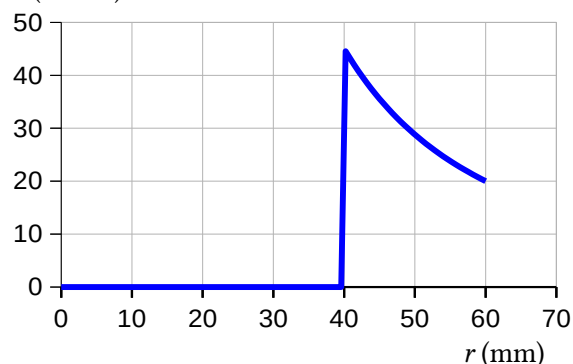
En RESULTADOS, mostraranse os valores do campo e do potencial eléctrico en cada un dos puntos.

Punto	A	B	C
Distancia	0	2	6 cm
Campo	0	0	$2,00 \cdot 10^7 \text{ N/C}$
Potencial	$1,80 \cdot 10^6$	$1,80 \cdot 10^6$	$1,20 \cdot 10^6 \text{ V}$

GRÁFICAS:

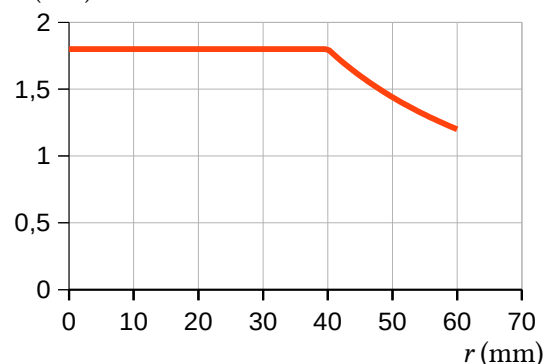
Valor do campo eléctrico coa distancia

$E \text{ (MN/C)}$



Potencial electrostático coa distancia

$V \text{ (MV)}$



2. Dous condutores esféricos concéntricos, ocios, teñen de raios 4 e 8 cm, respectivamente. A esfera interior ten unha carga de 24 nC e a exterior 40 nC. Determinar:
- Os campos eléctricos nos puntos que distan do centro das esferas 1, 5 e 10 cm.
 - Os potenciais eléctricos nos puntos que distan do centro das esferas 1, 5 e 10 cm.
 - A diferenza de potencial entre os condutores
- Rta.:** a) $E_1 = 0$; $E_5 = 86,4 \text{ kN/C}$; $E_{10} = 57,6 \text{ kN/C}$; b) $V_1 = 9,90 \text{ kV}$; $V_5 = 8,82 \text{ kV}$; $V_{10} = 5,76 \text{ kV}$; c) $\Delta V = 2,7 \text{ kV}$.

Borrar os datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e **pegalo** na cela situada debaixo de «Problema». En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↵]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e **elixir** (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Elixir o outro valor ($9,00 \cdot 10^9$) da constante na cela de cor laranxa situada á dereita de «K =».

Escribir os valores (4 e 8) dos raios nas celas situadas á dereita de «R =». Elixir (ou escribir) a unidade (cm) na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Escribir os valores (24 e 40) das cargas nas celas situadas á dereita de «Q =». Elixir (ou escribir) a unidade (nC) na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Escribir os valores (1, 5 e 10) das distancias dos puntos ao centro das esferas, nas celas situadas á dereita de «r =».

As distancias deben escribirse en orde crecente.

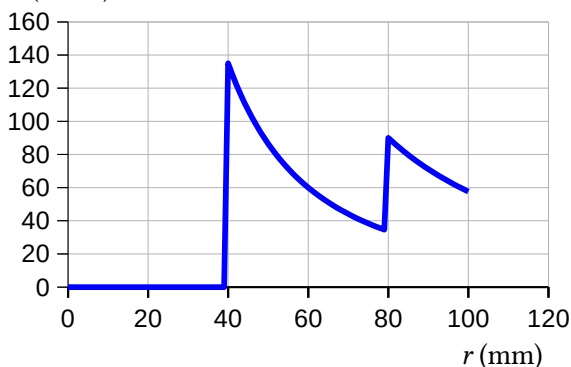
Constante	$K =$	<input type="text" value="9,0·10<sup>9</sup>"/>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$	$\epsilon' =$	<input type="text" value="1"/>
Esfera		Interior	Exterior		
Carga da esfera	$Q =$	<input type="text" value="24"/>	<input type="text" value="40"/>		<input type="text" value="nC"/>
Raio da esfera	$R =$	<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="8"/>		<input type="text" value="cm"/>
Distancia ao centro do punto	$r =$	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="5"/>	<input type="text" value="10"/>	<input type="text" value="cm"/>
		A	B	C	

En RESULTADOS, mostraranse os valores do campo e do potencial eléctrico en cada un dos puntos e a diferenza de potencial ente as esferas.

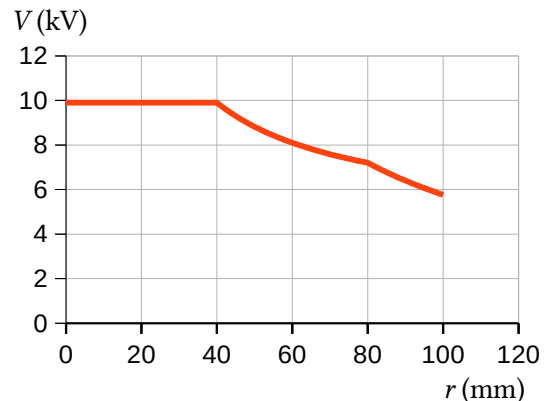
Punto	A	B	C
Distancia	1	5	10 cm
Campo	0	$8,64 \cdot 10^4$	$5,76 \cdot 10^4 \text{ N/C}$
Potencial	$9,90 \cdot 10^3$	$8,82 \cdot 10^3$	$5,76 \cdot 10^3 \text{ V}$
	Diferenza de potencial ($V_{\text{int}} - V_{\text{ext}} =$)		$2,70 \cdot 10^3 \text{ V}$

GRÁFICAS:

Valor do campo eléctrico coa distancia
 $E \text{ (kN/C)}$



Potencial electrostático coa distancia



♦ **Partículas cargadas nun campo magnético**

Na pestana «Lorentz» pódense resolver exercicios de partículas cargadas no interior dun campo magnético constante. Pódese calcular:

- Forza magnética, raio da traxectoria, velocidade lineal e angular, período ou frecuencia.
- Masa da partícula. (Se a partícula é un ión monoatómico, comproba se a masa calculada da partícula desvíase máis do 5 % do seu valor).
- Campo eléctrico que anula a forza magnética.

1. Un protón cunha enerxía cinética de $4,0 \cdot 10^{-15}$ J penetra perpendicularmente nun campo magnético uniforme de 40 mT. Calcular:

- a) O módulo da forza á que está sometido o protón dentro do campo.
 b) O tipo de movemento realizado polo protón, a traxectoria que describe e o raio desta.

Datos: $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.

(A.B.A.U. extr. 22)

Rta.: a) $F = 1,40 \cdot 10^{-14}$ N; b) $R = 0,571$ m.

[Borrar os datos.](#)

Partícula	Carga	$q =$	
	Masa	$m =$	
			clíc
	Ángulo entre v e B	$\varphi =$	90°
	Raio da circunferencia	$R =$	
	Campo magnético	$B =$	
	Tempo	$t =$	1 s
(para calcular o número de voltas)			

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS, na cela de cor laranxa situada debaixo de «Partícula», pódese [elixir](#) a opción «Protón». Se se fai, aparecerán os valores da súa carga e da súa masa. Pódese cambialos, ou copiando ([Ctrl]+C) o enunciado e pegando ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) ou escribilos en formato científico «folla de cálculo» ou no habitual:

- O valor da carga ($1,6E-19$ ou $1,6 \cdot 10^{-19}$), na cela situada á dereita de « $q =$ ».
- O valor da masa ($1,67E-27$ ou $1,67 \cdot 10^{-27}$), na cela situada á dereita de « $m =$ ».

Elixir (ou escribir) as unidades (C e kg) nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Debaixo de «kg», onde se ve «clíc», escribir (ou elixir) a opción «J». Aparecerá a etiqueta «Enerxía cinética». Copiar ([Ctrl]+[C]) o valor da enerxía cinética no enunciado e pegalo sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) ou escribilo, en formato científico «folla de cálculo» ($4E-15$) ou no habitual ($4 \cdot 10^{-15}$), na cela situada á dereita de « $E =$ ».

Escribir o valor do campo magnético (0,04) na cela situada á dereita de « $B =$ ».

Partícula	Carga	$q =$	1,6E-19	C
	Masa	$m =$	1,67E-27	kg
	Enerxía cinética	$E =$	4E-15	J
	Ángulo entre v e B	$\varphi =$	90°	
	Raio da circunferencia	$R =$		
	Campo magnético	$B =$	0,04	T
	Tempo	$t =$		
(para calcular o número de voltas)				

Se se copiaron e pegaron os valores de carga e masa, dende o enunciado tal como están escritos, debería verse:

	Carga	$q =$	$1,6 \cdot 10^{-19}$	C
	Masa	$m =$	$1,67 \cdot 10^{-27}$	kg

a) En RESULTADOS, elixir a opción «Forza magnética» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Raio da traxectoria circular».

Raio da traxectoria circular	$R =$	0,571 m
Forza magnética	$F =$	$1,40 \cdot 10^{-14}$ N

2. Unha partícula de masa 8 ng e carga eléctrica $-2 \mu\text{C}$ entra nunha rexión do espazo na que hai un campo magnético $\vec{B} = 3 \vec{j}$ T, cunha velocidade, $\vec{v} = 6 \vec{i}$ km·s⁻¹. Calcular:

- A velocidade angular con que se move.
- A intensidade de campo eléctrico (vector) que se debe aplicar para que a partícula siga unha traxectoria rectilínea.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: a) $\omega = 7,5 \cdot 10^5$ rad/s; b) $\vec{E} = -1,8 \cdot 10^4 \vec{k}$ N/C.

Borrar os datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e **pegalo** na cela situada debaixo de «Problema».

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e **elixir** (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Debaixo de «ng», onde se ve «**clik**», escribir (ou elixir) a opción «m/s». Aparecerá a etiqueta «Velocidade». Escribir o seu valor en m/s, en formato científico «folla de cálculo» (6E3) ou no habitual (6000 ou $6 \cdot 10^3$) na cela situada á dereita de « $v =$ ».

Partícula	Carga	$q =$	-2 μC
	Masa	$m =$	8 ng
	Velocidade	$v =$	6000 m/s
	Ángulo entre v e B	$\varphi =$	90 °
	Raio da circunferencia	$R =$	
	Campo magnético	$B =$	3 T
	Tempo	$t =$	
(para calcular o número de voltas)			

a) En RESULTADOS, elixir a opción «Velocidade angular» na cela de cor laranxa situada encima de «Intensidade de campo eléctrico».

Velocidade angular	$\omega =$	$7,50 \cdot 10^5$ rad/s
Intensidade de campo eléctrico que anula a desviación	$E =$	$1,80 \cdot 10^4$ N/C

◊ **Campo e forza magnética entre condutores paralelos**

Na pestana «Condutores» pódense resolver exercicios de campos magnéticos producidos por dous condutores paralelos e a forza sobre un terceiro condutor paralelo. Pódese calcular:

- Valor do campo magnético resultante nun punto.
- Forza magnética por unidade de lonxitude entre ambos os condutores.
- Forza magnética sobre un tramo de un terceiro condutor paralelo a ambos.
- Intensidade de corrente que circula por un dos condutores sabendo a relación entres as intensidades e a forza por unidade de lonxitude entre eles.

1. Dous condutores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados no plano yz, na dirección do eixo z, separados unha distancia de 80 cm. Se por cada un deles circula unha corrente de 12 A en sentidos contrarios, calcula:

- A forza por unidade de lonxitude que se exercen mutuamente, indicando a dirección e o sentido desta.
- O vector campo magnético no punto medio da distancia que separa os condutores.

DATO: $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$.

(A.B.A.U. ord. 23)

Rta.: a) $F/l = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}$; b) $\vec{B} = -1,20 \cdot 10^{-5} \vec{j} \text{ T}$.

[Borrar os datos.](#)

Intensidade no condutor 1	$I_1 =$	A	+
Relación entre intensidades	$I_2/I_1 =$		
Separación entre condutores	$s =$	cm	
Distancia do punto P ao condutor 1	$d_1 =$	cm	
Distancia do punto P ao condutor 2	$d_2 =$	cm	
Intensidade no condutor 3	$I_3 =$	A	
Lonxitude do condutor 3	$L_3 =$	1 m	

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e [elixir](#) (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Na cela situada á dereita de «Sentido» teclear (ou elixir) a opción «-», que indica sentido contrario.

Intensidade no condutor 1	$I_1 =$	12 A	+
Intensidade no condutor 2	$I_2 =$	12 A	Sentido -
Separación entre condutores	$s =$	80 cm	
Distancia do punto P ao condutor 1	$d_1 =$	40 cm	
Distancia do punto P ao condutor 2	$d_2 =$	40 cm	
Intensidade no condutor 3	$I_3 =$	A	
Lonxitude do condutor 3	$L_3 = 1$	m	

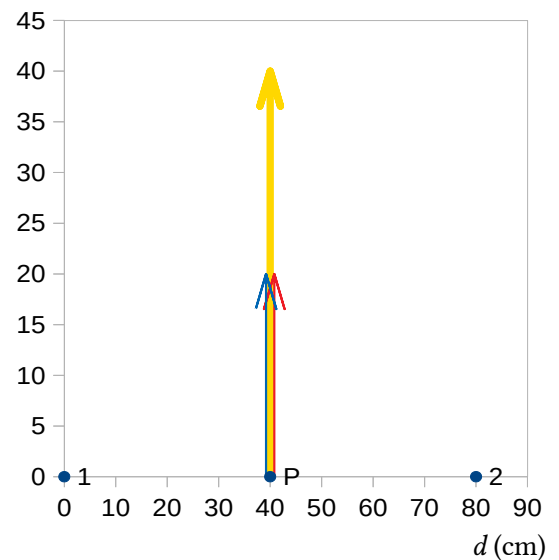
En RESULTADOS, mostraranse os valores dos campos magnéticos creados por cada condutor nese punto e o campo magnético resultante. (E a forza entre condutores).

Campo magnético no punto P			
debido ao condutor 1	$B_1 =$	6,00	μT
debido ao condutor 2	$B_2 =$	6,00	μT
resultante	$B =$	12,0	μT
Forza entre condutores 1 e 2	$F_{12} =$	$3,60 \times 10^{-5} \text{ N/m}$	←◦◦→

GRÁFICA:

B ($/10^{-6}$ T)

As frechas de cores azul e vermello representan os vectores campo magnético creados polos condutores 1 e 2. A frecha máis gorda de cor dourado representa o campo magnético resultante.



2. a) Indica cal é o módulo, dirección e sentido do campo magnético creado por un fío condutor recto percorrido por unha corrente e realiza un esquema que ilustre as características de devandito campo. Considérese agora que dous fíos condutores rectos e paralelos de gran lonxitude transportan a súa respectiva corrente eléctrica.
- b) Sabendo que a intensidade dunha das correntes é o dobre que a da outra corrente e que, estando separados 10 cm, atráense cunha forza por unidade de lonxitude de $4,8 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, calcular as intensidades que circulan polos fíos.
- c) Canto vale o campo magnético nun punto situado entre os dous fíos, a 3 cm do que transporta menos corrente?

Dato: $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$.

(P.A.U. xuño 15)

Rta.: b) $I_1 = 3,46 \text{ A}$; $I_2 = 6,93 \text{ A}$; c) $B = 3,3 \mu\text{T}$.

Borrar os datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e **pegalo** na cela situada debaixo de «Problema».

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e **elixir** (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Intensidade no condutor 1	$I_1 =$	<input type="text"/>	Sentido	+
Relación entre intensidades	$I_2/I_1 =$	2		<input type="text"/>
Separación entre condutores	$s =$	10 cm		
Forza entre condutores 1 e 2	$F_{12} =$	$4,8 \cdot 10^{-5}$	N/m	<input type="text" value="o -> <- o"/>
Distancia do punto P ao condutor 1	$d_1 =$	3 cm		
Distancia do punto P ao condutor 2	$d_2 =$	7 cm		

En RESULTADOS, mostraranse os valores dos campos magnéticos creados por cada condutor nese punto, o campo magnético resultante e as intensidades en cada un deles.

Pódese elixir a unidade de campo magnético na cela de color laranxa da dereita.

Campo magnético no punto P			
debido ao condutor 1	$B_1 =$	23,1	<input type="text" value="μT"/>
debido ao condutor 2	$B_2 =$	19,8	<input type="text" value="μT"/>
resultante	$B =$	3,30	<input type="text" value="μT"/>
Intensidade no condutor 1	$I_1 =$	3,46	A
Intensidade no condutor 2	$I_2 =$	6,93	A

O signo + da dereita, indica que o sentido da intensidade 2 é o mesmo que o da intensidade 1.

◇ Movimento harmónico simple

Na pestana «MHS» pódense resolver exercicios de movemento harmónico simple. Pódese calcular:

- O valor da constante elástica ao colgar do resorte unha masa, dado o alongamento.
- As ecuacións de elongación, velocidade, aceleración e forza en función do tempo a partir da amplitude, período ou frecuencia, constante elástica, frecuencia angular, e mesmo a partir da enerxía mecánica e a forza máxima.
- Os valores da elongación, velocidade, aceleración, forza, enerxía cinética e potencial nun punto ou instante determinados e os seus valores máximos.

Móstrase tamén unha gráfica da variación das enerxías cinética e potencial coa elongación.

1. A enerxía total dun corpo de masa 0,5 kg que realiza un movemento harmónico simple é $6,0 \cdot 10^{-3}$ J e a forza máxima que actúa sobre el é 0,3 N.
 - a) Escribir a ecuación da elongación en función do tempo, se no instante inicial atópase no punto de máxima elongación positiva.
 - b) Calcular no instante $T/4$ a enerxía cinética e a enerxía potencial.
 - c) Achar a frecuencia coa que oscilaría se se duplica á súa masa.

(P.A.U. Set. 16)

Rta.: a) $x = 0,0400 \cos(3,87 t)$ (m); b) $E_p = 0$; $E_c = 6,0 \cdot 10^{-3}$ J; c) $f' = 0,436$ Hz.

[Borrar os datos.](#)

Ecuación	$x = A$	sen	$(\omega \cdot t + \varphi_0)$			
Masa oscilante	$m =$					
Amplitude	$A =$					
				Tempo	Posición	Velocidade
Fase inicial	$\varphi_0 =$			(s)	(m)	(m/s)
						inicial
Aceleración da gravidade	$g =$	9,81	m/s ²			

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e [elixir](#) (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Elixir a opción «cos» na cela de cor laranxa situada á dereita de «Ecuación», e as opcións «Enerxía mecánica» e «Forza máxima» nas celas de cor laranxa situadas debaixo de «Fase inicial».

Copiar ([Ctrl]+[C]) o valor no enunciado e pegalo sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) ou escribilo, en formato científico «folla de cálculo» ($6E-3$) ou no habitual ($6,0 \cdot 10^{-3}$), na cela situada á dereita de « $E =$ ».

Escribir o valor da forza máxima (0,3) na cela situada á dereita de « $F =$ ».

Na cela de cor laranxa situada á dereita de « $g =$ » pódese elixir outro valor.

Escribir o valor (0,5) da masa na cela situada á dereita de « $m =$ » e escribir (ou elixir) á unidade (kg) na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Ecuación	$x = A$	cos	$(\omega \cdot t + \varphi_0)$			
Masa oscilante	$m =$	0,5	kg			
Amplitude	$A =$					
Constante elástica	$k =$		N/m	Tempo	Posición	Velocidade
Fase inicial	$\varphi_0 =$			(s)	(m)	(m/s)
Enerxía mecánica	$E =$	$6,0 \cdot 10^{-3}$	J			inicial
Forza máxima	$F =$	0,3	N			
Aceleración da gravidade	$g =$	9,81	m/s ²			

En RESULTADOS, elixir a opción «Elongación» na cela situada debaixo de «Ecuación».

Ecuación			
Elongación	$x = 0,0400 \cos(3,87 t)$ (m)		
Frecuencia	$f = 0,616$ Hz		
	Posición	Velocidade	E. potencial
	m	m/s	J
Máxima	0,0400	0,110	0,00600

Se non se está seguro de cal debe ser a fase inicial, observar o valor (0,04) da amplitude (posición máxima), elixindo «Máxima» na última fila de resultados.

Escribir ese valor na posición inicial.

b) Ver en RESULTADOS o valor do período:

Período	$T =$	1,62 s
---------	-------	--------

Escribir na segunda fila dos DATOS a fórmula: $=H14/4$

(H14 é a cela que contén o valor do período)

ou seguir o procedemento:

1. Teclear o símbolo =
2. Premer sobre a cela que contén o valor do Período.
3. Seguir tecleando /4
4. Pulsar a tecla [←]

Esta fórmula calcula a división: $1,62 / 4 = 0,405$

c) Cambiar nos DATOS o valor da masa:

Masa oscilante	$m =$	1 kg
----------------	-------	------

En RESULTADOS, elixir a opción «Frecuencia» en lugar de «Período».

Frecuencia	$f =$	0,436 Hz
------------	-------	----------

Tempo (s)	Posición (m)	Velocidade (m/s)	
0	0,04		inicial

Tempo (s)	Posición (m)	Velocidade (m/s)	
0	0,04		inicial
0,41			

2. Cólgame un corpo de 10 kg de masa dun resorte e alárgase 2,0 cm. Despois engádenselle outros 10 kg e dásele un tirón cara abaixo, de modo que o sistema comeza a oscilar cunha amplitude de 3,0 cm.

- a) Calcular a constante elástica do resorte e a frecuencia do movemento.
- b) Escribir, en función do tempo, as ecuacións da elongación, velocidade, aceleración e forza.
- c) Calcular a enerxía cinética e a enerxía potencial elástica aos 2 s de empezar a oscilar.

Dato: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

(P.A.U. set. 14)

Rta.: a) $k = 4,90 \cdot 10^3 \text{ N/m}$; $f = 2,49 \text{ Hz}$; b) $x = 0,0300 \cos(15,7 t)$ [m]; $v = -0,470 \text{ sen}(15,7 t)$ [m/s];
 $a = -7,35 \cos(15,7 t)$ [m/s²]; $F = -147 \cos(15,7 t)$ [N]; c) $E_c = 0,0270 \text{ J}$; $E_p = 2,18 \text{ J}$.

Borrar os datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e **pegalo** na cela situada debaixo de «Problema».

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e **elixir** (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Observar que os datos da masa oscilante e da amplitude son diferentes dos do alongamento ao colgar unha masa de 10 kg.

Hai que teclear 3 na cela situada debaixo de «Posición» na liña correspondente a «inicial».

Se na expresión de «Ecuación» elíxese a opción «cos», as ecuacións teñen fase inicial nula.

Ecuación	$x = A \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$		
Masa oscilante	$m =$	20 kg	
Amplitude	$A =$	3 cm	
			Tempo Posición Velocidade
Fase inicial	$\varphi_0 =$		(s) (cm) (m/s)
Alongamento producido	$\Delta x =$	2 cm	0 3
ao colgar unha masa	$m =$	10 kg	2
Aceleración da gravidade	$g =$	9,8 m/s ²	

a) En RESULTADOS, elixir a opción «Constante elástica» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Elongación».

Constante elástica	$k =$	$4,90 \cdot 10^3 \text{ N/m}$
--------------------	-------	-------------------------------

Cambiar a opción «Constante elástica» por «Frecuencia».

Frecuencia	$f =$	$2,49 \text{ Hz}$
------------	-------	-------------------

b) Elixir a opción «Elongación» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Ecuación».

Ecuación

Elongación	$x = 0,0300 \cos(15,7 t) \text{ (m)}$	
------------	---------------------------------------	--

Cambiar a opción «Elongación» por «Velocidade».

Velocidade	$v = -0,470 \text{ sen}(15,7 t) \text{ (m/s)}$	
------------	--	--

Cambiar a opción «Velocidade» por «Aceleración».

Aceleración	$a = -7,35 \cos(15,7 t) \text{ (m/s}^2\text{)}$	
-------------	---	--

Cambiar a opción «Aceleración» por «Forza».

Forza	$F = -147 \cos(15,7 t) \text{ N}$	
-------	-----------------------------------	--

Se se elixe « π » na cela de cor laranxa situada á dereita, as expresións móstranse en función de π .

Elongación	$x = 0,0300 \cos(5 \pi t) \text{ (m)}$	π
------------	--	-------

c) En DATOS, teclear 2 na cela situada debaixo de 0, correspondente a «Tempo»

En RESULTADOS, elixir a opción «E. cinética» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Enerxía».

	Posición	Velocidade	E. cinética
	cm	m/s	J
En t=2 s	2,98	0,0520	0,0270
Máxima	3,00	0,470	2,21

(O exercicio estaba pensado para que $E_c = 0$, se a frecuencia fose exactamente 2,5 Hz.

Nese caso $T = 0,4 \text{ s}$ e $x = 3 \text{ cm}$, pero non é así.

Cambiar a opción «E. cinética» por «E. potencial».

O valor que se obtén é $E_p = 2,18 \text{ J}$, é lixeiramente inferior ao valor máximo).

◇ Péndulo

Na pestana «Péndulo» pódense resolver exercicios de movemento harmónico simple. Pódese calcular:

- A ecuación de movemento.
- A frecuencia ou o período a partir da súa lonxitude e viceversa.
- Os valores máximos da velocidade ou da altura.

1. Un péndulo simple de lonxitude $l = 2,5$ m, desvíase do equilibrio até un punto a $0,03$ m de altura e sóltase. Calcular:

- A velocidade máxima.
- O período.
- A amplitude do movemento harmónico simple descrito polo péndulo.

Dato $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

(P.A.U. xuño 11)

Rta.: a) $v_m = 0,77 \text{ m/s}$; b) $T = 3,2 \text{ s}$; c) $A = 0,39 \text{ m}$.

[Borrar os datos.](#)

Lonxitude do fío	$L =$	
Fase inicial	$\theta_0 =$	$\pi/2 \text{ rad}$
Aceleración da gravidade	$g =$	$9,81 \text{ m/s}^2$

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e [elixir](#) (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

En DATOS, escribir o valor (2,5) da lonxitude do fío na cela situada á dereita de « $L =$ » e escribir (ou elixir) á unidade (m) na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Debaixo dela, elixir a opción «Altura máx.», escribir o seu valor (0,03) na cela situada á dereita de « $h_m =$ » e escribir (ou elixir) á unidade (m) na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Na cela de cor laranxa situada á dereita de « $g =$ » escribir (ou elixir) a opción 9,8.

Lonxitude do fío	$L =$	$2,5 \text{ m}$
Altura máx.	$h_m =$	$0,03 \text{ m}$
Fase inicial	$\theta_0 =$	$\pi/2 \text{ rad}$
Aceleración da gravidade	$g =$	$9,8 \text{ m/s}^2$

En RESULTADOS, elixir a opción «Período» debaixo da ecuación, e «Velocidade máxima» na última fila.

A ecuación exprésase nas mesmas unidades que se elixiron para a «Amplitude». Se se elixe a opción «m» verase:

Ecuación		
$s = 0,388 \text{ sen}(1,98 t + 1,57) \text{ (m)}$		
Período	$T =$	$3,17 \text{ s}$
Amplitude	$A =$	$0,388 \text{ m}$
Velocidade máxima	$v_m =$	$0,767 \text{ m/s}$

◊ Ondas

Na pestana «Ondas» pódense resolver exercicios de ondas. Pódese calcular:

- O valor da velocidade de propagación, a lonxitude de onda ou a frecuencia (ou período) a partir dos outros dous atributos.
- As ecuacións de elongación, velocidade e aceleración en función da posición e do tempo a partir da amplitude, período, frecuencia ou pulsación, lonxitude de onda ou número de onda.
- Os valores da elongación, velocidade e aceleración nun punto ou instante determinados e os seus valores máximos.
- A distancia mínima entre dous puntos coñecendo a diferenza de fase e viceversa.

Móstrase tamén unha gráfica da elongación de cada punto nun determinado instante ou dun punto en función do tempo.

1. Unha onda propágase no sentido positivo do eixo X cunha velocidade de 20 m s^{-1} , unha amplitude de $0,02 \text{ m}$ e unha frecuencia de 10 Hz . Determinar:
 - a) O período e a lonxitude de onda.
 - b) A expresión matemática da onda se en $t = 0 \text{ s}$ a partícula situada na orixe está na posición de máxima elongación positiva.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) $T = 0,100 \text{ s}$; $\lambda = 2,00 \text{ m}$; b) $y = 0,0200 \text{ sen}(20 \pi t - \pi x + \pi/2) \text{ (m)}$.

[Borrar os datos.](#)

Ecuación		$y = A$	sen	$(\omega t \pm kx + \phi_0)$
Amplitude	$A =$			
no instante	$t =$		s	
Elongación inicial	$y_0 =$		m	
Diferenza de fase	$\Delta\phi =$		rad	

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS, na cela situada á dereita de «Ecuación» pódese elixir entre «sen» e «cos». Por defecto é «sen».

Escribir o valor (0,02) da amplitude na cela situada á dereita de « $A =$ » e escribir (ou [elixir](#)) á unidade (m).

Debaixo de «Amplitude» elixir a opción «Frecuencia», e escribir o seu valor (10) na cela situada á dereita de « $f =$ ».

Debaixo dela, elixir a opción «Velocidade de propagación» e escribir o seu valor (20) na cela situada á dereita de « $v =$ ».

Para o apartado b) escribir 0 na cela situada á dereita de «no instante $t =$ », e 0,02 na cela situada á dereita de «Elongación inicial $y_0 =$ ».

Ecuación		$y = A$	sen	$(\omega t \pm kx + \phi_0)$
Amplitude	$A =$	0,02	m	
Frecuencia	$f =$	10	Hz	
Velocidade de propagación	$v =$	20	m/s	
no instante	$t =$	0	s	
Elongación inicial	$y_0 =$	0,02	m	
Diferenza de fase	$\Delta\phi =$		rad	

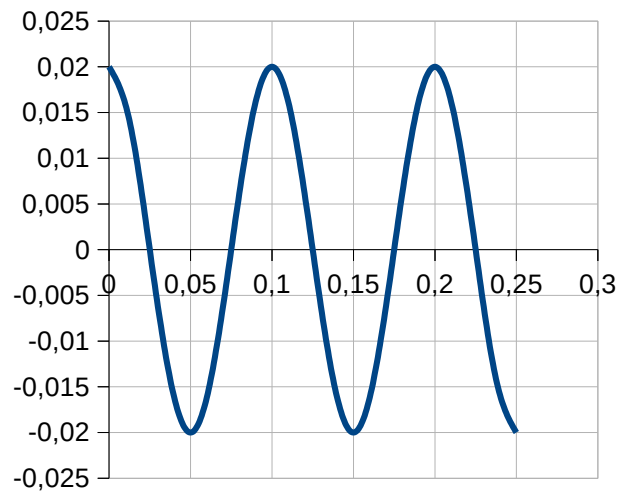
a) En RESULTADOS, elixir as opcións «Período» e «Lonxitude de onda» nas celas de cor laranxa debaixo de «Atributos».

b) Elixir «xeral», na cela situada á dereita de «Ecuación» e «Elongación» debaixo dela. Para que apareza π na expresión da elongación, elixir a opción « π » na cela de cor laranxa situada á dereita da cela de cor branca da liña que contén «Ecuación».

Ecuación	xeral		<input type="text" value="π"/>
Elongación	$y = 0,0200 \text{ sen}(20 \pi t - \pi x + \pi/2) \text{ (m)}$		
Valor	<input type="text"/>		
Atributos			
Período	$T =$	0,100 s	
Lonxitude de onda	$\lambda =$	2,00 m	

GRÁFICA:
 Móstrase a gráfica da elongación do punto en $x = 0$,
 entre 0 e 0,25 s:

Posición (cm)	Tempo (s)	mín.	máx.
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0,25"/>



t(s)

2. A expresión matemática dunha onda harmónica transversal que se propaga por unha corda tensa orientada segundo o eixe x é: $y = 0,5 \sin [2\pi (3t - x)]$ (unidades no SI). Determinar:
- Os valores da lonxitude de onda, velocidade de propagación, velocidade e aceleración máximas de vibración dos puntos da corda.
 - A distancia mínima que separa dous puntos da corda que nun mesmo instante vibran desfasados 2π radiáns.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: a) $\lambda = 1 \text{ m}$; $v_p = 3,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_m = 9,42 \text{ m/s}$; $a_m = 177 \text{ m/s}^2$; b) $\Delta x = \lambda = 1 \text{ m}$.

Borrar os datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e **pegalo** na cela situada debaixo de «Problema».

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e **elixir** (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Como a ecuación é $y = 0,5 \sin [2\pi (3t - x)]$, comparada con $y = \sin[2\pi(t/T - x/\lambda)]$, pódese deducir que: $1/T = f = 3 \text{ Hz}$ e $1/\lambda = 1 \text{ m}^{-1}$.

Na cela correspondente a «Diferenza de fase», situada á dereita de « $\Delta\varphi =$ » pódese escribir 2π ; ou $=2\pi$.

Ecuación	$y = A$	sen	$(\omega t \pm kx + \varphi_0)$
Amplitude	$A =$	0,5	m
Frecuencia	$f =$	3	Hz
Número de onda $1/\lambda$	$n =$	1	m^{-1}
no instante	$t =$		s
Elongación inicial	$y_0 =$		m
Diferenza de fase	$\Delta\varphi =$	2π	rad

Pódese comprobar que a elección dos atributos é a correcta en RESULTADOS, elixindo a opción «Elongación» na cela situada debaixo de «Ecuación» e a opción « π » na cela de cor laranxa situada á dereita de «xeral» e escribindo 2 na cela situada á súa esquerda.

Ecuación	xeral	2	π
Elongación	$y = 0,500 \sin 2\pi(3t - x) \text{ (m)}$		

a) En RESULTADOS, elixir a opción «Velocidade» na cela situada debaixo de «Valor», e a opción «Lonxitude de onda» na segunda cela debaixo de «Atributos».

Valor	Máximo
Velocidade	$v_m = 9,42 \text{ m/s}$
Atributos	
Lonxitude de onda	$\lambda = 1,00 \text{ m}$
Velocidade de propagación	$v = 3,00 \text{ m/s}$

Cambiar a opción «Velocidade» por «Aceleración», par ver a aceleración máxima.

Aceleración	$a_m = 178 \text{ m/s}^2$
-------------	---------------------------

b) Observar na última liña de RESULTADOS:

Distancia entre puntos	$\Delta x = 1,00 \text{ m se}$	$\Delta\varphi = 6,28 \text{ rad}$
------------------------	--------------------------------	------------------------------------

Pódese elixir a opción « π » na cela de cor laranxa da dereita.

Distancia entre puntos	$\Delta x = 1,00 \text{ m se}$	$\Delta\varphi = 2\pi \text{ rad}$	π
------------------------	--------------------------------	------------------------------------	-------

◊ **Espellos e lentes**

Na pestana «Optica» pódense resolver exercicios de espellos e lentes. Pódese calcular:

- A posición e tamaño da imaxe dun obxecto producida por un espello ou unha lente.
- Un esquema coas posicións e tamaños do obxecto e á súa imaxe.

1. Un obxecto de 4 cm de altura está situado 20 cm diante dunha lente delgada diverxente de distancia focal 12 cm.
 - a) Determina a posición e o tamaño da imaxe.
 - b) Debuxa un esquema (marcha de raios) coa posición do obxecto, a lente e a imaxe.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) $s' = -7,5$ cm; $y' = 1,5$ cm.

[Borrar os datos.](#)

Lente	converxente	Unidades	cm
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco			
Obxecto			
Imaxe			

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e cópialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS, [elixir](#) a opción «Lente» na primeira cela de cor laranxa.

Elixir a opción «Foco» na cela de cor laranxa debaixo dela.

Escribir o valor da posición do foco, con signo «-» (-20), na cela situada á dereita de «Foco». A etiqueta da lente cambia a «diverxente».

Ao escribir na cela situada á dereita de «Obxecto» o valor da posición do obxecto (4), aparecerá unha mensaxe de que ten que ser negativa. Poñer o signo «-» (-4).

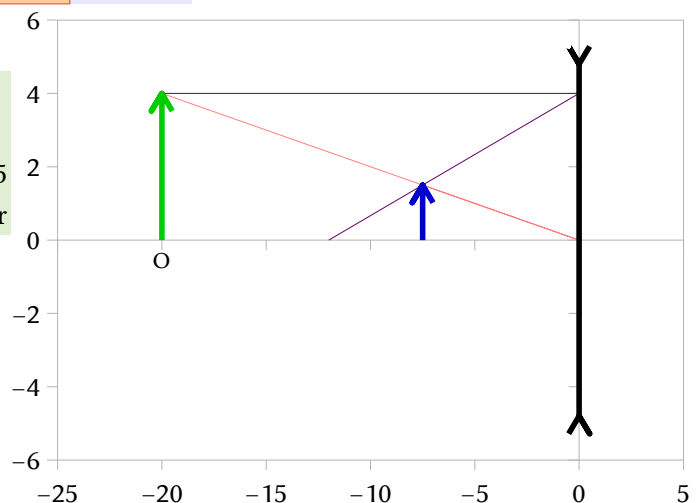
Escribir a altura do obxecto na cela da dereita.

Lente	diverxente	Unidades	cm
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco	-12		
Obxecto	-20	4	
Imaxe			

En RESULTADOS, mostraranse os valores da posición e da altura da imaxe. (E do aumento)

	Posición (cm)	Altura (cm)	
Obxecto	-20,0	4,00	Aumento
Imaxe	-7,50	1,50	0,375
Imaxe	Virtual	Dereita	Menor

GRÁFICA:



2. Quérese formar unha imaxe real e de dobre tamaño dun obxecto de 1,5 cm de altura. Determinar:
- A posición do obxecto se se usa un espello cóncavo de $R = 15$ cm.
 - A posición do obxecto se se usa unha lente converxente coa mesma distancia focal que o espello. Debuxar a marcha dos raios para os dous apartados anteriores.

(P.A.U. xuño 11)

Rta.: a) $s_e = -11$ cm; b) $s_l = -11$ cm.

[Borrar os datos](#). Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e [pegalo](#) na cela situada debaixo de «Problema». [Elixir](#) (ou escribir) a opción «cm» na cela de cor laranxa situada á dereita de «Unidades».

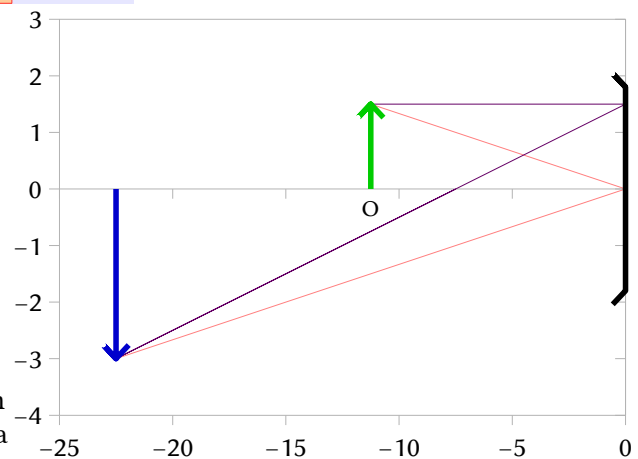
a) Cambiar a opción «Lente» por «Espello».

Na cela de cor laranxa máis abaixo, elixir a opción «Centro (raio)» e escribir 15, na cela situada á súa dereita. Aparece a etiqueta «convexo» á dereita de «espello». Para que o espello sexa cóncavo, o raio ten que ser negativo. Escribir -15 en lugar de 15. Para empregar o dato «dobre tamaño», elixir a opción «Aumento ↑» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Altura (cm)». Escribir 2 na cela de cor branca situada encima dela. En RESULTADOS, mostrarase que a imaxe é virtual. Para que sexa real, deberá cambiar o signo do aumento e escribir -2.

Espello cóncavo	Unidades	cm
Posición (cm)	Altura (cm)	
Centro (raio)	-15	
Obxecto		1,5
		-2
	Aumento ↑	

En RESULTADOS, mostraranse os valores da posición do foco, do obxecto, da imaxe e da súa altura.

Posición do foco	-7,50 cm
Posición (cm)	Altura (cm)
Obxecto	-11,3 1,50 Aumento
Imaxe	-22,5 -3,00 -2,00
Imaxe	Real Invertida Maior



GRÁFICA:

Anotar a posición do foco para o apartado b).

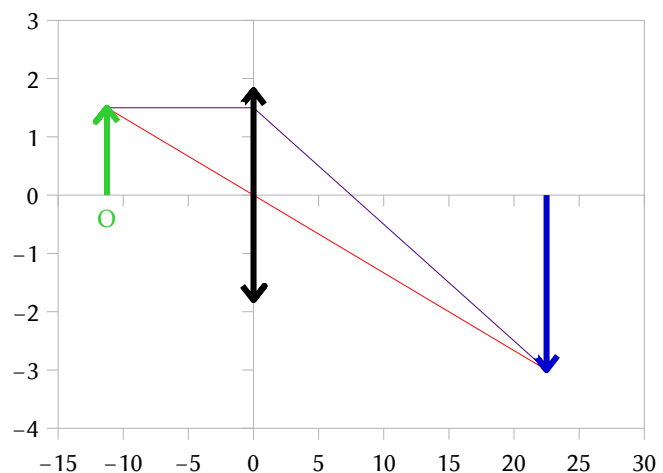
b) Cambiar a opción «Espello» por «Lente», e a opción «Centro (raio)» por «Foco». Escribir 7,5 na cela situada á súa dereita e comprobar que a lente é converxente.

(Se se escribise -7,5, a lente sería diverxente).

Lente converxente	Unidades	cm
Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco	7,5	
Obxecto		1,5
		-2
	Aumento ↑	

En RESULTADOS, mostraranse os valores das posicións e das alturas.

Posición (cm)	Altura (cm)
Obxecto	-11,3 1,50 Aumento
Imaxe	22,5 -3,00 -2,00
Imaxe	Real Invertida Maior



GRÁFICA:

◊ Dioptrio plano

Na pestana «Dioptrio» pódense resolver exercicios de dioptrio plano. Pódese calcular:

- O ángulo de refracción nun segundo ou terceiro medio e o ángulo límite.
- A lonxitude de onda da onda refractada.

Móstrase tamén un esquema do obxecto, a imaxe e os raios.

1. Un raio de luz de frecuencia $5 \cdot 10^{14}$ Hz incide cun ángulo de incidencia de 30° sobre unha lámina de vidro de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabendo que o índice de refracción do vidro é 1,50 e o do aire 1,00:

- Enunciar as leis da refracción e debuxar a marcha dos raios no aire e no interior da lámina de vidro.
- Calcular a lonxitude de onda da luz no aire e no vidro, e a lonxitude percorrida polo raio no interior da lámina.
- Achar o ángulo que forma o raio de luz coa normal cando emerxe de novo ao aire.

Dato: $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s

(P.A.U. sep. 14)

Rta.: b) $\lambda(\text{aire}) = 600$ nm; $\lambda(\text{vidro}) = 400$ nm; $L = 10,6$ cm; c) $\theta_{r2} = 30^\circ$

Borrar os datos.

Índice de refracción		Ángulo de - incidencia	Espesor
Medios	n		

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e [elixir](#) (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Elixir, nas celas de cor laranxa debaixo de «Medios» as opcións «Aire» e «Vidro». Cambiar o valor do índice de refracción do vidro a 1,5 e escribir o valor (30) do ángulo de incidencia.

Escribir o valor (10) do espesor da lámina á dereita da etiqueta «Espesor».

Na última liña, elixir «Frecuencia» na cela de cor laranxa da esquerda.

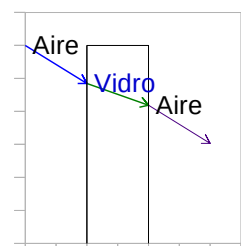
Pódese copiar ([Ctrl]+[C]) no enunciado a frecuencia ($5 \cdot 10^{14}$) e pegala sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) ou escribir, en formato científico «folla de cálculo» (5E14), ou no habitual ($5 \cdot 10^{14}$), o seu valor na cela de cor branca situada á dereita de «Frecuencia».

Índice de refracción		Ángulo de incidencia	Aire-Vidro Espesor
Medios	n		
Aire	1		30°
Vidro	1,5		10 cm
Aire	1		

Frecuencia	$5 \cdot 10^{14}$	Hz
------------	-------------------	----

RESULTADOS e GRÁFICA:

Ángulo refractado	límite	
Aire-Vidro	19,5°	
Vidro-Aire	30,0°	41,8°
Lonxitude percorrida polo raio na lámina		10,6 cm
	Aire	Vidro Aire
Lonxitude de onda	600	400 600 nm



◊ Efecto fotoeléctrico

Na pestana «Fotoelectr» pódense resolver exercicios de efecto fotoeléctrico. Pódense calcular, a partir da ecuación de Einstein, calquera das magnitudes relacionadas coa enerxía para o cátodo (traballo de extracción, frecuencia ou lonxitude de onda limiar), os fotóns (enerxía, frecuencia ou lonxitude de onda) ou os electróns (enerxía, velocidade máxima ou potencial de freado).

Móstrase tamén unha gráfica para a enerxía cinética ou potencial de freado dos electróns en función da frecuencia dos fotóns ou da enerxía ou frecuencia dos fotóns en función da enerxía cinética ou potencial de freado dos electróns

- Ilumínase un metal con luz monocromática dunha certa lonxitude de onda. Se o traballo de extracción é de $4,8 \cdot 10^{-19}$ J e o potencial de freado é de 2,0 V, calcular:
 - A velocidade máxima dos electróns emitidos.
 - A lonxitude de onda da radiación incidente.
 - Representar graficamente a enerxía cinética máxima dos electróns emitidos en función da frecuencia da luz incidente.

Datos: $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s⁻¹; $c = 3 \cdot 10^8$ m · s⁻¹.

(A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: a) $v = 8,4 \cdot 10^5$ m/s; b) $\lambda = 250$ nm.

Borrar os datos.

Cátodo (Elixir unha unidade →)	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Fotóns (Elixir unha unidade →)	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Electróns (↑ Elixir a magnitude)	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS escribir (ou [elixir](#)) a opción «J» na cela de cor laranxa situada á dereita de «Cátodo». A etiqueta cambiará a «Traballo de extracción». Copiar ([Ctrl]+[C]) o valor no enunciado e pegalo sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↵]+[V]) ou escribilo, en formato científico «folla de cálculo» (7E14), ou no habitual ($7,0 \cdot 10^{14}$), na cela situada á dereita de « $W_0 =$ ».

Elixir a opción «Potencial de freado» na cela situada encima de «Electróns (↑ Elixir a magnitude)». Escribir o seu valor (2) na cela situada á dereita de « $V =$ ».

Traballo de extracción	$W_0 =$	<input type="text" value="4,8·10<sup>-19</sup>"/>	<input type="text" value="J"/>
Potencial de freado dos electróns	$V =$	<input type="text" value="2"/>	<input type="text" value="V"/>

a) En RESULTADOS, elixir a opción «Velocidade máxima», na cela situada encima de «Electróns (↑ Elixir a magnitude)»

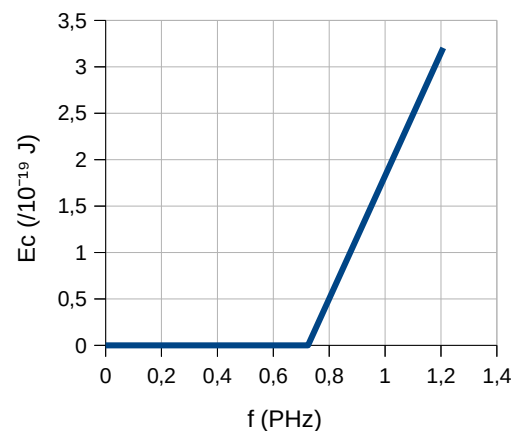
b) Elixir (ou escribir) a opción «nm» ou «m» na fila de «Fotóns (Elixir unha unidade →)». A etiqueta cambia:

Lonxitude de onda dos fotóns	$\lambda =$	<input type="text" value="248"/>	<input type="text" value="nm"/>
Velocidade máxima dos electróns	$v =$	<input type="text" value="8,39·10<sup>5</sup>"/>	<input type="text" value="m/s"/>

En GRÁFICAS, elixir a opción «electróns» na cela de cor laranxa situada á dereita de «dos», «Enerxía cinética» á esquerda de «fronte a», e «Frecuencia» á súa dereita.

Enerxía cinética dos electróns	fronte a	Frecuencia dos fotóns
--------------------------------	----------	-----------------------

Se se desexa, escribir o valor da frecuencia máxima á dereita de « $f =$ ». O valor máximo por defecto é o dobre da frecuencia limiar.



2. O traballo de extracción para o sodio é de 2,50 eV. Calcular:
- A lonxitude de onda da radiación que debemos usar para que a velocidade máxima dos electróns emitidos sexa de $1,00 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
 - O potencial de freado.
 - A lonxitude de onda de De Broglie asociada aos electróns emitidos polo metal con velocidade máxima.

Datos: $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $|q(e)| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$; $m(e) = 9,1 \times 10^{-31}$.

(A.B.A.U. extr. 18)

Rta.: a) $\lambda = 4,32 \text{ nm}$; b) $V = 284 \text{ V}$; c) $\lambda_d = 72,7 \text{ pm}$.

Borrar os datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e **pegalo** na cela situada debaixo de «Problema».

En DATOS **elixir** a opción «eV» na cela de cor laranxa situada á dereita de «Cátodo». A etiqueta cambiará a «Traballo de extracción». Escribir o valor (2,5) na cela situada á dereita de « $W_0 =$ ».

Elixir a opción «Velocidade máxima» na cela de cor laranxa situada encima de «Electróns». Copiar ([Ctrl]+[C]) o seu valor no enunciado e pegalo sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) ou escribilo, en formato científico «folla de cálculo» ($1\text{E}7$) ou no habitual ($1 \cdot 10^7$), na cela situada á dereita de « $v =$ ».

Traballo de extracción	$W_0 =$	2,5	eV
Velocidade máxima dos electróns	$v =$	$1,00 \cdot 10^7$	m/s

b) En RESULTADOS, elixir a opción «Potencial de freado», na cela de cor laranxa situada encima de «Electróns (↑ Elixir a magnitude)»

Lonxitude de onda dos fotóns	$\lambda =$	4,32	nm
Potencial de freado dos electróns	$V =$	284	V

c) Cambiar a opción «Potencial de freado» por «Lonxitude de onda de De Broglie».

Lonxitude de onda de De Broglie	$\lambda_d =$	$7,27 \cdot 10^{-11}$	m
---------------------------------	---------------	-----------------------	---

◇ Enerxía nuclear

Na pestana «EnerNuclear» pódense resolver exercicios de enerxía nuclear. Pódese calcular:

- A enerxía de enlace por nucleón.
- A enerxía liberada nunha reacción nuclear.

1. Para o núcleo de uranio, $^{238}_{92}\text{U}$, calcular:

- O defecto de masa.
- A enerxía de enlace nuclear.
- A enerxía de enlace por nucleón.

Datos: $m(^{238}_{92}\text{U}) = 238,051 \text{ u}$; $1 \text{ g} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ u}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $m(\text{p}) = 1,007277 \text{ u}$; $m(\text{n}) = 1,008665 \text{ u}$

(A.B.A.U. extr. 18)

Rta.: a) $\Delta m = 1,883 \text{ u} = 3,128 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; b) $E_e = 2,81 \cdot 10^{-10} \text{ J/átomo}$; c) $E_n = 1,18 \cdot 10^{-12} \text{ J/nucleón}$.

[Borrar os datos.](#)

	N.º atómico	Z	N.º másico A	
Partícula proxectil				
Núclido diana				
Núclido formado				
2º núclido/partícula				
Masa da mostra				

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e [elixir](#) (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Escribir o valor da carga (92) na cela situada á dereita de «Núclido formado», e da súa masa na cela da dereita (238,051). Elixir (ou escribir) a unidade (u) na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

	Carga	(e ⁺)	Masa	
Partícula proxectil				
Núclido diana				
Núclido formado	92		238,05	u
2º núclido/partícula				
Masa da mostra				

a) En RESULTADOS, escribir (ou elixir) a opción «u» ou «kg», na cela de cor laranxa situada á esquerda de «/átomo».

	$92 \text{ }^1_1\text{H} + 146 \text{ }^1_0\text{n} \rightarrow \text{}^{238}_{92}\text{U}$		
Defecto de masa	$\Delta m =$	-1,88	u /átomo

b) Elixir (ou escribir) agora «J» ou «MeV» na mesma cela.

Enerxía de enlace	$E_e =$	$-2,81 \cdot 10^{-10}$	J /átomo
-------------------	---------	------------------------	----------

c) Elixir a opción «/nucleón» en vez de «/átomo» na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Enerxía de enlace	$E_e =$	$-1,18 \cdot 10^{-12}$	J /nucleón
-------------------	---------	------------------------	------------

2. O isótopo do boro $^{10}_5\text{B}$ é bombardeado por unha partícula α e prodúcese $^{13}_6\text{C}$ e outra partícula.

a) Escribir a reacción nuclear.

b) Calcular a enerxía liberada por núcleo de boro bombardeado.

c) Calcular a enerxía liberada se se considera 1 g de boro.

Datos: masa atómica($^{10}_5\text{B}$) = 10,0129 u; masa atómica($^{13}_6\text{C}$) = 13,0034 u; masa(α) = 4,0026 u;

masa(protón) = 1,0073 u; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$; 1 u = $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg. (P.A.U. set. 16)

Rta.: a) $^{10}_5\text{B} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{13}_6\text{C} + ^1_1\text{H}$; b) $E = 7,15 \cdot 10^{-13}$ J/átomo; c) $E_2 = 43,1$ GJ/g.

Borrar os datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) o enunciado e **pegalo** na cela situada debaixo de «Problema».

En DATOS, escribir ou pegar sen formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e **elixir** (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

	Carga	(e ⁺)	Masa	
Partícula proxectil		2	4 u	
Núclido diana		5	10,01 u	
Núclido formado		6	13 u	
2º núclido/partícula				
Masa da mostra			1 g	N. diana

En RESULTADOS, aparece unha mensaxe:

Faltan datos: $\Delta Z = -1$; $\Delta A = -1$

Isto indica que falta unha partícula de $A = 1$ e $Z = 1$.

Por tanto, hai que engadir os datos do protón debaixo dos de «Núclido formado»

Núclido formado	6	13 ou
Partícula emitida	1	1,01 ou

a) En RESULTADOS, escribir (ou elixir) a opción «J» ou «MeV», na cela de cor laranxa situada á esquerda de «/átomo».

	$^4_2\text{He} + ^{10}_5\text{B} \rightarrow ^{13}_6\text{C} + ^1_1\text{H}$	
Energía	$E = -7,16 \cdot 10^{-13}$	J /átomo
Energía da mostra	$E = 4,31 \cdot 10^{10}$	J/g $^{10}_5\text{B}$

◇ Desintegración radioactiva

Na pestana «Desint» pódense resolver exercicios de desintegración radioactiva. Pódese calcular a cantidade de sustancia radioactiva que queda ao cabo dun tempo, e á súa actividade radioactiva, coñecido o dato do período de semidesintegración ou a vida media e viceversa.

- O $^{210}_{82}\text{Pb}$ transfórmase en polonio ao emitir dúas partículas beta e posteriormente, por emisión dunha partícula alfa, obtense chumbo.
 - Escribir as reaccións nucleares descritas.
 - O período de semidesintegración do $^{210}_{82}\text{Pb}$ é de 22,3 anos. Si tiñamos inicialmente 3 moles de átomos dese elemento e transcorreron 100 anos, calcular o número de núcleos radioactivos que quedan sen desintegrar e a actividade inicial da mostra.

Dato: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

(A.B.A.U. ord. 23)

Rta: a) $^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^0_{-1}\text{e} + ^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^0_{-1}\text{e} + ^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^{206}_{82}\text{Pb}$; b) $N = 8,07 \cdot 10^{22}$ núcleos; $A_0 = 1,78 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$.

[Borrar os datos.](#)

Cantidade inicial			
Despois de...	$\Delta t =$		
Masa atómica	$M =$		g/mol
Tempo	$t =$		

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónalo na páxina de orixe e copialo ([Ctrl]+[C]).

Premer sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e [pegar o enunciado](#).

En DATOS, [elixir](#) a opción «Período de semidesintegración» na primeira cela da esquerda de cor laranxa.

Escribir os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e [elixir](#) (ou escribir) as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Período de semidesintegración	$T =$	22,3	anos
Cantidade inicial	$N_0 =$	3	mol
Despois de...	$\Delta t =$		
Masa atómica	$M =$		g/mol
Tempo	$t =$	100	anos

a) En RESULTADOS, elixir a opción «átomos» na cela de cor laranxa situada á dereita de «clic →».

Cantidade	átomos
Inicial	$1,81 \cdot 10^{24}$
En 100 anos	$8,07 \cdot 10^{22}$
Actividade	Bq
Inicial	$1,78 \cdot 10^{15}$

Para a actividade inicial escribir (ou elixir) a opción «Bq» en lugar de «átomos».

Cuestións e problemas das [Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade](#) (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.

[Respostas](#) e composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Alguns cálculos fixéronse cunha [folla de cálculo](#) de [LibreOffice](#) do mesmo autor.

Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de [traducindote](#), e de o [tradutor da CIXUG](#).

Procurouse seguir as [recomendacións](#) do Centro Español de Metrología (CEM).

Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Sumario

PROBLEMAS DE FÍSICA DE 2.º DE BACHARELATO

<i>Comezo</i>	1
<i>Teclado e rato</i>	1
<i>Datos</i>	1
<i>Cifras significativas e formato numérico</i>	2
<i>Como pegar o enunciado na folla de cálculo</i>	2
<i>Outros cálculos</i>	2
<i>Outros consellos</i>	3
<i>Tipos de problemas</i>	3
<i>Exemplos</i>	4
Cálculo de coordenadas para figuras regulares	5
1. Calcular as coordenadas dun triángulo equilátero de 80 cm de lado coa base no eixe X e o vértice superior no eixe Y.....	5
Satélites	7
1. O Sentinel-1 é un satélite artificial de órbita circular polar da Axencia Espacial Europea dentro do Programa Copérnico destinado á monitorización terrestre e dos océanos. Está situado a 693 km sobre a superficie terrestre.....	7
2. Un satélite artificial ten unha masa de 200 kg e unha velocidade constante de $7,00 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$	8
3. As relacións entre as masas e os raios da Terra e a Lúa son: $M_T/M_L = 79,63$ e $R_T/R_L = 3,66$	8
Propiedades dun astro por comparación con outro	10
1. O período de Xúpiter na súa órbita arredor do Sol é aproximadamente 12 veces maior que o da Terra na súa correspondente órbita. Considerando circulares as órbitas dos dous planetas, determinar:.....	10
2. As relacións entre as masas e os raios da Terra e a Lúa son: $M_T/M_L = 79,63$ e $R_T/R_L = 3,66$	11
Masas ou cargas puntuais: Masas	12
1. Dúas masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) e B(12, 0) metros. Calcular:.....	12
2. Unha nave sitúa un obxecto de 20 kg de masa entre a Terra e o Sol nun punto onde a forza gravitacional neta sobre o obxecto é nula. Calcular nese punto:.....	14
Masas ou cargas puntuais: Cargas	15
1. Dúas cargas eléctricas positivas de 3 nC cada unha están fixas nas posicións (2, 0) e (-2, 0) e unha carga negativa de -6 nC está fixa na posición (0,-1).....	15
2. Tres cargas de -2, 1 e $1 \mu\text{C}$ están situadas nos vértices dun triángulo equilátero e distan 1 m do centro do mesmo.....	17
3. Unha carga q de 2 mC está fixa no punto A (0, 0), que é o centro dun triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$ m. Tres cargas iguais Q están nos vértices e a distancia de cada carga Q ao punto A é 3 m. O conxunto está en equilibrio electrostático. Calcular:.....	19
Cálculo dunha carga a partir do campo e do potencial nun punto	21
1. Unha carga eléctrica puntual de valor Q ocupa a posición (0,0) do plano XY no baleiro. Nun punto A do eixo X o potencial eléctrico é $V = -120 \text{ V}$ e o campo eléctrico é $E = -80 \text{ i N/C}$. Se as coordenadas están dadas en metros, calcula:.....	21
2. Nun punto de coordenadas (0, 3) está situada unha carga $q_1 = 7,11 \text{ nC}$, e no punto de coordenadas (4, 0) está situada outra carga $q_2 = 3,0 \text{ nC}$. Calcula:.....	22
Péndulo nun campo eléctrico	24
1. Nunha rexión do espazo na que hai un campo eléctrico de intensidade $E = 6\cdot 10^3 \text{ i N C}^{-1}$ colga, dun fío de 20 cm de lonxitude, unha esfera metálica que posúe unha carga eléctrica de $8 \mu\text{C}$ e ten unha masa de 4 g. Calcular:.....	24
2. Un péndulo está constituído por unha pequena esfera metálica de masa $m = 1 \text{ g}$ e dimensións desprezables, e un fío inextensible de 150 cm de longo e sen peso apreciable. Se a esfera ten unha carga positiva q e o péndulo se sitúa en una rexión onde existe un campo eléctrico uniforme de intensidade $E = 10^5 \text{ N/C}$. Calcular:.....	25
Esferas concéntricas	26
1. Unha esfera condutora de raio 4 cm ten unha carga de $+8 \mu\text{C}$ en equilibrio eléctrico. Calcular canto valen en puntos que distan 0, 2 e 6 cm do centro da esfera:.....	26
2. Dous condutores esféricos concéntricos, ocios, teñen de raios 4 e 8 cm, respectivamente. A esfera interior ten unha carga de 24 nC e a exterior 40 nC. Determinar:.....	27
Partículas cargadas nun campo magnético	28

1. Un protón cunha enerxía cinética de $4,0 \cdot 10^{-15}$ J penetra perpendicularmente nun campo magnético uniforme de 40 mT. Calcular:.....	28
2. Unha partícula de masa 8 ng e carga eléctrica $-2 \mu\text{C}$ entra nunha rexión do espazo na que hai un campo magnético $B = 3 \text{ j T}$, cunha velocidade, $v = 6 \text{ i km} \cdot \text{s}^{-1}$. Calcular:.....	29
Campo e forza magnética entre condutores paralelos.....	30
1. Dous condutores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados no plano yz, na dirección do eixo z, separados unha distancia de 80 cm. Se por cada un deles circula unha corrente de 12 A en sentidos contrarios, calcula:.....	30
2. a) Indica cal é o módulo, dirección e sentido do campo magnético creado por un fio condutor recto percorrido por unha corrente e realiza un esquema que ilustre as características de devandito campo. Considérese agora que dous fíos condutores rectos e paralelos de gran lonxitude transportan a súa respectiva corrente eléctrica. b) Sabendo que a intensidade dunha das correntes é o dobre que a da outra corrente e que, estando separados 10 cm, atráense cunha forza por unidade de lonxitude de $4,8 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, calcular as intensidades que circulan polos fíos. c) Canto vale o campo magnético nun punto situado entre os dous fíos, a 3 cm do que transporta menos corrente?.....	31
Movemento harmónico simple.....	32
1. A enerxía total dun corpo de masa 0,5 kg que realiza un movemento harmónico simple é $6,0 \cdot 10^{-3}$ J e a forza máxima que actúa sobre el é 0,3 N.....	32
2. Cólgase un corpo de 10 kg de masa dun resorte e alárgase 2,0 cm. Despois engádenselle outros 10 kg e dásele un tirón cara abaixo, de modo que o sistema comeza a oscilar cunha amplitude de 3,0 cm....	33
Péndulo.....	35
1. Un péndulo simple de lonxitude $l = 2,5$ m, desvíase do equilibrio até un punto a 0,03 m de altura e sóltase. Calcular:.....	35
Ondas.....	36
1. Unha onda propágase no sentido positivo do eixo X cunha velocidade de 20 m s^{-1} , unha amplitude de 0,02 m e unha frecuencia de 10 Hz. Determinar:.....	36
2. A expresión matemática dunha onda harmónica transversal que se propaga por unha corda tensa orientada segundo o eixe x é: $y = 0,5 \text{ sen } [2\pi (3t - x)]$ (unidades no SI). Determinar:.....	38
Espeellos e lentes.....	39
1. Un obxecto de 4 cm de altura está situado 20 cm diante dunha lente delgada diverxente de distancia focal 12 cm.....	39
2. Quérese formar unha imaxe real e de dobre tamaño dun obxecto de 1,5 cm de altura. Determinar:..	40
Dioptrio plano.....	41
1. Un raio de luz de frecuencia $5 \cdot 10^{14}$ Hz incide cun ángulo de incidencia de 30° sobre unha lámina de vidro de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabendo que o índice de refracción do vidro é 1,50 e o do aire 1,00:.....	41
Efecto fotoeléctrico.....	42
1. Ilumínase un metal con luz monocromática dunha certa lonxitude de onda. Se o traballo de extracción é de $4,8 \cdot 10^{-19}$ J e o potencial de freado é de 2,0 V, calcular:.....	42
2. O traballo de extracción para o sodio é de 2,50 eV. Calcular:.....	43
Enerxía nuclear.....	44
1. Para o núcleo de uranio, ${}^{238}_{92}\text{U}$, calcular:.....	44
2. O isótopo do boro ${}^{10}_5\text{B}$ bombardeado por unha partícula α e prodúcese ${}^{13}_6\text{C}$ e outra partícula.....	45
Desintegración radioactiva.....	46
1. O ${}^{211}_{82}\text{Pb}$ transfórmase en polonio ao emitir dúas partículas beta e posteriormente, por emisión dunha partícula alfa, obtense chumbo.....	46