

PROBLEMAS DE FÍSICA DE 2.º DE BACHILLERATO

Ejemplo de uso de la hoja de cálculo: «[FisicaBachEs.ods](#)»

● Comienzo

Al abrir la hoja de cálculo, se mostrará una alerta de seguridad. Pulsar el botón **Activar macros**.

Para ir al índice, elegir una de estas opciones:

- Pulsar en la pestaña **Índice**, situada en la parte inferior.
- Presionar la tecla [Ctrl] mientras se pulsa en la celda **Índice** situada en la parte superior derecha.

Para ver la ayuda, elegir una de estas opciones:

- Pulsar en la pestaña **Ayuda** situada en la parte inferior.
- Presionar la tecla [Ctrl] mientras se pulsa en la celda **Ayuda** situada en la parte superior derecha.

● Teclado y ratón

Teclas

		Abreviatura
Aceptar	[↵] ([Intro] o [Enter] o [Entrar])	[↵]
Borrar a la derecha	[Supr] (o [Del] o [Delete])	[Supr]
Borrar a la izquierda	[⌫] ([←] o [Backspace])	[⌫]
Espaciador	[Esp]	[Esp]
Flecha abajo	[↓]	[↓]
Mayúscula	[⇧] o ([Shift] o [Mayús])	[⇧]
Tabulador	[⇧] (o [Tab] o [tabulador])	[⇧]

Teclas simples

Aceptar	[↵]	[↵]
Celda siguiente	[⇧]	[⇧]

Combinación de teclas

Presionar a la vez las teclas:

Abreviatura

Ir al principio de la página	[Ctrl] e [Inicio]	
Celda anterior	[⇧] y [⇧]	
Deshacer acción anterior	[Ctrl] y [Z]	([Ctrl]+[Z])
Copiar	[Ctrl] y [C]	([Ctrl]+[C])
Pegar (Desaconsejado)	[Ctrl] y [V]	([Ctrl]+[V])
Pegar sin formato (menú)	[Ctrl], [⇧] y [V]	([Ctrl]+[Alt]+[V])
Pegar sin formato (rápido)	[Ctrl], [Alt], [⇧] y [V]	([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V])
Punto multiplicación	[⇧] y [3]	([⇧]+[3])
Subíndice	[⇧] y [_], {número o signo} y { [⇧] o [↵] }	([_]+n.º+[↵])
Superíndice	[⇧] y [^], {número o signo} y { [Esp], [⇧] o [↵] }	([⇧]+[^]+n.º+[↵])
Ver opciones	[Alt] y [↓]	([Alt]+[↓])
Limpiar formato	[Ctrl] y [M]	([Ctrl]+[M])

Ratón

Seleccionar Pulsar dos veces (doble clic)

Teclado y ratón

Seguir enlace (en hoja cálculo) [Ctrl] y pulsar en el enlace, o hacer doble clic en el enlace.


● Datos

Para borrar los datos, elegir una de estas opciones:

- **Datos, instrucciones y enunciado:**
 1. Pulsar en el menú: Editar → Seleccionar → Seleccionar celdas desprotegidas
 2. Presionar la tecla [Supr].
- **Todos los datos:**
 1. Pulsar en cualquier celda de datos:
 2. Pulsar en el botón **Borrar datos**.

3. En el diálogo «¿Borrar los datos de esta hoja?», pulsar el botón **Aceptar**.
- **Solo algunos datos.**
 1. Seleccionar con el ratón un área en la que se encuentren los datos que se desean borrar.
 2. Pulsar en el botón **Borrar datos**.
 3. En el diálogo «¿Borrar los datos en el intervalo seleccionado?», pulsar el botón **Aceptar**.

Para elegir una opción seguir estos pasos:

1. Pulsar en la celda:
2. Pulsar en la flecha , para ver la lista desplegable.
3. Desplazarse por la lista y elegir una opción.

Para anotar una cantidad:

Pulsar en la celda: , y escribir en ella la cantidad.

Si el formato en el que se muestra un valor no es el adecuado (por ejemplo 1,00E-01), pulsar en la celda y presionar a la vez las teclas [Ctrl] y [M] para limpiar el formato (se verá 0,1).

Para poner un valor en notación científica, elegir una de estas opciones:

- Escribir el número en formato científico 0,0E-0 de la hoja de cálculo.
- Escribir el número en formato habitual $0,0 \cdot 10^{-0}$.
- Seleccionar el valor en otro documento, copiarlo ([Ctrl]+[C]) y pegarlo ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]).

Ejemplos de escritura en formato científico:

	Escribir:	En la celda aparecerá:
Hoja de cálculo:	3E-9	<input type="text" value="3,00E-09"/>
Formato habitual:	3,00[⇧]310[⇧][^]-[Esp][⌫][⇧][^]9[←]	<input type="text" value="3,00·10<sup>-9</sup>"/>

(Después del signo -, pulsar el espaciador [Esp]. Pulsar la tecla [⌫] para borrar el espacio).

Si ese número ya estaba en un documento, se puede copiar y pegar siguiendo estos pasos:

1. Seleccionarlo: pulsar al principio del número y arrastrar el ratón hasta el final o doble clic
2. Copiarlo: menú: Editar → Copiar o [Ctrl]+[C]
3. Pulsar en la celda: .
4. Pegarlo: menú: Editar → Pegado especial → Pegar texto sin formato o [Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]

● Cifras significativas y formato numérico

En el botón **Cifras significativas** se puede ajustar el formato numérico de los resultados:

Número (1 a 6) de cifras significativas.

Número umbral (1 a 6) de dígitos para notación decimal.

- decimal Si $|\text{Número}| < 1$ y la 1.ª posición decimal es menor o igual que umbral
o si $|\text{Número}| > 1$ y el n.º/n.º de cifras de la parte entera es menor o igual que umbral.
- científica En el resto de los casos.

Símbolo de multiplicar (· o ×) antes de 10^n en la notación científica.

Esta elección afecta a todas las pestañas.

Los resultados que aparecen en este documento corresponden, en su mayoría, a una elección de 3 cifras significativas.

● Cómo pegar el enunciado en la hoja de cálculo

Si el enunciado se copió de la pestaña de ejemplos de la misma hoja, solo necesita pegarlo, pulsado a la vez las teclas [Ctrl] y [V]. Para pegar de otro origen:

1. Pulsar en la celda situada debajo de la etiqueta «Problema» de la hoja de cálculo.
2. Presionar la tecla [Esp] (espaciador).
3. Pegarlo, presionando a la vez las teclas [Ctrl], [Alt], [⇧] y [V].

En el caso que desapareciese el formato de la celda donde va el enunciado, copie cualquier otro enunciado de la hoja de cálculo y péguelo en ella.

● Otros cálculos

En todas las pestañas aparecen unas celdas bajo el epígrafe: **OTROS CÁLCULOS**.

En ellas se pueden escribir fórmulas para hacer cálculos.

Para poner una fórmula en una celda, hay que empezar escribiendo «=» y luego poner símbolos de operaciones («+», «-» «*» o «/») y pulsar en las celdas con las que operar.

Por ejemplo, para que en la celda A3 se haga la suma entre los números que hay en las celdas A1 y B1:

1. **Pulsar en la celda** en la que quiere escribir la fórmula.
2. **Escribir el signo igual [=]** en la celda. Esto le indica a LibreOffice que escribe una fórmula.
3. Ahora se puede seguir de cualquiera de estas maneras:
 - Pulsar en la celda A1. Pulsar la tecla [=] Pulsar en la celda B1.
 - O escribir la fórmula: $=A1+B1$
donde A1 y B1 son las coordenadas de las celdas que quiere sumar.
4. **Presionar la tecla [↵]** para completar la entrada.

La celda mostrará ahora el resultado de la fórmula.

Se pueden usar una variedad de funciones matemáticas para las fórmulas, como SUM para sumar o RAIZ para calcular la raíz cuadrada. Consultar la ayuda de LibreOffice para obtener una lista completa de las funciones disponibles.

Cuando la celda que contiene el dato está en formato científico, como $6,67 \cdot 10^{-11}$, se tiene que emplear la función AVALOR, para que lo transforme en un número. Por ejemplo, la fórmula para calcular la velocidad

en la órbita $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$, si los datos se encuentran en las celdas del cuadro (y teniendo en cuenta que r es la suma: $R + h$), sería:

=RAIZ(AVALOR(J8)*J2/(J3+J6))

	H	I	I	K
2	Masa	$M =$	$5,97E+24$	kg
3	Radio	$R =$	$6,37E+06$	m
4				
5	Masa	$m =$		kg
6	Altura	$h =$	693000	m
7				
8	Constante de la gravitación	$G =$	$6,67 \cdot 10^{-11}$	$N \cdot m^2/kg^2$

La celda donde se escribió la fórmula, por ejemplo H22, presentaría el resultado: 7508,53966 609 457. Para obtener un aspecto más legible, se podría emplear la función NUMFORMA. Si en otra celda, por ejemplo J22, se escribe la función =NUMFORMA(H22) lo que se vería en J22 sería: $7,51 \cdot 10^3$.

En la pestaña «Introd» hay más información de las funciones exclusivas que puede emplear. Para verlas, hacer doble clic en el enlace [funciones](#) de la hoja de cálculo.

● Otros consejos

Hacer una copia de seguridad de la hoja de cálculo.

No pegar ([Ctrl]+[V]) **nunca** en una celda de color naranja.

En vez de eso, pegar sin formato:

menú Editar → Pegado especial → Pegar texto sin formato o [Ctrl], [Alt] y [V].

Si se acaba de pegar en una celda, probar a deshacerlo pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [Z].

Si eso no va, recuperar desde la copia de seguridad o descargarla de nuevo.

Si se cambió el aspecto de una celda que era de color blanco y borde azul , probar a presionar juntas las teclas [Ctrl] y [M].

Si esto no funciona, pulsar en otra celda que esté bien, y copiarla pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C].

Pulsar en la celda que cambió de aspecto y presionar a la vez las teclas [Ctrl], [Alt] y [V], y, en Preconfiguraciones, pulsar en «Formatos solo»

● Tipos de problemas

En la página Índice, aparecen los enlaces a las hojas con los tipos de problemas que puede resolver.

Para ir a alguno de ellos, mantenga pulsada la tecla [Ctrl] mientras hace clic con el ratón en el [Tema](#) que contiene el tipo de problemas deseado, o haga clic con el ratón en la pestaña inferior correspondiente.

El nombre de la pestaña de cada tipo de problemas está en la columna de **Pestaña** en la página Índice.

Se pueden resolver ejercicios de los siguientes temas:

Bloque	Tema	Pestaña
Gravitación	Satélites	Satelites

	Propiedades de un astro por comparación con otro	2Astros
	Relación entre períodos o radios de órbitas	2Astros
	Masas puntuales	Campos
Electromagnetismo	Cargas puntuales	Campos
	Cálculo de una carga a partir del campo y el potencial en un punto	CalcQdeV
	Péndulo en campo eléctrico	Pendolo_Elec
	Esferas concéntricas	Esferas
	Partícula cargada moviéndose en un campo magnético uniforme	Lorentz
	Campo y fuerza magnética entre conductores paralelos	Conductores
Vibraciones y ondas	Movimiento armónico simple	MAS
	Péndulo	Pendolo
	Ondas	Ondas
	Dioptrio plano	Dioptrio
Óptica geométrica	Espejos y lentes	Optica
Física moderna	Efecto fotoeléctrico	Fotoelectr
	Energía nuclear	EnerNuclear
	Desintegración radiactiva	Desintegr

● Ejemplos

En la columna de la derecha de la página [🔒 Índice](#), aparecen los enlaces a las hojas que contienen copias de los datos de los problemas de los tipos que puede resolver. Si quiere consultarlos, mantenga pulsada la tecla [Ctrl] mientras hace clic con el ratón en el [Tema](#) que contiene el tipo de problemas deseado, o haga clic con el ratón en la pestaña inferior correspondiente. Note que las hojas con ejemplos comienzan todas por la letra D, desde [🔒 D_Satelites](#) hasta [🔒 D_Desintegr](#).

◊ **Cálculo de coordenadas para figuras regulares**

En la pestaña «Coords» se pueden calcular las coordenadas de figuras regulares planas (triángulo equilátero, cuadrado, pentágono o hexágono regular) o las del tetraedro o del octaedro. Hay que escribir el valor del lado, radio o apotema para las figuras planas o de la arista o del radio circunscrito para las tridimensionales. Se puede girar y/o desplazar la figura, o situar alguno de los vértices en un punto concreto. En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (8) de cifras decimales por otro entre 1 y 12.

1. Calcular las coordenadas de un triángulo equilátero de 80 cm de lado con la base en el eje X y el vértice superior en el eje Y.

[Borrar los datos.](#)

Figura:	Triángulo equilátero	
Lado		
Longitud:		cm
Girar:		alrededor del eje: Z
:		
x (cm)	y (cm)	z (cm)

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS: [elegir](#) la opción «Triángulo equilátero», en la celda situada a la derecha de «Figura», elegir la opción «Lado», debajo de «Figura», escribir su valor (80) en la celda situada a la derecha de «Longitud», y escribir (o elegir) la unidad (cm) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Figura:	Triángulo equilátero	
Lado		
Longitud:	80	cm

Se mostrará el diagrama de la derecha, que sitúa el centro del triángulo en el punto (0, 0):

Para cumplir con la petición «con la base en el eje X y el vértice superior en el eje Y», se puede:

- Desplazar el triángulo hacia arriba hasta que la base quede en el eje X:

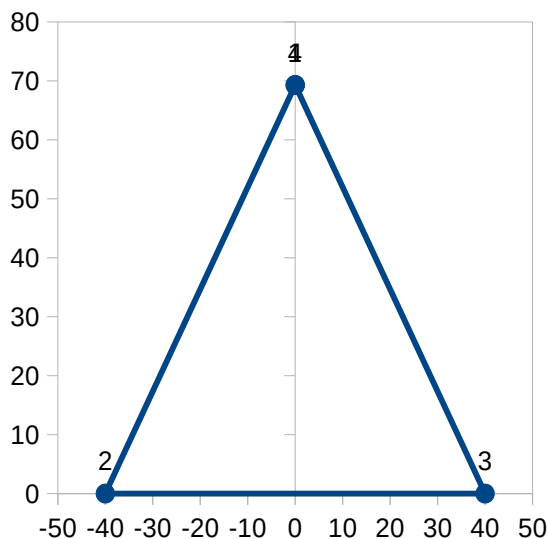
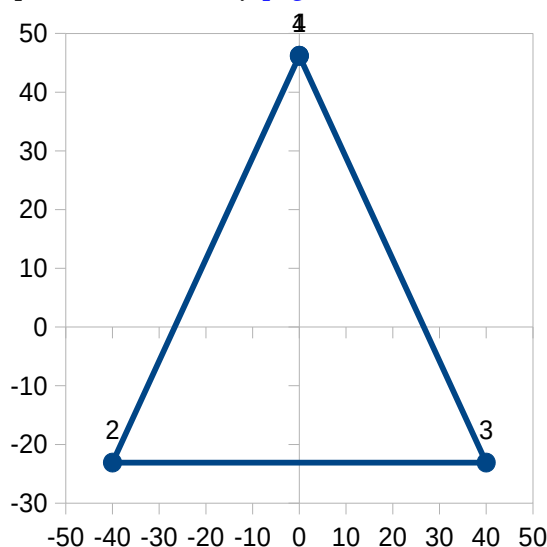
Desplazar:		
x (cm)	y (cm)	z (cm)
	23,09401077	

(el número -23,09401077 aparece en RESULTADOS como la coordenada «y» de los puntos 2 y 3).

- O bien situar el punto 3 en las coordenadas (40, 0)

Situación 3 en:		
x (cm)	y (cm)	z (cm)
40		

			Redondear a:	8
Coordenadas				
Pto.	x (cm)	y (cm)	z (cm)	
1	0	69,28203230	0	
2	-40	0	0	
3	40	0	0	



Para emplear las coordenadas calculadas aquí en la pestaña «Campos» se puede optar por uno de los siguientes métodos:

- Seleccionar con el ratón las coordenadas calculadas en la pestaña «Coords» y copiarlas (pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C]), ir a la pestaña «Campo», presionar sobre la celda situada debajo de x en la zona de «Coordenadas» y:
 - Pegarlas pulsando a la vez las teclas [Ctrl], [↵] y [V] y presionando sobre «Valores solo».
 - O bien presionar sobre el menú: **Editar** → **Pegado especial** → **Pegar solo números**.
- Ir a la pestaña «Campo», presionar sobre la celda situada a la derecha de «copiar esta celda →», haciendo clic en ella y pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C], seleccionar con el ratón las celdas debajo de las coordenadas x e y, y:
 - Presionar sobre el menú: **Editar** → **Pegado especial** → **Pegar solo fórmula**.
 - O bien pegarlas pulsando a la vez las teclas [Ctrl], [↵] y [V], marcando «Fórmulas» en la columna en la celda situada debajo de «Pegar» y pulsando en «Aceptar».

◊ Satélites

En la pestaña «Satelites» se pueden resolver ejercicios de gravitación de satélites. Se pueden calcular:

- Radio o altura, velocidad, período o frecuencia, y energías cinética y potencial de un satélite en distintas unidades.
- Velocidad o energía para alcanzar una altura, ponerlo en órbita o mandarlo al infinito (velocidad de escape).
- Campo gravitatorio, fuerza, gravedad relativa o momento angular en la órbita.
- Masa de un astro central a partir de los datos de uno de sus satélites.

En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y escribir (o elegir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Debajo de «Astro» se puede elegir una de las opciones «Tierra», «Luna» o «Sol» y aparecerán los valores de su masa y de su radio. Se pueden cambiar estos datos.

1. El Sentinel-1 es un satélite artificial de órbita circular polar de la Agencia Espacial Europea dentro del Programa Copérnico destinado a la monitorización terrestre y de los océanos. Está situado a 693 km sobre la superficie terrestre.
 - a) ¿Cuántas vueltas da a la Tierra cada día?
 - b) ¿Qué velocidad hubo que proporcionarle en el lanzamiento para ponerlo en órbita?

Datos: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M(T) = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$; $R(T) = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$. (A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) $f = 14,6 \text{ día}^{-1}$; b) $v = 8,29 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

Borrar los datos.

Astro	Masa	$M =$		kg
	Radio	$R =$		
	Gravedad en el suelo	$g_0 =$		m/s ²
Órbita	Masa satélite	$m =$		kg

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y escribir (o elegir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Debajo de «Astro» se puede elegir la opción «Tierra», y aparecerán los valores de su masa y de su radio. Se pueden cambiar estos datos, bien copiando ([Ctrl]+[C]) en el enunciado y pegando sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escribiendo, en formato científico «hoja de cálculo» o en el habitual:

- El valor, en kg, de la masa (5,97E24 o $5,97 \cdot 10^{24}$) en la celda situada a la derecha de « $M =$ ».
- El valor del radio (6,37E6 o $6,37 \cdot 10^6$) en la celda situada a la derecha de « $R =$ ».

Debajo de «Masa», elegir la opción «Altura», escribir su valor (693) en la celda situada a la derecha de « $h =$ », y escribir (o elegir) la unidad (km) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Elegir el otro valor ($6,67 \cdot 10^{-11}$), para la constante de la gravitación, en la celda situada a la derecha de « $G =$ ».

Astro	Masa	$M =$	5,97E+24	kg
Tierra	Radio	$R =$	6,37E+06	m
Órbita	Masa del satélite	$m =$		kg
	Altura	$h =$	693	km
Constante de la gravitación		$G =$	$6,67 \cdot 10^{-11}$	N·m ² /kg ²

Si se copiaron y pegaron los valores de la masa y del radio, desde el enunciado tal como están escritos, debería verse $5,97 \times 10^{24}$ en vez de 5,97E+24 y $6,37 \cdot 10^6$ en vez de 6,37E+06.

- a) En RESULTADOS, elegir la opción «Frecuencia» en la celda superior derecha de color naranja (que probablemente contenga «Período») y la opción «día⁻¹» para las unidades en la celda de color naranja debajo a la derecha.
 b) Elegir las opciones «Velocidad» y «ponerlo en órbita», en la línea donde se lee «en el suelo para».

	Radio	km	Velocidad	m/s	Frecuencia	
Órbita	$r =$	7060	7510		14,6	día ⁻¹
Energía	cinética		potencial			J
en la órbita		$2,82 \cdot 10^7$ J/kg	$-5,64 \cdot 10^7$ J/kg		$-2,82 \cdot 10^7$ J/kg	
			Tierra	$g_0 =$		$9,82$ m/s ²
Velocidad	en el suelo para	ponerlo en órbita		$v(\hat{\theta}) =$		$8,29 \cdot 10^3$ m/s

Las unidades de energía son J/kg porque no se escribió el dato de la masa del satélite. La energía potencial es, en realidad, el potencial a esa altura.

2. Un satélite artificial tiene una masa de 200 kg y una velocidad constante de 7,00 km·s⁻¹.
 a) Calcula la altura a la que orbita.
 b) Si en ese momento si le suministra una energía igual a la energía cinética que ya tiene, calcula la que distancia de la Tierra podría llegar.
 Datos: $g = 9,81$ m·s⁻²; $R(T) = 6,37 \cdot 10^6$ m. (A.B.A.U. extr. 22)
 Rta.: a) $h = 1750$ km; b) $r = \infty$.

Borrar los datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **pegarlo** en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y escribir (o elegir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Para el radio de la Tierra, copiar el valor en el enunciado, y pegarlo sin formato, o escribirlo en formato científico «hoja de cálculo» (6,37E6) o en el habitual (6,37·10⁶), en la celda situada a la derecha de «R =». Elegir la opción «Velocidad», en la 2.ª celda situada debajo de «Masa», escribir su valor (7) y escribir (o elegir) la unidad (km/s) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Astro	Masa	$M =$		kg
	Radio	$R =$	6,37E+06	m
	Gravedad en el suelo	$g_0 =$	9,81	m/s ²
Órbita	Masa satélite	$m =$	200	kg
	Velocidad	$v =$	7	km/s

- a) En RESULTADOS, elegir la opción «Altura», en lugar de «Radio».

	Altura	
Órbita	$h =$	1750 km

- b) Esta hoja no calcula esta cuestión, pero da pistas para resolverla. Comprobar que la energía cinética es opuesta a la energía total.

Energía	cinética	potencial	mecánica J
en la órbita	$4,90 \cdot 10^9$ J	$-9,80 \cdot 10^9$ J	$-4,90 \cdot 10^9$ J

En este caso, si se le suministra una energía igual a la energía cinética que ya tiene, al sumarla a su energía mecánica, da como resultado 0. Pero 0 es la energía potencial del infinito, porque se toma el infinito como origen de energía potencial. El satélite deberá llegar al infinito.

3. Las relaciones entre las masas y los radios de la Tierra y la Luna son: $M_T/M_L = 79,63$ y $R_T/R_L = 3,66$.
 a) Calcula la gravedad en la superficie de la Luna.
 b) Calcula la velocidad de un satélite girando alrededor de la Luna en una órbita circular de 2300 km de radio.
 c) ¿Dónde es mayor el período de un péndulo de longitud L , en la Tierra o en la Luna?
 Datos: $g_0 = 9,80$ m/s²; $R_L = 1700$ km. (P.A.U. jun. 10)
 Rta.: a) $g_L = 1,65$ m/s²; b) $v = 1,44$ km/s.

Hay que ir a la pestaña «2Astros» para calcular la gravedad en la superficie de la Luna. En ella, escribir los valores de la relación entre las masas de la Tierra y de la Luna y la relación entre sus radios. Escribir también el valor del radio de la Luna y de la gravedad terrestre.

Magnitud	1		2		Relación A_2 / A_1
	Luna	Tierra			
Masa	$M =$				79,63
Radio	$R =$	1700		km	3,66
Gravedad	$g =$		9,8	m/s^2	

En RESULTADOS, se mostrarán los valores de la masa, los radios y la gravedad.

	Luna	Tierra	
$M =$	$7,14 \cdot 10^{22}$	$5,68 \cdot 10^{24}$	kg
$R =$		$6,22 \cdot 10^3$	km
$g =$	1,65		m/s^2

b) Volver a la pestaña «Satelites», escribir el dato (1700) del radio de la Luna y cualquiera de los resultados, por ejemplo el valor de la aceleración (1,65) de la gravedad:

Astro	Masa	$M =$	
Luna	Radio	$R =$	1700 km
	Gravedad en el suelo	$g_0 =$	9,81 m/s^2
Órbita	Masa satélite	$m =$	kg
	Radio	$r =$	2300 km
	Constante de la gravitación	$G =$	$6,67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2/kg^2$

En RESULTADOS, se mostrarán los valores de la altura, velocidad y período

	Altura	Velocidad	Período
Órbita $h =$	600 km	1,44 km/s	02:47:19 h:m:s

c) Se puede cambiar el valor de la gravedad en la pestaña «Péndulo» y comparar resultados:

P. ej. en el problema (P.A.U. Set. 13), para el valor de $g = 9,8 m/s^2$, el resultado del período es: $T = 2,84 s$.

Cambiando el valor de g a $1,65 m/s^2$, el nuevo valor del período es $T = 6,92 s$.

Se pueden ver más ejemplos en la pestaña «D_Satelites».

Se puede emplear la hoja de cálculo [Satélites \(es\)](#), con la ayuda de [Satélites PAU \(es\)](#) o [Satélites ABAU \(es\)](#), para ver más problemas resueltos de este tema.

◊ **Propiedades de un astro por comparación con otro**

En la pestaña «2Astros» se pueden resolver ejercicios de dos satélites que giran alrededor de un mismo astro o de dos planetas para calcular alguna magnitud de uno de ellos sabiendo la relación matemática entre las masas y/o radios de ambos.

Se puede calcular:

- La relación ente los períodos o radios (y aceleraciones) de dos satélites sabiendo la relación entre las magnitudes asociadas a ellas.
- La masa, el radio o el valor de la aceleración en la superficie de un planeta, sabiendo alguna de estas magnitudes en otro y conociendo la relación matemática entre radios y masas.

1. El período de Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su correspondiente órbita. Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determinar:

- a) La relación entre los radios de dichas órbitas.
- b) La relación entre las aceleraciones de los dos planetas en sus respectivas órbitas.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: a) $r_2 / r_1 = 5,2$; b) $a_2 / a_1 = 0,036$.

[Borrar los datos.](#)

	1	2		Relación
Magnitud	Astro 1	Astro 2		

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↵]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y escribir (o [elegir](#)) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Escribir los nombres de los planetas en las celdas «Astro 1» y «Astro 2».

Elegir la opción «Período» debajo de «Magnitud», y escribir el valor (12) en la celda de color blanco situada a la derecha. Aparecerá la etiqueta «A₁ / A₂» indicando que ese valor corresponde a la relación de períodos entre el primer planeta y el segundo.

	1	2		Relación
Magnitud	Júpiter	Tierra		A ₁ / A ₂
Período	T =			12

En RESULTADOS, se mostrarán los valores de la relación entre los radios de las órbitas, y de la relación entre sus períodos.

	Júpiter	Tierra		Relación
				$r_1 / r_2 = 5,24$
				$a_1 / a_2 = 0,0364$

2. Las relaciones entre las masas y los radios de la Tierra y la Luna son: $M_T/M_L = 79,63$ y $R_T/R_L = 3,66$.
- Calcular la gravedad en la superficie de la Luna.
 - Calcular la velocidad de un satélite girando alrededor de la Luna en una órbita circular de 2300 km de radio.
 - ¿Dónde es mayor el período de un péndulo de longitud L , en la Tierra o en la Luna?
- Datos: $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$; $R_L = 1700 \text{ km}$. (P.A.U. jun. 10)
- Rta.:** a) $g_L = 1,65 \text{ m/s}^2$; b) $v = 1,44 \text{ km/s}$.

Borrar los datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **pegarlo** en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↵]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elegir** (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Magnitud	1		2		Relación
	Luna	Tierra			
Masa	$M =$				A_2 / A_1
Radio	$R =$	1700		km	79,63
Gravedad	$g =$		9,8	m/s^2	3,66

En RESULTADOS, se mostrarán los valores de las masas, radio y gravedad.

	Luna	Tierra	
$M =$	$7,14 \cdot 10^{22}$	$5,68 \cdot 10^{24}$	kg
$R =$		$6,22 \cdot 10^3$	km
$g =$	1,65		m/s^2

b) No se resuelve en esta pestaña. Hay que ir a la pestaña «Satelites» y usar el dato del radio de la Luna (1700 km), junto con cualquiera de los resultados, por ejemplo el valor de la aceleración (1,65) de la gravedad:

Astro	Masa	$M =$	
Luna	Radio	$R =$	1700 km
	Gravedad en el suelo	$g_0 =$	1,65 m/s^2
Órbita	Masa satélite	$m =$	kg
	Radio	$r =$	2300 km
	Constante de la gravitación	$G =$	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

En RESULTADOS, se mostrarán los valores de la altura, velocidad y período.

	Altura	Velocidad	Período
Órbita $h =$	600 km	1,44 km/s	02:47:19 h:m:s

c) Se puede cambiar el valor de la gravedad en la pestaña «Péndulo» y comparar resultados: P. ej. en el problema (P.A.U. Set. 13), para el valor de $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, el resultado del período es: $T = 2,84 \text{ s}$. Cambiando el valor de g a $1,65 \text{ m/s}^2$, el nuevo valor del período es $T = 6,92 \text{ s}$.

◊ Masas o cargas puntuales: Masas

En la pestaña «Campos» se pueden resolver ejercicios de sistemas de masas o cargas puntuales. Para los ejercicios de masas puntuales tiene que [elegir](#) la opción «Masas» en la celda de color naranja situada debajo de «Constante».

Se pueden situar seis masas fijas y una masa móvil en uno de dos puntos en los que se puede calcular:

- La intensidad de campo o la fuerza gravitatoria sobre una masa móvil, y el potencial o la energía potencial gravitatoria.
- El trabajo para mover la masa entre dos puntos o la energía cinética o la velocidad con la que llega a uno de los puntos.
- La energía potencial gravitatoria de la disposición de las masas fijas.
- La posición del punto donde se anularía el campo creado por varias masas.
- Un esquema del vector intensidad de campo gravitatorio en cualquiera de los puntos de la masa móvil.

1. Dos masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) y B(12, 0) metros. Calcular:

a) El vector campo y el potencial gravitatorio en C(6, 0) y D(6, 8).

b) Si una masa de 2 kg posee en el punto D una velocidad de $-1 \cdot 10^{-4} \vec{j} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, calcula su velocidad en el punto C.

(P.A.U. jun. 14)

Rta.: a) $g_c = 0$; $g_a = -1,6 \times 10^{-10} \text{ j m/s}^2$; $V_c = -3,34 \times 10^{-9} \text{ J/kg}$; $V_a = -2,00 \times 10^{-9} \text{ J/kg}$; b) $v = -1,13 \times 10^{-4} \text{ j m/s}$.

[Borrar los datos.](#)

Constante		$K = 8,98755 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$		$\epsilon' = 1$
Cargas	puntuales fijas	Coordenadas		m
μC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)
	1			
	2			
	3			
	4			
	5			
	6			
móvil	Puntos donde calcular la fuerza o el campo			
Velocidad inicial	desde → hasta		Masa	kg
$v_0 =$			$m =$	

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, en la celda situada debajo de «Constante», [elegir](#) la opción «Masas».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «G =» se puede elegir el otro valor ($6,67 \cdot 10^{-11}$).

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Coordenadas», elegir (o escribir) las unidades (m).

En la celda de color naranja situada debajo de «Masa» elegir (o escribir) la unidad (kg).

En las celdas situadas debajo de «kg», escribir los valores de las masas (150), y, en las celdas situadas a su derecha, los valores correspondientes de las coordenadas «x» e «y».

Escribir el valor de la masa móvil (2), en la celda situada a la derecha de la etiqueta «móvil».

En la celda de color naranja situada debajo de «6», elegir (o escribir) la opción «C», y en la celda de abajo, elegir (o escribir) la opción «D».

Escribir los valores correspondientes de las coordenadas «x» e «y» para los puntos C y D. (Al escribir 6, aparecerá $6,67 \cdot 10^{-11}$. Presionar la tecla [Supr] para que quede solo el 6).

En la celda de color naranja situada debajo de «desde → hasta:», elegir la opción «C→D», para indicar que la masa móvil sale del punto C y llega al punto D.

En la celda situada debajo de «Velocidad inicial v_0 =», escribir $-1E-4$.

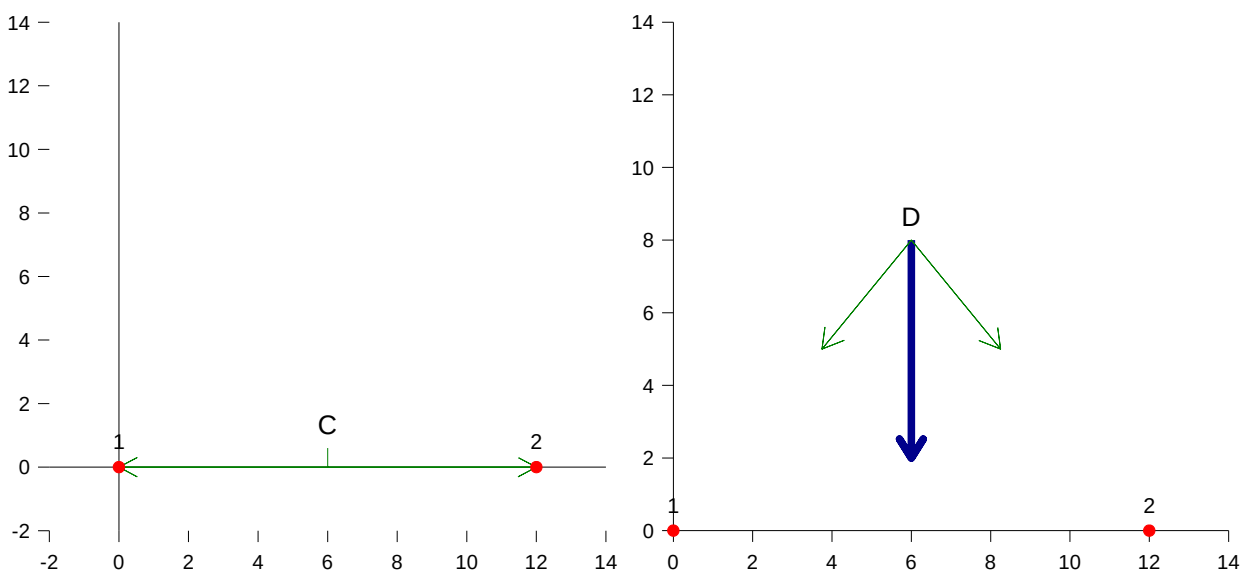
Constante		$G =$	<input type="text" value="6,67·10<sup>-11</sup>"/>	$N·m^2·kg^{-2}$	<input type="text" value="1"/>
Masas puntuales fijas		Coordenadas			<input type="text" value="m"/>
<input type="text" value="kg"/>	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
<input type="text" value="150"/>	1	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>		
<input type="text" value="150"/>	2	<input type="text" value="12"/>	<input type="text" value="0"/>		
	3				
	4				
	5				
	6				
móvil	<input type="text" value="2"/>	Puntos donde calcular la fuerza o el campo			
	C	<input type="text" value="6"/>	<input type="text" value="0"/>		
	D	<input type="text" value="6"/>	<input type="text" value="8"/>		
Velocidad inicial		desde → hasta			
$v_0 =$	<input type="text" value="-1E-4"/>	m/s	<input type="text" value="C→D"/>		

Elegir la opción «Campo» en la celda de color naranja situada a la izquierda de «resultante», y la opción «Potencial» en la celda de color naranja situada más abajo.

Campo resultante				
	g	g_x	g_y	
C	0 N/kg	0	0	N/kg
D	$1,60·10^{-10}$ N/kg	0	$-1,60·10^{-10}$	N/kg
Potencial				
C	$-3,34·10^{-9}$ J/kg	Velocidad final:		$1,13·10^{-4}$ m/s
D	0 J/kg			

GRÁFICAS:

Los vectores campo gravitatorio pueden verse en la zona de GRÁFICAS, eligiendo la opción «C» en el primero caso y la opción «D» en el segundo. Los vectores campo, creados por cada una de las masas situadas en los puntos rojos 1 y 2, aparecen en color verde. En el punto D se puede verse además el vector campo resultante, en color azul más grueso. El campo resultante en el punto C es nulo y no aparece en la gráfica.



2. Una nave sitúa un objeto de 20 kg de masa entre la Tierra y el Sol en un punto donde la fuerza gravitatoria neta sobre el objeto es nula. Calcular en ese punto:
- La distancia del objeto al centro de la Tierra.
 - La aceleración de la Tierra debida a la fuerza que el objeto ejerce sobre ella.
- DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M(T) = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$; $M(S) = 2,00 \times 10^{30} \text{ kg}$; distancia Tierra-Sol = $1,50 \times 10^{11} \text{ m}$.
- Rta.: a) $r = 2,59 \cdot 10^8 \text{ m}$; b) $a = 1,99 \cdot 10^{-26} \text{ m/s}^2$. (A.B.A.U. ord. 24)

Borrar los datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **pegarlo** en la celda situada debajo de «Problema».

Para los datos:

- Seleccionar, en el enunciado, el dato ($5,98 \times 10^{24}$) de la masa de la Tierra, copiarlo ([Ctrl]+[C]) y pegarlo sin formato ([Ctrl], [Alt], [↵] y [V]), en la celda situada debajo de «kg». Seguir el mismo procedimiento para la masa del sol (pegarla sin formato debajo de la masa de la Tierra, a la izquierda del punto 2), y para la coordenada x (pegarla sin formato a la derecha del punto 2).
- O teclear los valores en las celdas correspondientes. Se puede emplear «formato científico hoja de cálculo» ($5,98\text{E}24$) o «formato científico habitual» ($5,98 \cdot 10^{24}$).

Constante	$G =$	$6,67 \cdot 10^{-11}$	$\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	
Masas puntuales fijas			Coordenadas	m
kg	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)
$5,98 \times 10^{24}$	1	0	0	
$2,00 \times 10^{30}$	2	$1,50 \times 10^{11}$	0	

En RESULTADOS, se mostrarán los valores de las coordenadas x e y del punto donde se anula el campo.

Campo nulo	en	$2,59 \times 10^8$	0	m
------------	----	--------------------	---	---

- b) Ir a la pestaña «Satélites» y usar el resultado de la distancia para calcular el valor del campo gravitatorio creado por la masa de 20 kg en un punto a $2,59 \times 10^8 \text{ m}$ de distancia. (En la pestaña sería una órbita de $2,59 \times 10^8 \text{ m}$ de radio).

Astro	Masa $M =$	20 kg
	Radio $R =$	
Órbita	Masa satélite $m =$	kg
	Altura $h =$	$2,59 \times 10^8 \text{ m}$
Constante de la gravitación	$G =$	$6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

Elegir en RESULTADOS: «Campo gravitatorio en la órbita»

Campo gravitatorio	en la órbita	$g =$	$1,99 \times 10^{-26} \text{ m/s}^2$
--------------------	--------------	-------	--------------------------------------

También se puede resolver en **OTROS CÁLCULOS**, escribiendo la fórmula:

$$a = \frac{G \cdot 20}{r^2}$$

Corresponde a la ecuación:

Se tiene que haber elegido un valor para la constante de gravitación.

Escribir, si se quiere, la etiqueta a(Tierra) para indicar que es la aceleración de la Tierra

Etiqueta:	a (Tierra)
Fórmula:	$1,99\text{E}-26$

◊ **Masas o cargas puntuales: Cargas**

En la pestaña «Campos» se pueden resolver ejercicios de sistemas de masas o cargas puntuales. Para los ejercicios de cargas puntuales tiene que **elegir** la opción «Cargas» en la celda de color naranja situada debajo de «Constante».

Se pueden situar seis cargas fijas y una carga móvil en uno de dos puntos en los que se puede calcular:

- La intensidad de campo eléctrico o la fuerza electrostática sobre la carga móvil, y lo potencias eléctrico o la energía potencial eléctrica.
- El trabajo para mover la carga entre dos puntos o la energía cinética o la velocidad con la que llega a un de los puntos.
- La energía potencial eléctrica de la disposición de las cargas fijas.
- La posición y el valor de una carga que equilibraría la disposición de las cargas fijas
- Un esquema del vector intensidad de campo eléctrico en uno de los puntos de la carga móvil.

1. Dos cargas eléctricas positivas de 3 nC cada una están fijas en las posiciones (2, 0) y (-2, 0) y una carga negativa de -6 nC está fija en la posición (0,-1).

a) Calcular el vector campo eléctrico en el punto (0, 1).

b) Se coloca otra carga positiva de 1 μC en el punto (0,1), inicialmente en reposo y de suerte que es libre de moverse. Razonar se llegará hasta el origen de coordenadas y, en caso afirmativo, calcule la energía cinética que tendrá en ese punto.

Datos: $K= 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$. Las posiciones están en metros.

(A.B.A.U. ord. 21)

Rta.: a) $E = -8,67 \text{ j N/C}$; b) $E_c = 2,41 \cdot 10^{-5} \text{ J}$.

[Borrar los datos.](#)

Constante		$K = 8,98755 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$			$\epsilon' = 1$
Cargas	puntuales fijas	Coordenadas			m
μC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
	1				
	2				
	3				
	4				
	5				
	6				
móvil		Puntos donde calcular la fuerza o el campo			
Velocidad inicial	desde → hasta		Masa		
$v_0 =$ <input type="text"/> m/s	<input type="text"/>		$m =$ <input type="text"/> kg		

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, en la celda situada debajo de «Constante», [elegir](#) la opción «Carga».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «K =» elegir el otro valor ($9,00 \cdot 10^9$).

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Coordenadas», elegir (o escribir) las unidades (m).

En la celda de color naranja situada debajo de «Carga», elegir (o escribir) la unidad (nC).

En las celdas situadas debajo de «nC», escribir los valores de las cargas (3, 3, y -6), y, a su derecha, los valores correspondientes de sus coordenadas «x» e «y».

En la celda situada a la derecha de la etiqueta «móvil», escribir el valor de la carga móvil (1000), ¡en las mismas unidades que el resto de las cargas!

c «6», escribir o elegir la opción A, y escribir a su derecha, los valores de las coordenadas (0 y 1). En las celdas abajo, escribir o elegir la opción B, y escribir a su derecha, los valores de las coordenadas (0 y 0).

En la celda de color naranja situada debajo de «desde → hasta», elegir la opción «A→B», para indicar que la carga móvil sale del punto A y llega la B.

Constante		$K =$	<input type="text" value="9,00·10<sup>9</sup>"/>	$\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$	$\epsilon' =$	<input type="text" value="1"/>	
Cargas	puntuales fijas	Coordenadas			<input type="text" value="m"/>		
nC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)			
<input type="text" value="3"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="2"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text"/>			
<input type="text" value="3"/>	<input type="text" value="2"/>	<input type="text" value="-2"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text"/>			
<input type="text" value="-6"/>	<input type="text" value="3"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="-1"/>	<input type="text"/>			
<input type="text"/>	<input type="text" value="4"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
<input type="text"/>	<input type="text" value="5"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
<input type="text"/>	<input type="text" value="6"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>			
móvil	<input type="text" value="1000"/>	Puntos donde calcular la fuerza o el campo					
	<input type="text" value="A"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="text"/>			
	<input type="text" value="B"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text"/>			
Velocidad inicial	desde → hasta	Masa					
$v_0 =$ <input type="text"/>	<input type="text" value="A→B"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text" value="kg"/>		

En RESULTADOS, elegir la opción «Campo» en la celda de color naranja situada a la izquierda de «resultante», y la opción «Potencial» en la celda de color naranja situada más abajo.

<input type="text" value="Campo"/>	resultante			
	$ E $	E_x	E_y	
A	<input type="text" value="8,67 N/C"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="-8,67"/>	<input type="text" value="N/C"/>
<input type="text" value="Potencial"/>				
A	<input type="text" value="-2,85 V"/>			
	Trabajo del campo desde A hasta B:	<input type="text" value="2,41·10<sup>-5</sup> J"/>		
	Energía potencial de las cargas fijas:	<input type="text" value="-1,25·10<sup>-7</sup> J"/>		

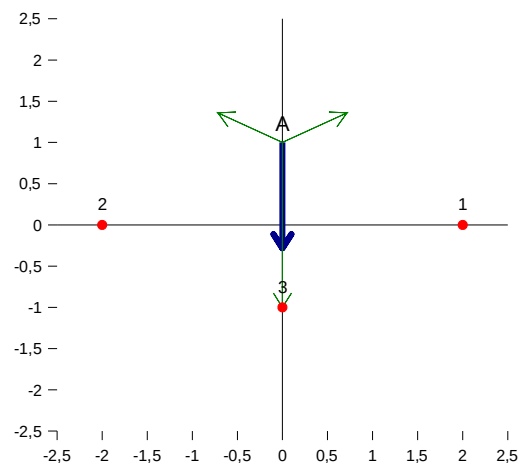
En GRÁFICAS, aparece un diagrama con los vectores campo eléctrico, en color verde, creados por cada una de las cargas situadas en los puntos rojos 1, 2 y 3, y el vector campo resultante en el punto A, en color azul más grueso.

A la vista de la dirección y sentido del campo eléctrico y, teniendo en cuenta que la carga móvil es positiva, parece lógico pensar que pasará por el origen de coordenadas. Deduciendo que en todos los puntos de la parte positiva del eje Y, la dirección y sentido del vector campo no varían, se puede asegurar que la carga pasará por el origen.

Puesto que cuando la carga se desplaza desde A hasta el origen, el trabajo de la fuerza del campo es positivo, la carga adquiere una energía cinética igual a ese trabajo:

$$\Delta E_c = W = 2,41 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

Si se partió del reposo, esa será la energía cinética que tendrá.



2. Tres cargas de $-2, 1$ y $1 \mu\text{C}$ están situadas en los vértices de un triángulo equilátero y distan 1 m del centro del mismo.
- Calcular el trabajo necesario para llevar otra carga de $1 \mu\text{C}$ desde el infinito al centro del triángulo.
 - ¿Qué fuerza sufrirá la carga una vez que esté situada en el centro del triángulo?
 - Razonar si en alguno punto de los lados del triángulo se puede existir un campo electrostático nulo.

Dato: $K= 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$

(P.A.U. jun. 16)

Rta.: a) $W = 0$; b) $F = 0,0270$ hacia la carga negativa.

Borrar los datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **pegarlo** en la celda situada debajo de «Problema».

Se pueden calcular las coordenadas en la pestaña «Coords» siguiendo estas instrucciones:

Pulsar en la pestaña «Coords» y **elegir** la opción «Triángulo equilátero» y «Radio», escribir el valor del radio (1) y elegir (o escribir) la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Figura: **Triángulo equilátero**

Radio

Longitud: m

Si en RESULTADOS se mantiene el número en «Redondear a 8 cifras decimales», se verá:

Redondear a:

Pto.	Coordenadas		
	x (m)	y (m)	z (m)
1	0	1	0
2	-0,86602540	-0,5	0
3	0,86602540	-0,5	0

Volver a la pestaña «Campos» y copiar la celda situada a la derecha de «copiar esta celda →», haciendo clic en ella y pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C]. Seleccionar con el ratón las celdas debajo de las coordenadas «x» e «y» para los tres puntos. Elegir en el menú:

Editar → Pegado especial → Pegar solo fórmula.

Escribir los valores de las cargas fijas ($-2, 1$ y 1) en las celdas situadas debajo de « μC ». Escribir el valor de la carga móvil (1) en la celda situada a la derecha de etiqueta «móvil». Escribir, en las celdas a su derecha, los valores de las coordenadas de la carga móvil, que son las del centro del triángulo (0 y 0).

Elegir la opción « $\infty \rightarrow A$ » en la celda de color naranja debajo de «desde → hasta».

Constante $K =$ $\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$ $\epsilon' =$

Cargas	μC	Coordenadas			
		Pto.	x (m)	y (m)	z (m)
	-2	1	0	1	
	1	2	-0,86602540	-0,5	
	1	3	0,86602540	-0,5	
		4			
		5			
		6			
móvil	1	Puntos donde calcular la fuerza o el campo			
		A	0	0	

Velocidad inicial $v_0 =$ m/s desde → hasta Masa $m =$ kg

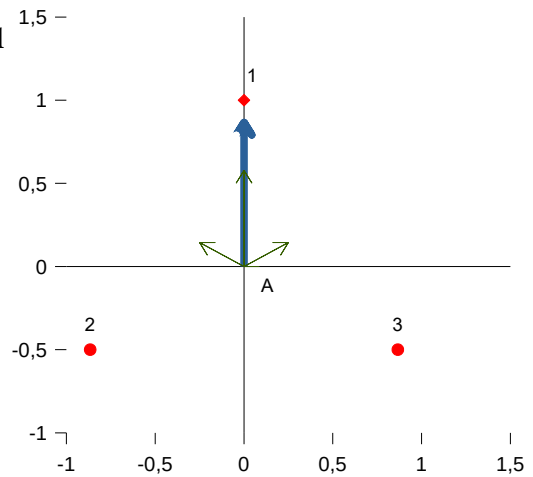
En RESULTADOS, elegir la opción «Fuerza»:

Fuerza resultante				
	F	F_x	F_y	F_z
A	0,0270 N	0	0,0270	0 N
Trabajo del campo desde ∞ hasta A			0	J

c) A la vista del diagrama que muestra la hoja de cálculo, es sencillo deducir las coordenadas del punto medio de la base del triángulo.

El punto medio tiene las coordenadas: $(0, -0,5)$.

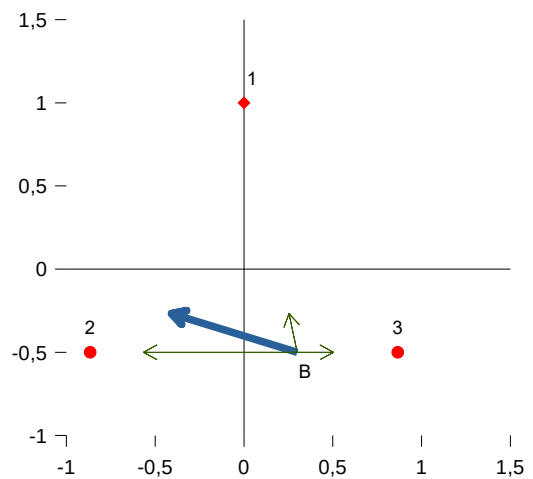
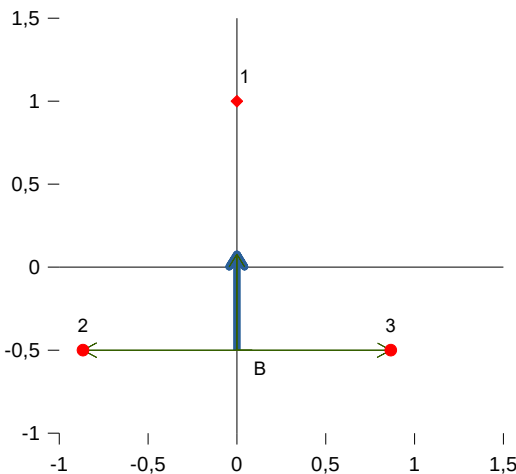
En DATOS escribir estas coordenadas para un punto en el lado horizontal.



Se obtiene el diagrama del campo para el punto medio de la base, que se muestra en el lado izquierdo.

Se ve que el campo no se anula.

Se puede probar con otro punto, por ejemplo: $(0,3, -0,5)$ m. El diagrama se muestra en el lado derecho.

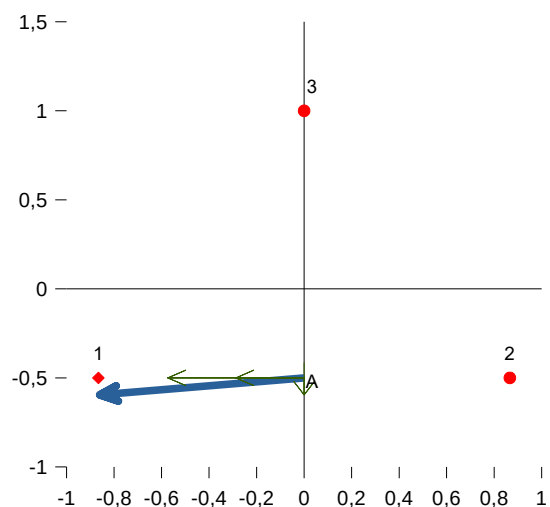


Se puede razonar que en ningún punto de la base del triángulo puede existir un campo electrostático nulo.

- En el punto central, porque el campo resultante estaría dirigido hacia la carga del vértice contrario.
- En cualquiera otro punto del lado, porque la resultante de los vectores campo producidos por las cargas situadas en los vértices del lado, no podría ser nula, porque el punto está más cerca de una de las cargas que de la otra.

En los lados en los que las cargas son de distinto valor y signo, el vector campo no se anulará nunca porque la resultante estará desviada hacia la carga negativa.

Se puede girar ahora el triángulo 120° para que represente el campo eléctrico en el punto medio de un lado con cargas de $-2 \mu\text{C}$ (en el punto 1) y $+1 \mu\text{C}$ en los vértices (puntos 2 y 3). Se puede comprobar que el vector campo apunta principalmente hacia la carga negativa.



3. Una carga q de 2 mC está fija en el punto A (0, 0), que es el centro de un triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$ m. Tres cargas iguales Q están en los vértices y la distancia de cada carga Q al punto A es 3 m. El conjunto está en equilibrio electrostático. Calcular:

- a) El valor de Q .
- b) La energía potencial de cada carga Q .
- c) La energía puesta en juego para que el triángulo rote 45° alrededor de un eje que pasa por A y es perpendicular al plano del papel.

Dato: $K= 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

(P.A.U. jun. 11)

Rta.: a) $Q = -3,46 \text{ mC}$; b) $E_p = 2,08 \times 10^4 \text{ J}$; c) $\Delta E = 0$.

a) El problema no se resuelve directamente. Se puede calcular el valor de una carga central que equilibraría tres cargas de 1 mC en los vértices.

[Borrar los datos](#). Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y [pegarlo](#) en la celda situada debajo de «Problema».

Se pueden calcular las coordenadas en la pestaña «Coords» siguiendo estas las instrucciones:

Pulsar en la pestaña «Coords» y [elegir](#) las opciones «Triángulo equilátero» y «Lado», escribir $=3*\text{RAIZ}(3)$ en la celda situada a la derecha de «Longitud» y elegir a la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Figura: Triángulo equilátero

Lado

Longitud: 5,1961524227 m

Si en RESULTADOS se mantiene el número en «Redondear a 8 cifras decimales», se verá:

Pto.	x (cm)	y (cm)
1	0	3
2	-2,59807621	-1,5
3	2,59807621	-1,5

Hacer doble clic en el enlace [Campos](#) para regresar, y copiar la celda situada a la derecha de «copiar esta celda →», haciendo clic en ella y pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C]. Seleccionar con el ratón las celdas debajo de las coordenadas «x» e «y» para los tres puntos. Elegir en el menú:

Editar → Pegado especial → Pegar solo fórmula.

Escribir «1» para cada uno de los valores de las cargas fijas, en las celdas situadas debajo de «mC».

Carga	Coordenadas		
mC	Pto.	x (m)	y (m)
1	1	0	3
1	2	-2,59807621	-1,5
1	3	2,59807621	-1,5

Si la opción era menor de 6 cifras significativas, hacer clic el botón Cifras significativas y elegir 6 a la derecha de «Cifras significativas», para tener mayor precisión.

Buscar, en RESULTADOS, el valor de la carga que equilibra las cargas fijas.

Carga que equilibra las cargas fijas: -0,577350 mC

La carga en el centro que equilibra tres cargas de 1 mC, situadas en los vértices, vale $q = -0,57735 \text{ mC}$.

Este equilibrio se mantendrá si se multiplican todas las cargas por el mismo número. Para que la carga en el centro sea de 2 mC, habrá que multiplicar su valor actual ($-0,57735$) por el factor $2/(-0,57735)$.

Este será el factor por el que habría que multiplicar las cargas en los vértices, que son de 1 mC.

Por lo tanto, las cargas en los vértices que equilibrarían una carga de 2 mC del centro valdrían:

$$Q = 2/(-0,57735) = -2/0,57735 \text{ mC}.$$

En DATOS, escribir la fórmula: $=-2/0,57735$ en vez del valor de la carga, en la celda situada debajo de «mC».

mC	Pto.	x (m)	y (m)
$=-2/0,57735$	1	0	3

Es posible que la celda aparezca con este aspecto: ◀ ###. Para corregirlo, hacer clic en la barra de herramientas en el icono .00x, varias veces para ir reduciendo la cantidad de decimales visibles, hasta que aparezca el resultado: $-3,4641032303$, o cambiar el tamaño de la fuente a 10 o a 12 pt.

Se puede copiar esta celda (G5) en las dos de abajo o teclear en cada una de ellas el símbolo = hacer clic en esta celda (G5) y presionar la tecla [↵].

En RESULTADOS, se verá ahora:

Carga que equilibra las cargas fijas: 2,00000 mC

b) Para este apartado, escribir 2, en el valor de la carga del punto 4, y 0, en las coordenadas x e y.

En la celda situada a la derecha de «móvil»:

- Presionar la tecla [=] y hacer clic en la celda que contiene el valor de la carga de la que quiere averiguar la energía potencial, y presionar la tecla [↵]. En la celda situada a la derecha de «móvil» aparecerá el valor de la carga y el cursor se situará en la celda de la coordenada x. Seguir el mismo proceso para las coordenada x e y.
- O escribir el valor de la carga y el de sus coordenadas en las celdas de la derecha.

	Cargas puntuales fijas		Coordenadas	
	mC	Pto.	x (m)	y (m)
	-3,464103	1	0	3
	-3,464103	2	-2,59807 621	-1,5
	-3,464103	3	2,59807 621	-1,5
	2	4	0	0
		5		
		6		
móvil	-3,464103	Puntos donde calcular la fuerza o		

En RESULTADOS, elegir la opción «E. potencial»:

E. potencial
A 2,07846 · 10⁴ J

c) En RESULTADOS, anotar el valor de la «Energía potencial de las cargas fijas:». Vale 0 J.

Ir ahora a la pestaña «Coords.» y hacer girar el triángulo 45° alrededor del eje Z.

Girar: 45° alrededor del eje: Z

Las coordenadas han cambiado. Volver la pestaña «Campo», comprobar que las coordenadas son las nuevas, y que la energía es a misma: 0 J.

◊ **Cálculo de una carga a partir del campo y del potencial en un punto**

En la pestaña «CalcQdeV» se pueden resolver ejercicios para calcular:

- El valor de la carga o masa que crea un campo, y la distancia a la que se encuentra el punto de ella, dados los valores del potencial y del campo en ese punto.
- El valor de la carga o masa que, situada en un punto, neutraliza el potencial o el campo producido por una o dos cargas o masas situadas en otros puntos determinados.

1. Una carga eléctrica puntual de valor Q ocupa la posición (0,0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial eléctrico es $V = -120$ V y el campo eléctrico es $\vec{E} = -80 \hat{i}$ N/C. Si las coordenadas están dadas en metros, calcula:

- La posición del punto A y el valor de Q .
- El trabajo que realiza la fuerza eléctrica del campo para llevar un electrón desde el punto B (2,2) hasta el punto A.

DATOS: $K = 9 \times 10^9$ N·m²·C⁻²; $|q_e| = 1,6 \times 10^{-19}$ C.

(A.B.A.U. ord. 24)

Rta.: a) $\vec{r}_A = (1,50, 0)$ m; $Q = -20,0$ nC; b) $W_{B \rightarrow A} = -9,02 \cdot 10^{-18}$ J.

[Borrar los datos.](#)

Constante		$K = 9,00 \cdot 10^9$ N·m ² ·C ⁻²	$\epsilon' = 1$
Carga	C	x	y
	M		m
	N		
Equilibrio en	A		
Q móvil	Punto		
		Potencial (V)	Campo (N/C)
En el punto	A		\hat{i}

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En la celda situada debajo de «Q móvil» escribir $-1,6E-19$, o copiar el dato en el enunciado del problema (seleccionar $1,6 \times 10^{-19}$ y pulsar a la vez las teclas [Ctrl] y [C]) y pegarlo sin formato en esa celda (clic en la celda y pulsar a la vez las teclas [Ctrl], [Alt], [↵] y [V]). Hacer clic al principio del número, escribir el signo «-» y presionar la tecla [←].

Constante		$K = 9,00 \cdot 10^9$ N·m ² ·C ⁻²	$\epsilon' = 1$
Carga	C	x	y
	M	0	0 m
	N		
	A		
Q móvil	Punto		
$-1,6 \times 10^{-19}$	B	2	2
		Potencial (V)	Campo (N/C)
En el punto	A	-120	$-80 \hat{i}$

En RESULTADOS, elegir, debajo de la etiqueta «Trabajo de la fuerza», las opciones: «del campo» y «B→A».

Posición del punto A:	x	y
	1,50	0 m
Carga en M	Q =	$-2,00 \cdot 10^{-8}$ C
Trabajo de la fuerza		
del campo de	B → A	$-9,02 \cdot 10^{-18}$ J

En las celdas de color naranja, se pueden cambiar las unidades tanto de la carga como del trabajo.

2. En un punto de coordenadas (0, 3) está situada una carga $q_1 = 7,11 \text{ nC}$, y en el punto de coordenadas (4, 0) está situada otra carga $q_2 = 3,0 \text{ nC}$. Calcula:
- La expresión vectorial de la intensidad del campo eléctrico en el punto (4, 3).
 - El valor del potencial eléctrico en el punto (4, 3).
 - Indica el signo y el valor de la carga q_3 que hay que situar en el origen para que el potencial eléctrico en el punto (4, 3) se anule.
- Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$. Las coordenadas están expresadas en metros. (A.B.A.U. ord. 19)
- Rta.:** a) $\vec{E} = (4 \vec{i} + 3 \vec{j}) \text{ N/C}$; b) $V = 25 \text{ V}$; c) $q_3 = -13,9 \text{ nC}$.

Para resolver este problema hay que usar dos pestañas distintas. La pestaña «Campos» para los apartados a) y b), y la pestaña «CalcQdeV» para el apartado c).

Apartados a) y b). Ir a la pestaña «Campos» y [borrar los datos](#).

Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y [pegarlo](#) en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escribir los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elegir](#) (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

a)	b)	Constante	$K =$	<input type="text" value="9·10<sup>9</sup>"/>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$	$\epsilon' =$	<input type="text" value="1"/>
		Cargas puntuales fijas		Coordenadas			
		nC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
		<input type="text" value="7,11"/>	1	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/>		
		<input type="text" value="3"/>	2	<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="0"/>		

a) En RESULTADOS, elegir «Campo» a la izquierda de «resultante»

Campo resultante				
	E	E_x	E_y	
A	<input type="text" value="5,00"/>	<input type="text" value="4,00"/>	<input type="text" value="3,00"/>	N/C

b) En RESULTADOS, elegir «Potencial» más abajo:

Potencial	
A	<input type="text" value="25,0"/>

Apartado c). Ir a la pestaña «CalcQdeV» y [borrar los datos](#).

Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y [pegarlo](#) en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escribir los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elegir](#) (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Constante		$K =$	<input type="text" value="9,00·10<sup>9</sup>"/>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$	$\epsilon' =$	<input type="text" value="1"/>
Carga	nC	x	y			
<input type="text" value="7,11"/>	M	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/>	<input type="text" value="0"/>	m	
<input type="text" value="3"/>	N	<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/>		
Equilibrio en	A	<input type="text" value="4"/>				
Q móvil	Punto	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>			
	B	Potencial (V)		Campo (N/C)		\vec{u}
En el punto	A	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>		i	

Es necesario que escribir todos los valores, aunque sean cero.

b) En RESULTADOS, se mostrará el valor de la carga.

Carga en B	$Q =$	<input type="text" value="-13,9"/>	nC
------------	-------	------------------------------------	----

Se puede comprobar este resultado volviendo a la pestaña «Campos» y escribiendo, o copiando, el valor obtenido y escribiendo las coordenadas en la fila correspondiente a la carga 3.

Escribir también las coordenadas para el punto de equilibrio, a la derecha de la etiqueta de la letra (A) que identifica el punto en la fila con la etiqueta «móvil».

móvil	-13,9	3	0	0
		A	4	3

El resultado del potencial no parece ser 0.

	Potencial
A	-0,0225 V

Pero es debido a que el número de cifras significativas no es suficiente.

Hacer clic el botón **Cifras significativas** y elegir 6 a la derecha de «Cifras significativas». El valor de Q se ve como:

Carga en B	$Q =$	-13,8875	nC
------------	-------	----------	----

Poniendo este valor en la pestaña «Campos»:

	-13,8875	3	0	0
--	----------	---	---	---

El resultado ahora sí es 0.

◊ **Péndulo en un campo eléctrico**

En la pestaña «Péndulo_Elec», se pueden resolver ejercicios de un péndulo con carga en un campo eléctrico vertical u horizontal. Se puede calcular:

- Ángulo con la vertical, tensión del hilo, velocidad en el punto más bajo, período o frecuencia.
- Campo necesario para desviarlo un ángulo.
- Valor de la carga.

1. En una región del espacio en la que hay un campo eléctrico de intensidad $\vec{E} = 6 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N C}^{-1}$ cuelga, de un hilo de 20 cm de longitud, una esfera metálica que posee una carga eléctrica de $8 \mu\text{C}$ y tiene una masa de 4 g. Calcular:

- El ángulo que forma el hilo con la vertical.
- La velocidad de la esfera cuando pasa por la vertical al desaparecer el campo eléctrico.

Dato: $\vec{g} = -9,8 \vec{j} \text{ m s}^{-2}$.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) $\alpha = 50,8^\circ$; b) $v = 1,20 \text{ m/s}$.

[Borrar los datos.](#)

Sentido del campo eléctrico	→	
Distancia entre placas	$d =$	
Masa oscilante	$m =$	
Carga	$q =$	
Longitud del hilo		
Aceleración de la gravedad	$g =$	9,81 m/s ²

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elegir](#) (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Sentido del campo eléctrico», elegir la opción «→», y en la que se encuentra debajo de ella, elegir la opción «Intensidad de campo eléctrico».

Copiar ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y pegarlo sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escribirlo, en formato científico «hoja de cálculo» (6E3) o en el habitual ($6 \cdot 10^3$), en la celda situada a la derecha de « $E =$ ».

Elegir el valor de la aceleración de la gravedad (9,8) en la celda de color naranja situada a la derecha de « $g =$ ».

Sentido del campo eléctrico	→	
Intensidad de campo eléctrico	$E = 6 \cdot 10^3$	N/C
Distancia entre placas	$d =$	
Masa oscilante	$m =$	4 g
Carga	$q =$	8 μC
Longitud del hilo	$L =$	20 cm
Aceleración de la gravedad	$g =$	9,8 m/s ²

En RESULTADOS, elegir la opción «Velocidad máxima» en la celda de color naranja.

Ángulo con la vertical	$\varphi =$	50,8 °
Tensión del hilo	$T =$	0,0620 N
Velocidad máxima	$v =$	1,20 m/s

2. Un péndulo está constituido por una pequeña esfera metálica de masa $m = 1 \text{ g}$ y dimensiones despreciables, y un hilo inextensible de 150 cm de ancho y sin peso apreciable. Si la esfera tiene una carga positiva q y el péndulo se sitúa en una región donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = 10^5 \text{ N/C}$. Calcular:

- El valor de la carga q de la esfera sabiendo que cuando el campo es paralelo al eje X se alcanza la posición de equilibrio para un ángulo de 30° del hilo con la vertical.
- El período de oscilación del péndulo cuando el campo eléctrico es perpendicular al eje X y está dirigido de abajo arriba.

Toma $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Rta.: a) $q = 57,7 \text{ nC}$; b) $T = 3,74 \text{ s}$.

Borrar los datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **pegarlo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elegir** (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Sentido del campo eléctrico», elegir la opción «→», y en la que se encuentra debajo de ella, elegir la opción «Intensidad de campo eléctrico». Copiar ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y pegarlo sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escribirlo, en formato científico «hoja de cálculo» ($1\text{E}5$) o en el habitual ($1\cdot 10^5$), en la celda situada a la derecha de « $E =$ ».

Elegir el valor de la aceleración de la gravedad (10) en la celda de color naranja situada a la derecha de « $g =$ ».

Sentido del campo eléctrico	→		
Intensidad de campo eléctrico	$E =$	$1\cdot 10^5$	N/C
Distancia entre placas	$d =$		
Masa oscilante	$m =$	1	g
Carga	$q =$		
Longitud del hilo	$L =$	150	cm
Ángulo	$\varphi =$	30	°
Aceleración de la gravedad	$g =$	10	m/s ²

En RESULTADOS, se mostrará el valor de la carga eléctrica.

Carga eléctrica	$q =$	$5,77\cdot 10^{-8}$	C
-----------------	-------	---------------------	---

b) Copiar ([Ctrl]+[C]) el resultado, seleccionándolo con el ratón y presionando al tiempo las teclas [Ctrl] y [C]. En DATOS, cambiar el «Sentido del campo eléctrico» a «↑». Pulsar en la celda situada a la derecha de « $q =$ » y presionar a la vez las teclas [Ctrl], [Alt], [↕] y [V]. elegir (o escribir) las unidades (C) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Carga	$q =$	$5,77\cdot 10^{-8}$	C
Longitud del hilo	$L =$	150	cm

En RESULTADOS, aparecerá un aviso de que el ángulo (30°) es demasiado grande para suponer M.A.S.

$\varphi = 30^\circ > 15^\circ!$			
Período	$T =$	3,81	s

La hoja da un resultado aproximado multiplicando el período de un M.A.S. ($T = 2\pi\sqrt{L/g}$) por el factor: $-\ln(\cos(\varphi/2))/(1-\cos(\varphi/2))^{1/2}$.

Borrar «Ángulo», su valor y sus unidades.

Longitud del hilo	$L =$	150	cm

Ahora el resultado es:

Período	$T =$	3,74	s
---------	-------	------	---

◊ **Esferas concéntricas**

En la pestaña «Esferas» se pueden resolver ejercicios de dos esferas concéntricas con carga eléctrica. Se puede calcular:

- Campo y potencial eléctrico en tres puntos.
- Diferencia de potencial entre las esferas.

Se muestran también dos gráficas con la variación del campo eléctrico y del potencial con la distancia.

- Una esfera conductora de radio 4 cm tiene una carga de +8 μC en equilibrio eléctrico. Calcular cuánto valen en puntos que distan 0, 2 y 6 cm del centro de la esfera:
 - El módulo de la intensidad del campo eléctrico.
 - El potencial eléctrico.
 - Representar las magnitudes anteriores en función de la distancia al centro de la esfera.

Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

(A.B.A.U. ord.18)

Rta.: a) $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = 0$; $|\vec{E}_3| = 2,00 \cdot 10^7 \text{ N/C}$; b) $V_1 = V_2 = 1,80 \cdot 10^6 \text{ V}$; $V_3 = 1,20 \cdot 10^6 \text{ V}$.

[Borrar los datos.](#)

Constante	$K =$	<input type="text" value="8,9875500·10<sup>9</sup>"/>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$	$\epsilon' =$	<input type="text" value="1"/>
Esfera		Interior	Exterior		
Carga de la esfera	$Q =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>		<input type="text"/>
Radio de la esfera	$R =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>		<input type="text"/>
Distancia al centro del punto	$r =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>		<input type="text" value="cm"/>
		A	B		C

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En la celda situada a la derecha de «K =>» [elegir](#) el otro valor ($9,00 \cdot 10^9$).

En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y elegir (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Constante	$K =$	<input type="text" value="9,00·10<sup>9</sup>"/>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$	$\epsilon' =$	<input type="text"/>
Esfera		Interior	Exterior		
Carga de la esfera	$Q =$	<input type="text"/>	<input type="text" value="8"/>		<input type="text" value="μC"/>
Radio de la esfera	$R =$	<input type="text"/>	<input type="text" value="4"/>		<input type="text" value="cm"/>
Distancia al centro del punto	$r =$	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="2"/>		<input type="text" value="6 cm"/>
		A	B		C

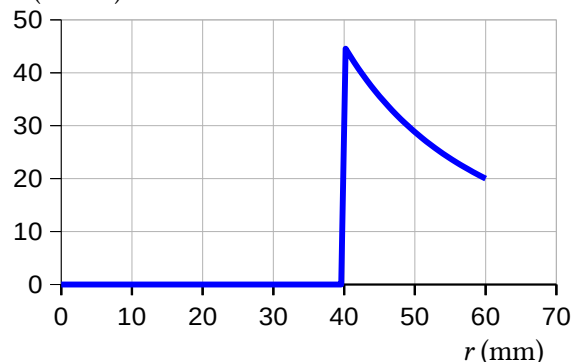
En RESULTADOS, se mostrarán los valores del campo y del potencial eléctrico en cada uno de los puntos.

Punto	A	B	C
Distancia	0	2	6 cm
Campo	0	0	$2,00 \cdot 10^7 \text{ N/C}$
Potencial	$1,80 \cdot 10^6$	$1,80 \cdot 10^6$	$1,20 \cdot 10^6 \text{ V}$

GRÁFICAS:

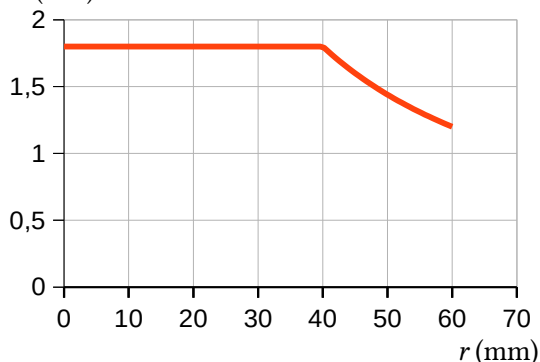
Valor del campo eléctrico con la distancia

$E \text{ (MN/C)}$



Potencial electrostático con la distancia

$V \text{ (MV)}$



2. Dos conductores esféricos concéntricos, huecos, tienen de radios 4 y 8 cm, respectivamente. La esfera interior tiene una carga de 24 nC y la exterior 40 nC. Determinar:
- Los campos eléctricos en los puntos que distan del centro de las esferas 1, 5 y 10 cm.
 - Los potenciales eléctricos en los puntos que distan del centro de las esferas 1, 5 y 10 cm.
 - La diferencia de potencial entre los conductores
- Rta.:** a) $E_1 = 0$; $E_5 = 86,4 \text{ kN/C}$; $E_{10} = 57,6 \text{ kN/C}$; b) $V_1 = 9,90 \text{ kV}$; $V_5 = 8,82 \text{ kV}$; $V_{10} = 5,76 \text{ kV}$; c) $\Delta V = 2,7 \text{ kV}$.

Borrar los datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **pegarlo** en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elegir** (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situada a la derecha.

Elegir el otro valor ($9,00 \cdot 10^9$) de la constante en la celda de color naranja situada a la derecha de « $K =$ ».

Escribir los valores (4 y 8) de los radios en las celdas situadas a la derecha de « $R =$ ». Elegir (o escribir) la unidad (cm) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Escribir los valores (24 y 40) de las cargas en las celdas situadas a la derecha de « $Q =$ ». Elegir (o escribir) la unidad (nC) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Escribir los valores (1, 5 y 10) de las distancias de los puntos al centro de las esferas, en las celdas situadas a la derecha de « $r =$ ».

Las distancias deben escribirse en orden creciente.

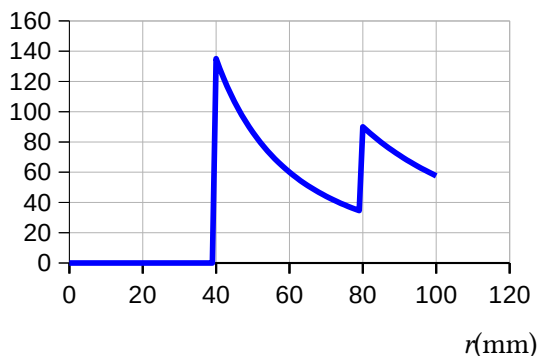
Constante	$K =$	9,00·10 ⁹	N·m ² /C ²	$\epsilon' =$	1
Esfera		Interior	Exterior		
Carga de la esfera	$Q =$	24	40		nC
Radio de la esfera	$R =$	4	8		cm
Distancia al centro del punto	$r =$	1	5	10	cm
		A	B	C	

En RESULTADOS, se mostrarán los valores del campo y del potencial eléctrico en cada uno de los puntos y la diferencia de potencial ente las esferas.

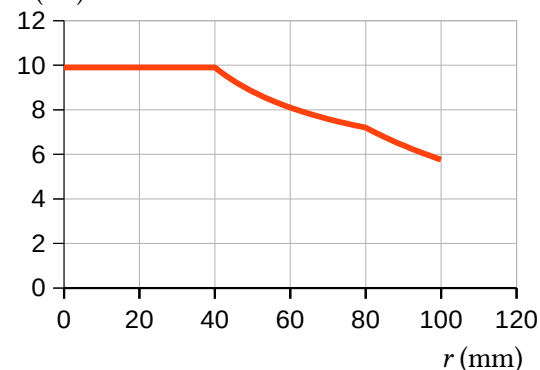
Punto	A	B	C
Distancia	1	5	10 cm
Campo	0	$8,64 \cdot 10^4$	$5,76 \cdot 10^4 \text{ N/C}$
Potencial	$9,90 \cdot 10^3$	$8,82 \cdot 10^3$	$5,76 \cdot 10^3 \text{ V}$
	Diferencia de potencial ($V_{\text{int}} - V_{\text{ext}} =$)		$2,70 \cdot 10^3 \text{ V}$

GRÁFICAS:

Valor del campo eléctrico con la distancia
 $E \text{ (kN/C)}$



Potencial electrostático con la distancia
 $V \text{ (kV)}$



◊ Partículas cargadas en un campo magnético

En la pestaña «Lorentz» se pueden resolver ejercicios de partículas cargadas en el interior de un campo magnético constante. Se puede calcular:

- Fuerza magnética, radio de la trayectoria, velocidad lineal y angular, período o frecuencia,
- Masa de la partícula. (Si la partícula es un ion monoatómico, comprueba si la masa calculada de la partícula se desvía más del 5 % de su valor).
- Campo eléctrico que anula la fuerza magnética.

1. Un protón con una energía cinética de $4,0 \cdot 10^{-15}$ J penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 40 mT. Calcular:

- El módulo de la fuerza a la que está sometido el protón dentro del campo.
- El tipo de movimiento realizado por protón, la trayectoria que describe y el radio de esta.

Datos: $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.

(A.B.A.U. extr. 22)

Rta.: a) $F = 1,40 \cdot 10^{-14}$ N; b) $R = 0,571$ m.

[Borrar los datos.](#)

Partícula	Carga	$q =$		
	Masa	$m =$		
				clic
	Ángulo entre v y B	$\varphi =$	90°	
	Radio de la circunferencia	$R =$		
	Campo magnético	$B =$		
	Tiempo	$t =$		1 s

(para calcular el número de vueltas)

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, en la celda de color naranja situada debajo de «Partícula», se puede [elegir](#) la opción «Protón».

Si se hace, aparecerán los valores de su carga y de su masa. Se pueden cambiar, o bien copiando ([Ctrl]+[C]) en el enunciado y pegando sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escribiendo en formato científico «hoja de cálculo» o en el habitual:

- El valor de la carga (1,6E-19 o $1,6 \cdot 10^{-19}$), en la celda situada a la derecha de « $q =$ ».
- El valor de la masa (1,67E-27 o $1,67 \cdot 10^{-27}$), en la celda situada a la derecha de « $m =$ ».

Elegir (o escribir) las unidades (C y kg) en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Debajo de «kg», donde se ve «clic», elegir (o escribir) la opción «J». Aparecerá la etiqueta «Energía cinética». Copiar ([Ctrl]+[C]) el valor de la energía cinética en el enunciado y pegarlo sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escribirlo, en formato científico «hoja de cálculo» (4E-15) o en el habitual ($4 \cdot 10^{-15}$), en la celda a la derecha de « $E =$ ».

Escribir el valor del campo magnético (0,04) en la celda situada a la derecha de « $B =$ ».

Partícula	Carga	$q =$	1,6E-19	C
	Masa	$m =$	1,67E-27	kg
	Energía cinética	$E =$	4E-15	J
	Ángulo entre v y B	$\varphi =$	90°	
	Radio de la circunferencia	$R =$		
	Campo magnético	$B =$	0,04	T
	Tiempo	$t =$		

(para calcular el número de vueltas)

Si se copiaron y pegaron los valores de carga y masa, desde el enunciado tal como están escritos, debería verse:

	Carga	$q =$	$1,6 \cdot 10^{-19}$	C
	Masa	$m =$	$1,67 \times 10^{-27}$	kg

a) En RESULTADOS, elegir la opción «Fuerza magnética» en la celda de color naranja situada debajo de «Radio de la trayectoria circular».

Radio de la trayectoria circular	$R =$	0,571 m
Fuerza magnética	$F =$	$1,40 \cdot 10^{-14}$ N

2. Una partícula de masa 8 ng y carga eléctrica $-2 \mu\text{C}$ entra en una región del espacio en la que hay un campo magnético $\vec{B} = 3 \vec{j}$ T, con una velocidad $\vec{v} = 6 \vec{i}$ km·s⁻¹. Calcular:
- La velocidad angular con que se mueve.
 - La intensidad de campo eléctrico (vector) que se debe aplicar para que la partícula siga una trayectoria rectilínea.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: a) $\omega = 7,5 \cdot 10^5$ rad/s; b) $\vec{E} = -1,80 \cdot 10^4 \vec{k}$ N/C.

Borrar los datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **pegarlo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elegir** (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Debajo de «ng», donde se ve «**clie**», elegir (o escribir) la opción «m/s». Aparecerá la etiqueta «Velocidad». Escribir su valor en m/s, en formato científico «hoja de cálculo» (6E3) o en el habitual (6000 o $6 \cdot 10^3$) en la celda situada a la derecha de «v».

Partícula	Carga	$q =$	-2 μC
	Masa	$m =$	8 ng
	Velocidad	$v =$	6000 m/s
	Ángulo entre v y B	$\varphi =$	90 °
	Radio de la circunferencia	$R =$	
	Campo magnético	$B =$	3 T
	Tiempo	$t =$	
(para calcular el número de vueltas)			

- a) En RESULTADOS, elegir la opción «Velocidad angular» en la celda de color naranja situada encima de «Intensidad de campo eléctrico».

Velocidad angular	$\omega =$	$7,50 \cdot 10^5$ rad/s
Intensidad de campo eléctrico que anula la desviación	$E =$	$1,80 \cdot 10^4$ N/C

◊ **Campo y fuerza magnética entre conductores paralelos**

En la pestaña «Conductores» se pueden resolver ejercicios de campos magnéticos producidos por dos conductores paralelos y la fuerza sobre un tercer conductor paralelo. Se puede calcular:

- Valor del campo magnético resultante en un punto.
- Fuerza magnética por unidad de longitud entre ambos conductores.
- Fuerza magnética sobre un tramo de un tercero conductor paralelo a ambos.
- Intensidad de corriente que circula por uno de los conductores sabiendo la relación entre las intensidades y la fuerza por unidad de longitud entre ellos.

1. Dos conductores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados en el plano yz, en la dirección del eje z, separados una distancia de 80 cm. Si por cada uno de ellos circula una corriente de 12 A en sentidos contrarios, calcula:

- La fuerza por unidad de longitud que se ejercen mutuamente, indicando la dirección y el sentido de esta.
- El vector campo magnético en el punto medio de la distancia que separa los conductores.

DATO: $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$.

(A.B.A.U. ord. 23)

Rta.: a) $F/l = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}$; b) $\vec{B} = -1,20 \cdot 10^{-5} \vec{j} \text{ T}$.

[Borrar los datos.](#)

Intensidad en el conductor 1	$I_1 =$	<input type="text" value=""/>	A		+
Relación entre intensidades	$I_2/I_1 =$	<input type="text" value=""/>			<input type="text" value=""/>
Separación entre conductores	$s =$	<input type="text" value=""/>	cm		
		<input type="text" value=""/>		<input type="text" value=""/>	
Distancia del punto P al conductor 1	$d_1 =$	<input type="text" value=""/>	cm		
Distancia del punto P al conductor 2	$d_2 =$	<input type="text" value=""/>	cm		
Intensidad en el conductor 3	$I_3 =$	<input type="text" value=""/>	A		
Longitud del conductor 3	$L_3 =$	<input type="text" value=""/>	1 m		

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elegir](#) (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

En la celda situada a la derecha de «Sentido» teclear (o elegir) la opción «-», que indica sentido contrario.

Intensidad en el conductor 1	$I_1 =$	<input type="text" value="12"/>	A		+
Intensidad en el conductor 2	$I_2 =$	<input type="text" value="12"/>	A	Sentido	<input type="text" value="-"/>
Separación entre conductores	$s =$	<input type="text" value="80"/>	cm		
		<input type="text" value=""/>		<input type="text" value=""/>	
Distancia del punto P al conductor 1	$d_1 =$	<input type="text" value="40"/>	cm		
Distancia del punto P al conductor 2	$d_2 =$	<input type="text" value="40"/>	cm		
Intensidad en el conductor 3	$I_3 =$	<input type="text" value=""/>	A		
Longitud del conductor 3	$L_3 =$	<input type="text" value="1"/>	m		

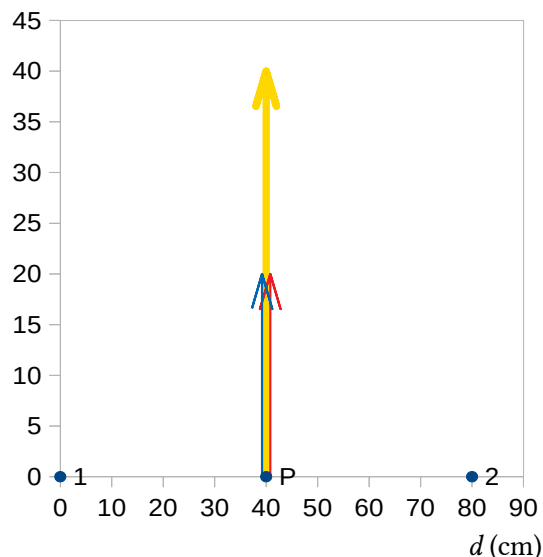
En RESULTADOS, se mostrarán los valores de los campos magnéticos creados por cada conductor en ese punto y el campo magnético resultante. (Y la fuerza entre conductores).

Campo magnético en el punto P			
debido al conductor 1	$B_1 =$	<input type="text" value="6,00"/>	μT
debido al conductor 2	$B_2 =$	<input type="text" value="6,00"/>	μT
resultante	$B =$	<input type="text" value="12,0"/>	μT
Fuerza entre los conductores 1 y 2	$F_{12} =$	<input type="text" value="3,60"/>	$\times 10^{-5} \text{ N/m}$ ← ◦ ◦ →

GRÁFICA:

$B (\times 10^{-6} \text{ T})$

Las flechas de colores azul y rojo representan los vectores campo magnético creados por los conductores 1 y 2. La flecha más gruesa de color dorado representa el campo magnético resultante.



2. a) Indica cuál es el módulo, dirección y sentido del campo magnético creado por un hilo conductor recto recorrido por una corriente y realiza un esquema que ilustre las características de dicho campo. Considérese ahora que dos hilos conductores rectos y paralelos de gran longitud transportan su respectiva corriente eléctrica.
- b) Sabiendo que la intensidad de una de las corrientes es el doble que la de la otra corriente y que, estando separados 10 cm, se atraen con una fuerza por unidad de longitud de $4,8 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, calcular las intensidades que circulan por los hilos.
- c) ¿Cuánto vale el campo magnético en un punto situado entre los dos hilos, a 3 cm del que transporta menos corriente?

Dato: $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$.

(P.A.U. jun. 15)

Rta.: b) $I_1 = 3,46 \text{ A}$; $I_2 = 6,93 \text{ A}$; c) $B = 3,3 \mu\text{T}$.

Borrar los datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **pegarlo** en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elegir** (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Intensidad en el conductor 1	$I_1 =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	Sentido	+
Relación entre intensidades	$I_2/I_1 =$	2	<input type="text"/>		<input type="text"/>
Separación entre conductores	$s =$	10	cm		
Fuerza entre conductores 1 y 2	$F_{12} =$	$4,8 \cdot 10^{-5}$	N/m	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Distancia del punto P al conductor 1	$d_1 =$	3	cm		
Distancia del punto P al conductor 2	$d_2 =$	7	cm		

En RESULTADOS, se mostrarán los valores de los campos magnéticos creados por cada conductor en ese punto, el campo magnético resultante y las intensidades en cada uno de ellos.

Se puede elegir (o escribir) la unidad de campo magnético en la celda de color naranja de la derecha.

Campo magnético en el punto P			
debido al conductor 1	$B_1 =$	23,1	<input type="text"/>
debido al conductor 2	$B_2 =$	19,8	μT
resultante	$B =$	3,30	μT
Intensidad en el conductor 1	$I_1 =$	3,46	A
Intensidad en el conductor 2	$I_2 =$	6,93	A
			+

El signo + de la derecha, indica que el sentido de la intensidad 2 es el mismo que lo de la intensidad 1.

◊ **Movimiento armónico simple**

En la pestaña «MAS» se pueden resolver ejercicios de péndulo. Se puede calcular:

- El valor de la constante elástica al colgar del resorte una masa, dado el alargamiento.
- Las ecuaciones de elongación, velocidad, aceleración y fuerza en función del tiempo a partir de la amplitud, período o frecuencia, constante elástica, frecuencia angular e incluso a partir de la energía mecánica y la fuerza máxima.
- Los valores de la elongación, velocidad, aceleración, fuerza, energía cinética y potencial en un punto o instante determinados y sus valores máximos.

Se muestra también una gráfica de la variación de las energías cinética y potencial con la elongación.

1. La energía total de un cuerpo de masa 0,5 kg que realiza un movimiento armónico simple es $6,0 \cdot 10^{-3}$ J y la fuerza máxima que actúa sobre él es 0,3 N.
 - a) Escribir la ecuación de la elongación en función del tiempo, si en el instante inicial se encuentra en el punto de máxima elongación positiva.
 - b) Calcular en el instante $T/4$ la energía cinética y la energía potencial.
 - c) Hallar la frecuencia con la que oscilaría si se duplica su masa.

(P.A.U. Set. 16)

Rta.: a) $x = 0,0400 \cos(3,87 t)$ (m); b) $E_p = 0$; $E_c = 6,0 \cdot 10^{-3}$ J; c) $f' = 0,436$ Hz.

[Borrar los datos.](#)

Ecuación	$x = A$	sen	$(\omega \cdot t + \varphi_0)$			
Masa oscilante	$m =$					
Amplitud	$A =$					
				Tiempo	Posición	Velocidad
Fase inicial	$\varphi_0 =$			(s)	(m)	(m/s)
						inicial
Aceleración de la gravedad	$g =$	9,81	m/s ²			

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elegir](#) (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Elegir la opción «cos» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Ecuación», y las opciones «Energía mecánica» y «Fuerza máxima» en las celdas de color naranja situadas debajo de «Fase inicial».

Copiar ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y pegarlo sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escribirlo, en formato científico «hoja de cálculo» ($6E-3$) o en el habitual ($6,0 \cdot 10^{-3}$), en la celda situada a la derecha de «E =».

Escribir el valor de la fuerza máxima (0,3) en la celda situada a la derecha de «F =».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «g =» se puede elegir otro valor.

Escribir el valor (0,5) de la masa en la celda situada a la derecha de «m =» y elegir (o escribir) la unidad (kg) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Ecuación	$x = A$	cos	$(\omega \cdot t + \varphi_0)$			
Masa oscilante	$m =$	0,5	kg			
Amplitud	$A =$					
Constante elástica	$k =$		N/m	Tiempo	Posición	Velocidad
Fase inicial	$\varphi_0 =$			(s)	(m)	(m/s)
Energía mecánica	$E =$	$6,0 \cdot 10^{-3}$	J			inicial
Fuerza máxima	$F =$	0,3	N			
Aceleración de la gravedad	$g =$	9,81	m/s ²			

En RESULTADOS, elegir la opción «Elongación» en la celda situada debajo de «Ecuación».

Ecuación				
Elongación	$x = 0,0400 \cos(3,87 t)$ (m)			
Frecuencia	$f = 0,616$ Hz			
	Posición	Velocidad	E. potencial	
	m	m/s	J	
Máxima	0,0400	0,110	0,00600	

Si no se está seguro de cuál debe ser la fase inicial, observar el valor (0,04) de la amplitud (posición máxima), eligiendo «Máxima» en la última fila de resultados.

Escribir ese valor en la posición inicial.

b) Ver en RESULTADOS el valor del período:

Período	$T = 1,62$ s
---------	--------------

Escribir en la segunda fila de los DATOS la fórmula: =H14/4

(H14 es la celda que contiene el valor del período)

o seguir el procedimiento:

1. Teclear el símbolo =
2. Pulsar en la celda que contiene el valor del Período.
3. Seguir tecleando /4
4. Presionar la tecla [↵]

Esta fórmula calcula la división: $1,62 / 4 = 0,405$

c) Cambiar en los DATOS el valor de la masa:

Masa oscilante	$m = 1$ kg
----------------	------------

En RESULTADOS, elegir la opción «Frecuencia» en lugar de «Período».

Frecuencia	$f = 0,436$ Hz
------------	----------------

Tiempo (s)	Posición (m)	Velocidad (m/s)	
0	0,04		inicial

Tiempo (s)	Posición (m)	Velocidad (m/s)	
0	0,04		inicial
0,41			

2. Se cuelga un cuerpo de 10 kg de masa de un resorte y se alarga 2,0 cm. Después se le añaden otros 10 kg y se le da un tirón hacia abajo, de modo que el sistema comienza a oscilar con una amplitud de 3,0 cm.

- Calcular la constante elástica del resorte y la frecuencia del movimiento.
- Escribir, en función del tiempo, las ecuaciones de la elongación, velocidad, aceleración y fuerza.
- Calcular la energía cinética y la energía potencial elástica a los 2 s de empezar a oscilar.

Dato: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. (P.A.U. set. 14)

Rta.: a) $k = 4,90 \cdot 10^3 \text{ N/m}$; $f = 2,49 \text{ Hz}$; b) $x = 0,0300 \cos(15,7 t)$ [m]; $v = -0,470 \text{ sen}(15,7 t)$ [m/s];
 $a = -7,35 \cos(15,7 t)$ [m/s²]; $F = -147 \cos(15,7 t)$ [N]; c) $E_c = 0,0270 \text{ J}$; $E_p = 2,18 \text{ J}$.

Borrar los datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **pegarlo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elegir** (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Observar que los datos de la masa oscilante y de la amplitud son diferentes de los del alargamiento al colgar una masa de 10 kg.

Hay que teclear 3 en la celda situada debajo de «Posición» en la línea correspondiente a «inicial».

Si en la expresión de «Ecuación» se elige la opción «cos», las ecuaciones tienen fase inicial nula.

Ecuación	$x = A \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$			
Masa oscilante	$m = 20$ kg			
Amplitud	$A = 3$ cm			
		Tiempo (s)	Posición (cm)	Velocidad (m/s)
Fase inicial	$\varphi_0 =$			
Alargamiento producido al colgar una masa	$\Delta x = 2$ cm	0	3	inicial
	$m = 10$ kg	2		
Aceleración de la gravedad	$g = 9,8$ m/s ²			

a) En RESULTADOS, elegir la opción «Constante elástica» en la celda de color naranja situada debajo de «Elongación».

Constante elástica	$k =$	$4,90 \cdot 10^3 \text{ N/m}$
--------------------	-------	-------------------------------

Cambiar la opción «Constante elástica» por «Frecuencia».

Frecuencia	$f =$	$2,49 \text{ Hz}$
------------	-------	-------------------

b) Elegir la opción «Elongación» en la celda de color naranja situada debajo de «Ecuación».

Ecuación

Elongación	$x = 0,0300 \cos(15,7 t) \text{ (m)}$
------------	---------------------------------------

Cambiar la opción «Elongación» por «Velocidad».

Velocidad	$v = -0,470 \text{ sen}(15,7 t) \text{ (m/s)}$
-----------	--

Cambiar la opción «Velocidad» por «Aceleración».

Aceleración	$la = -7,35 \cos(15,7 t) \text{ (m/s}^2\text{)}$
-------------	--

Cambiar la opción «Aceleración» por «Fuerza».

Fuerza	$F = -147 \cos(15,7 t) \text{ N}$
--------	-----------------------------------

Si se elige « π » en la celda de color naranja situada a la derecha, las expresiones se muestran en función de π .

Elongación	$x = 0,0300 \cos(5 \pi t) \text{ (m)}$	π
------------	--	-------

c) En DATOS, teclear 2 en la celda situada debajo de 0, correspondiente a «Tiempo»

En RESULTADOS, elegir la opción «E. cinética» en la celda de color naranja situada debajo de «Energía».

	Posición	Velocidad	E. cinética
	cm	m/s	J
En $t=2 \text{ s}$	2,98	0,0520	0,0270
Máxima	3,00	0,470	2,21

(El ejercicio estaba pensado para que $E_c = 0$, si la frecuencia fuera exactamente 2,5 Hz.

En cuyo caso $T = 0,4 \text{ s}$ y $x = 3 \text{ cm}$, pero no es así.

Cambiar la opción «E. cinética» por «E. potencial».

El valor que se obtiene es $E_p = 2,18 \text{ J}$, es ligeramente inferior al valor máximo).

◊ **Péndulo**

En la pestaña «Péndulo» se pueden resolver ejercicios de movimiento armónico simple. Se puede calcular:

- La ecuación de movimiento.
- La frecuencia o el período a partir de su longitud y viceversa.
- Los valores máximos de la velocidad o de la altura.

1. Un péndulo simple de longitud $l = 2,5$ m, se desvía del equilibrio hasta un punto a 0,03 m de altura y se suelta. Calcular:
- La velocidad máxima.
 - El período.
 - La amplitud del movimiento armónico simple descrito por péndulo.

Dato $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

(P.A.U. jun. 11)

Rta.: a) $v_m = 0,77 \text{ m/s}$; b) $T = 3,2 \text{ s}$; c) $A = 0,39 \text{ m}$.

[Borrar los datos.](#)

Longitud del hilo	$L =$		
Fase inicial	$\theta_0 =$	$\pi/2$	rad
Aceleración de la gravedad	$g =$	9,81	m/s^2

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elegir](#) (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

En DATOS, escribir el valor (2,5) de la longitud del hilo en la celda situada a la derecha de « $L =$ » y elegir (o escribir) la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Debajo de ella, elegir la opción «Altura máx.», escribir su valor (0,03) en la celda situada a la derecha de « $h_m =$ » y elegir a la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

En la celda de color naranja situada a la derecha de « $g =$ » elegir la opción 9,8.

Longitud del hilo	$L =$	2,5	m
Altura máx.	$h_m =$	0,03	m
Fase inicial	$\theta_0 =$	$\pi/2$	rad
Aceleración de la gravedad	$g =$	9,8	m/s^2

En RESULTADOS, elegir la opción «Período» debajo de la ecuación, y «Velocidad máxima» en la última fila.

La ecuación se expresa en las mismas unidades que se han elegido para la «Amplitud». Si se elige la opción «m» se verá:

Ecuación			
$s = 0,388 \text{ sen}(1,98 t + 1,57) \text{ (m)}$			
Período	$T =$	3,17	s
Amplitud	$A =$	0,388	m
Velocidad máxima	$v_m =$	0,767	m/s

◊ Ondas

En la pestaña «Ondas» se pueden resolver ejercicios de ondas. Se puede calcular:

- El valor de la velocidad de propagación, la longitud de onda o la frecuencia (o período) a partir de los otros dos atributos.
- Las ecuaciones de elongación, velocidad y aceleración en función de la posición y del tiempo a partir de la amplitud, período, frecuencia o pulsación, longitud de onda o número de onda.
- Los valores de la elongación, velocidad y aceleración en un punto o instante determinados y sus valores máximos.
- La distancia mínima entre dos puntos conociendo la diferencia de fase y viceversa.

Se muestra también una gráfica de la elongación de cada punto en un determinado instante o de un punto en función del tiempo.

- Una onda se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 20 m s^{-1} , una amplitud de $0,02 \text{ m}$ y una frecuencia de 10 Hz . Determinar:
 - El período y la longitud de onda.
 - La expresión matemática de la onda si en $t = 0 \text{ s}$ la partícula situada en el origen está en la posición de máxima elongación positiva.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) $T = 0,100 \text{ s}$; $\lambda = 2,00 \text{ m}$; b) $y = 0,0200 \text{ sen}(20 \pi t - \pi x + \pi/2) \text{ (m)}$.

[Borrar los datos.](#)

Ecuación	$y = A$	sen	$(\omega t \pm kx + \varphi_0)$
Amplitud	$A =$		
en el instante	$t =$		s
Elongación inicial	$y_0 =$		m
Diferencia de fase	$\Delta\varphi =$		rad

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, en la celda situada a la derecha de «Ecuación» se puede elegir entre «sen» y «cos». Por defecto es «sen».

Escribir el valor (0,02) de la amplitud en la celda situada a la derecha de «A =» y [elegir](#) a la unidad (m).

Debajo de «Amplitud» elegir la opción «Frecuencia», y escribir su valor (10) en la celda situada a la derecha de «f =».

Debajo de ella, elegir la opción «Velocidad de propagación» y escribir su valor (20) en la celda situada a la derecha de «v =».

Para el apartado b) escribir 0 en la celda situada a la derecha de «en el instante $t =$ », y 0,02 en la celda situada a la derecha de «Elongación inicial $y_0 =$ ».

Ecuación	$y = A$	sen	$(\omega t \pm kx + \varphi_0)$
Amplitud	$A =$	0,02	m
Frecuencia	$f =$	10	Hz
Velocidad de propagación	$v =$	20	m/s
en el instante	$t =$	0	s
Elongación inicial	$y_0 =$	0,02	m
Diferencia de fase	$\Delta\varphi =$		rad

a) En RESULTADOS, elegir las opciones «Período» y «Longitud de onda» en las celdas de color naranja debajo de «Atributos».

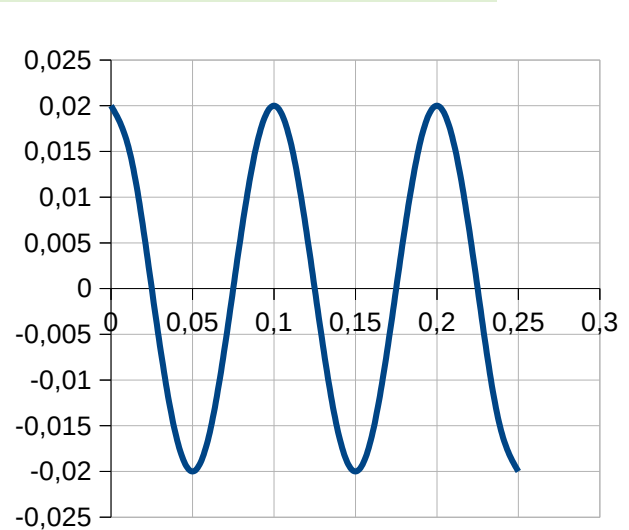
b) Elegir «general», en la celda situada a la derecha de «Ecuación» y «Elongación» debajo de ella. Para que aparezca π en la expresión de la elongación, elegir la opción « π » en la celda de color naranja situada a la derecha de la celda de color blanco de la línea que contiene «Ecuación».

Ecuación	general	<input type="text" value=""/>	<input type="text" value="π"/>
Elongación	$y = 0,0200 \text{ sen}(20 \pi t - \pi x + \pi/2) \text{ (m)}$		
Valor	<input type="text" value=""/>		
Atributos			
Período	$T =$	0,100 s	
Longitud de onda	$\lambda =$	2,00 m	

GRÁFICA:

Se muestra la gráfica de la elongación del punto en $x = 0$, entre 0 y 0,25 s:

Posición (cm)	Tiempo (s)	mín.	máx.
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0,25"/>



t(s)

2. La expresión matemática de una onda armónico transversal que se propaga por una cuerda tensa orientada según el eje x es: $y = 0,5 \text{ sen } [2\pi (3t - x)]$ (unidades en el SI). Determinar:
- Los valores de la longitud de onda, velocidad de propagación, velocidad y aceleración máximas de vibración de los puntos de la cuerda.
 - La distancia mínima que separa dos puntos de la cuerda que en un mismo instante vibran desfasados 2π radianes.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: a) $\lambda = 1 \text{ m}$; $v_p = 3,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_m = 9,42 \text{ m/s}$; $a_m = 177 \text{ m/s}^2$; b) $\Delta x = \lambda = 1 \text{ m}$.

Borrar los datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **pegarlo** en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elegir** (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Como la ecuación es $y = 0,5 \text{ sen } [2\pi (3t - x)]$, comparada con $y = \text{sen}[2\pi(t/T - x/\lambda)]$, se puede deducir que: $1/T = f = 3 \text{ Hz}$ y $1/\lambda = 1 \text{ m}^{-1}$.

En la celda correspondiente a «Diferencia de fase», situada a la derecha de « $\Delta\phi =$ » se puede escribir $2 \cdot \pi$, o $2 \cdot \text{PI}()$.

	Ecuación	$y = A$	sen	$(\omega t \pm kx + \phi_0)$
Amplitud	$A =$	0,5	m	
Frecuencia	$f =$	3	Hz	
Número de onda $1/\lambda$	$n =$	1	m^{-1}	
en el instante	$t =$		s	
Elongación inicial	$y_0 =$		m	
Diferencia de fase	$\Delta\phi =$	2π	rad	

Se puede comprobar que la elección de los atributos es la correcta en RESULTADOS, eligiendo la opción «Elongación» en la celda situada debajo de «Ecuación» y la opción « π » en la celda de color naranja situada a la derecha de «general» y escribiendo 2 en la celda situada a su izquierda.

Ecuación	general	2π
Elongación	$y = 0,500 \text{ sen } 2\pi(3t - x) \text{ (m)}$	

- a) En RESULTADOS, elegir la opción «Velocidad» en la celda situada debajo de «Valor», y la opción «Longitud de onda» en la segunda celda debajo de «Atributos».

Valor	Máximo
Velocidad	$v_m = 9,42 \text{ m/s}$
Atributos	
Longitud de onda	$\lambda = 1,00 \text{ m}$
Velocidad de propagación	$v = 3,00 \text{ m/s}$

Cambiar la opción «Velocidad» por «Aceleración», par ver la aceleración máxima.

Aceleración	$a_m = 178 \text{ m/s}^2$
-------------	---------------------------

- b) Observar en la última línea de RESULTADOS:

Distancia entre puntos	$\Delta x = 1,00 \text{ m si}$	$\Delta\phi = 6,28 \text{ rad}$
------------------------	--------------------------------	---------------------------------

Se puede elegir la opción « π » en la celda de color naranja de la derecha.

Distancia entre puntos	$\Delta x = 1,00 \text{ m si}$	$\Delta\phi = 2 \pi \text{ rad}$	π
------------------------	--------------------------------	----------------------------------	-------

◊ **Espejos y lentes**

En la pestaña «Optica» se pueden resolver ejercicios de espejos y lentes. Se puede calcular:

- La posición y tamaño de la imagen de un objeto producida por un espejo o una lente.
- Un esquema con las posiciones y tamaños del objeto y su imagen.

1. Un objeto de 4 cm de altura está situado 20 cm delante de una lente delgada divergente de distancia focal 12 cm.
 - a) Determina la posición y el tamaño de la imagen.
 - b) Dibuja un esquema (marcha de rayos) con la posición del objeto, la lente y la imagen.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) $s' = -7,5$ cm; $y' = 1,5$ cm.

[Borrar los datos.](#)

Lente	convergente	Unidades	cm
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco			
Objeto			
Imagen			

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, [elegir](#) la opción «Lente» en la primera celda de color naranja.

Elegir la opción «Foco» en la celda de color naranja debajo de ella.

Escribir el valor de la posición del foco, con signo «-» (-20), en la celda situada a la derecha de «Foco». La etiqueta de la lente cambia a «divergente».

Al escribir en la celda situada a la derecha de «Objeto» el valor de la posición del objeto (4), aparecerá un mensaje de que tiene que ser negativa. Poner el signo «-» (-4).

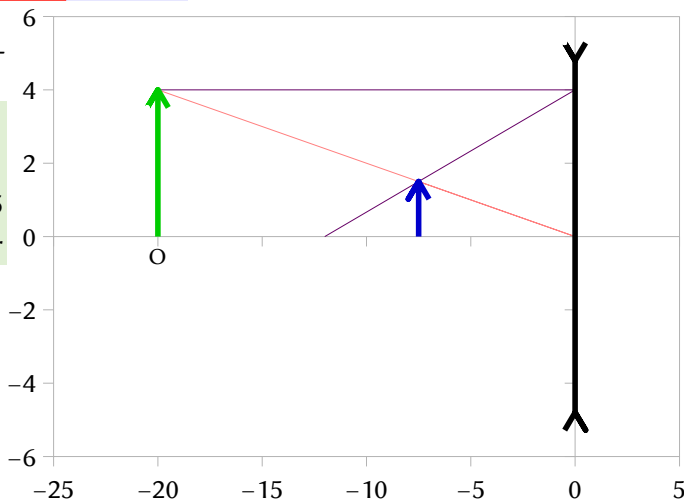
Escribir la altura del objeto en la celda de la derecha.

Lente	divergente	Unidades	cm
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco	-12		
Objeto	-20	4	
Imagen			

En RESULTADOS, se mostrarán los valores de la posición y de la altura de la imagen. (Y del aumento)

	Posición (cm)	Altura (cm)	
Objeto	-20,0	4,00	Aumento
Imagen	-7,50	1,50	0,375
Imagen	Virtual	Derecha	Menor

GRÁFICA:



2. Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determinar:
- La posición del objeto si se usa un espejo cóncavo de $R = 15$ cm.
 - La posición del objeto si se usa una lente convergente con la misma distancia focal que el espejo. Dibujar la marcha de los rayos para los dos apartados anteriores.

(P.A.U. jun. 11)

Rta.: a) $s_e = -11$ cm; b) $s_l = -11$ cm.

[Borrar los datos](#). Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y [pegarlo](#) en la celda situada debajo de «Problema». [Elegir](#) (o escribir) la opción «cm» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Unidades».

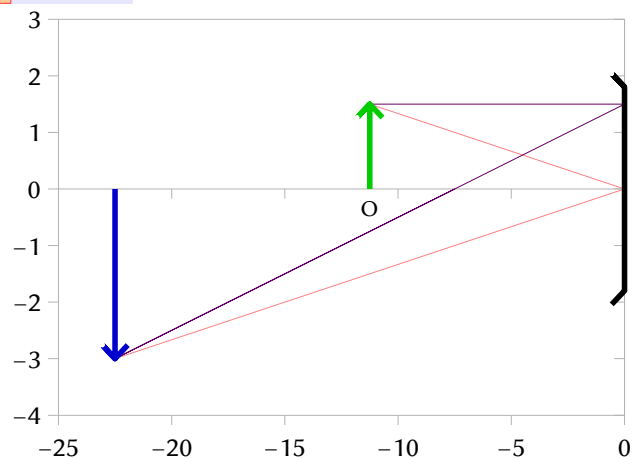
a) Cambiar la opción «Lente» por «Espejo».

En la celda de color naranja más abajo, elegir la opción «Centro (radio)» y escribir 15 en la celda situada a su derecha. Aparece la etiqueta «convexo» a la derecha de «espejo». Para que el espejo sea cóncavo, el radio tiene que ser negativo. Escribir -15 en lugar de 15. Para emplear el dato «doble tamaño», elegir la opción «Aumento ↑» en la celda de color naranja situada debajo de «Altura (cm)». Escribir 2 en la celda de color blanco situada encima de ella. En RESULTADOS, se mostrará que la imagen es virtual. Para que sea real, deberá cambiar el signo del aumento y escribir -2.

Espejo cóncavo	Unidades	cm
Posición (cm)	Altura (cm)	
Centro (radio)	-15	
Objeto		1,5
		-2
	Aumento ↑	

En RESULTADOS, se mostrarán los valores de la posición del foco, del objeto, de la imagen y de su altura.

Posición del foco	-7,50 cm
Posición (cm)	Altura (cm)
Objeto	-11,3 1,50 Aumento
Imagen	-22,5 -3,00 -2,00
Imagen	Real Invertida Mayor



GRÁFICA:

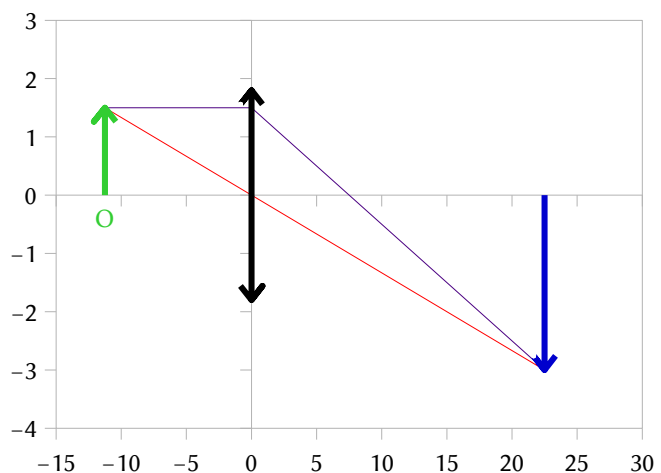
Anotar la posición del foco para el apartado b).

b) Cambiar la opción «Espejo» por «Lente», y la opción «Centro (radio)» por «Foco». Escribir 7,5 en la celda situada a su derecha y comprobar que la lente es convergente. (Si se escribiera -7,5, la lente sería divergente).

Lente convergente	Unidades	cm
Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco	7,5	
Objeto		1,5
		-2
	Aumento ↑	

En RESULTADOS, se mostrarán los valores de las posiciones y de las alturas.

Posición (cm)	Altura (cm)
Objeto	-11,3 1,50 Aumento
Imagen	22,5 -3,00 -2,00
Imagen	Real Invertida Mayor



GRÁFICA:

◊ **Dioptrio plano**

En la pestaña «Dioptrio» se pueden resolver ejercicios de dioptrio plano. Se puede calcular:

- El ángulo de refracción en un segundo o tercer medio y el ángulo límite.
- La longitud de onda de la onda refractada.

Se muestra también un esquema del objeto, la imagen y los rayos.

1. Un rayo de luz de frecuencia $5 \cdot 10^{14}$ Hz incide con un ángulo de incidencia de 30° sobre una lámina de vidrio de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabiendo que el índice de refracción del vidrio es 1,50 y el del aire 1,00:

- Enunciar las leyes de la refracción y dibujar la marcha de los rayos en el aire y en el interior de la lámina de vidrio.
- Calcular la longitud de onda de la luz en el aire y en el vidrio, y la longitud recorrida por el rayo en el interior de la lámina.
- Hallar el ángulo que forma el rayo de luz con la normal cuando emerge de nuevo al aire.

Dato: $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s

(P.A.U. sep. 14)

Rta.: b) $\lambda(\text{aire}) = 600$ nm; $\lambda(\text{vidrio}) = 400$ nm; $L = 10,6$ cm; c) $\theta_{t2} = 30^\circ$

[Borrar los datos.](#)

Índice de refracción		Ángulo de incidencia	Espesor
Medios	n		
		<input type="text"/>	<input type="text"/>
		<input type="text"/>	<input type="text"/>
		<input type="text"/>	<input type="text"/>

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elegir](#) (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Elegir, en las celdas de color naranja debajo de «Medios», las opciones «Aire» y «Vidrio». Cambiar el valor del índice de refracción del vidrio a 1,5 y escribir el valor (30) del ángulo de incidencia.

Escribir el valor (10) del espesor de la lámina a la derecha de la etiqueta «Espesor».

En la última línea, elegir «Frecuencia» en la celda de color naranja de la izquierda.

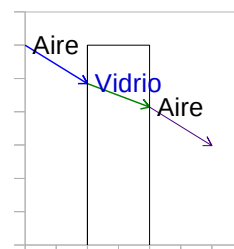
Se puede copiar ([Ctrl]+[C]) en el enunciado la frecuencia ($5 \cdot 10^{14}$) y pegarla sin formato, o escribir, en formato científico «hoja de cálculo» (5E14), o en el habitual ($5 \cdot 10^{14}$), su valor en la celda de color blanco situada a la derecha de «Frecuencia».

Índice de refracción		Ángulo de incidencia	Aire-Vidrio
Medios	n		
Aire	1	<input type="text" value="30"/>	<input type="text" value="10"/>
Vidrio	1,5		
Aire	1		

Frecuencia	<input type="text" value="5·10<sup>14</sup>"/>	<input type="text" value="Hz"/>
------------	--	---------------------------------

RESULTADOS y GRÁFICA:

	Ángulo refractado	límite
Aire-Vidrio	19,5°	
Vidrio-Aire	30,0°	41,8°
Longitud recorrida por el rayo en la lámina	10,6 cm	
	Aire	Vidrio Aire
Longitud de onda	600	400 600 nm



◊ **Efecto fotoeléctrico**

En la pestaña «Fotoelectr» se pueden resolver ejercicios de efecto fotoeléctrico. Se pueden calcular, a partir de la ecuación de Einstein, cualquiera de las magnitudes relacionadas con la energía para el cátodo (trabajo de extracción, frecuencia o longitud de onda umbral), los fotones (energía, frecuencia o longitud de onda) o los electrones (energía, velocidad máxima o potencial de frenado).

Se muestra también una gráfica para la energía cinética o potencial de frenado de los electrones en función de la frecuencia de los fotones o de la energía o frecuencia de los fotones en función de la energía cinética o potencial de frenado de los electrones

1. Se ilumina un metal con luz monocromática de una cierta longitud de onda. Si el trabajo de extracción es de $4,8 \cdot 10^{-19}$ J y el potencial de frenado es de 2,0 V, calcular:

- a) La velocidad máxima de los electrones emitidos.
- b) La longitud de onda de la radiación incidente.
- c) Representar gráficamente la energía cinética máxima de los electrones emitidos en función de la frecuencia de la luz incidente.

Datos: $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s⁻¹; $c = 3 \cdot 10^8$ m · s⁻¹. (A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: a) $v = 8,4 \cdot 10^5$ m/s; b) $\lambda = 250$ nm.

[Borrar los datos.](#)

Cátodo (Elegir una unidad →)	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Fotones (Elegir una unidad →)	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Electrones (↑ Elegir la magnitud)	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, [elegir](#) (o escribir) la opción «J» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Cátodo».

La etiqueta cambiará a «Trabajo de extracción». Copiar ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y pegarlo sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]), o escribirlo, en formato científico «hoja de cálculo» (7E14), o en el habitual ($7,0 \cdot 10^{14}$), en la celda situada a la derecha de « $W_0 =$ ».

Elegir la opción «Potencial de frenado» en la celda situada encima de «Electrones (↑ Elegir la magnitud)».

Escribir su valor (2) en la celda situada a la derecha de «V =».

Trabajo de extracción	$W_0 = 4,8 \cdot 10^{-19}$	J
Potencial de frenado de los electrones	V = 2	V

a) En RESULTADOS, elegir la opción «Velocidad máxima», en la celda situada encima de «Electrones (↑ Elegir la magnitud)»

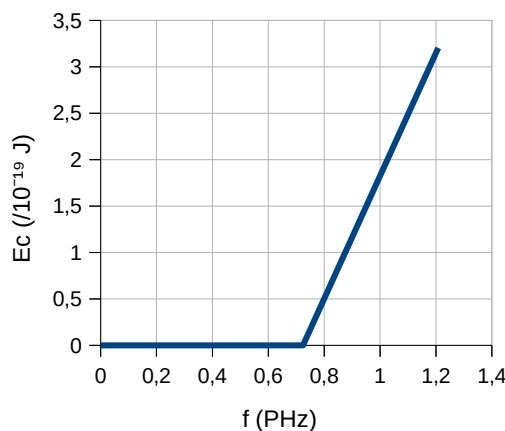
b) Elegir (o escribir) la opción «nm» o «m» en la fila de «Fotones (Elegir una unidad →)». La etiqueta cambia:

Longitud de onda de los fotones	$\lambda = 248$	nm
Velocidad máxima de los electrones	$v = 8,39 \cdot 10^5$	m/s

En GRÁFICAS, elegir la opción «electrones» en la celda de color naranja situada a la derecha de «de los», «Energía cinética» a la izquierda de «frente a», y «Frecuencia» a su derecha.

Energía cinética de los electrones	frente a	Frecuencia de los fotones
------------------------------------	----------	---------------------------

Si se desea, escribir el valor de la frecuencia máxima a la derecha de «f =». El valor máximo prefijado es el doble de la frecuencia umbral.



2. El trabajo de extracción para el sodio es de 2,50 eV. Calcular:
- La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que la velocidad máxima de los electrones emitidos sea de $1,00 \cdot 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
 - El potencial de frenado.
 - La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos por metal con velocidad máxima.

Datos: $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $|q(y)| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$; $m(y) = 9,1 \times 10^{-31}$.

(A.B.A.U. extr. 18)

Rta.: a) $\lambda = 4,32 \text{ nm}$; b) $V = 284 \text{ V}$; c) $\lambda_d = 72,7 \text{ pm}$.

Borrar los datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **pegarlo** en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, **elegir** (o escribir) la opción «eV» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Cátodo». La etiqueta cambiará a «Trabajo de extracción». Escribir el valor (2,5) en la celda situada a la derecha de « $W_0 =$ ».

Elegir la opción «Velocidad máxima» en la celda de color naranja situada encima de «Electrones». Copiar ([Ctrl]+[C]) su valor en el enunciado y pegarlo sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]), o escribirlo, en formato científico «hoja de cálculo» (1E7) o en el habitual ($1 \cdot 10^7$), en la celda situada a la derecha de « $v =$ ».

Trabajo de extracción	$W_0 =$	2,5	eV
Velocidad máxima de los electrones	$v =$	$1,00 \cdot 10^7$	m/s

- b) En RESULTADOS, elegir la opción «Potencial de frenado», en la celda de color naranja situada encima de «Electrones (↑ Elegir la magnitud)»

Longitud de onda de los fotones	$\lambda =$	4,32	nm
Potencial de frenado de los electrones	$V =$	284	V

- c) Cambiar la opción «Potencial de frenado» por «Longitud de onda de De Broglie».

Longitud de onda de De Broglie	$\lambda_d =$	$7,27 \cdot 10^{-11}$	m
--------------------------------	---------------	-----------------------	---

◇ Energía nuclear

En la pestaña «EnerNuclear» se pueden resolver ejercicios de energía nuclear. Se puede calcular:

- La energía de enlace por nucleón.
- La energía liberada en una reacción nuclear.

1. Para el núcleo de uranio, ${}^{238}_{92}\text{U}$, calcular:

- El defecto de masa.
- La energía de enlace nuclear.
- La energía de enlace por nucleón.

Datos: $m({}^{238}_{92}\text{U}) = 238,051 \text{ u}$; $1 \text{ g} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ u}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $m(\text{p}) = 1,007277 \text{ u}$; $m(\text{n}) = 1,008665 \text{ u}$

(A.B.A.U. extr. 18)

Rta.: a) $\Delta m = 1,883 \text{ u} = 3,128 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; b) $E_e = 2,81 \cdot 10^{-10} \text{ J/átomo}$; c) $E_{en} = 1,18 \cdot 10^{-12} \text{ J/nucleón}$.

[Borrar los datos.](#)

	N.º atómico	Z	N.º másico A
Partícula proyectil			
Núclido diana			
Núclido formado			
2º núclido/partícula			
Masa de la muestra			

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↵]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elegir](#) (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Escribir el valor de la carga (92) en la celda situada a la derecha de «Núclido formado», y de su masa en la celda de la derecha (238,051). Elegir (o escribir) la unidad (u) en la celda de color naranja situada a su derecha.

	Carga	(e ⁺)	Masa
Partícula proyectil			
Núclido diana			
Núclido formado	92		238,05 u
2º núclido/partícula			
Masa de la muestra			

a) En RESULTADOS, elegir (o escribir) la opción «u» o «kg», en la celda de color naranja situada a la izquierda de «/átomo».

	$92 \text{ }^1_1\text{H} + 146 \text{ }^1_0\text{n} \rightarrow \text{}^{238}_{92}\text{U}$
Defecto de masa	$\Delta m = -1,88 \text{ u /átomo}$

b) Elegir ahora «J» o «MeV» en la misma celda.

Energía de enlace	$E_e = -2,81 \cdot 10^{-10} \text{ J /átomo}$
-------------------	---

c) Elegir la opción «/nucleón» en vez de «/átomo» en la celda de color naranja situada a su derecha.

Energía de enlace	$E_e = -1,18 \cdot 10^{-12} \text{ J /nucleón}$
-------------------	---

2. El isótopo del boro ${}^9_5\text{B}$ es bombardeado por una partícula α y se produce ${}^{13}_6\text{C}$ y otra partícula.
- Escribir la reacción nuclear.
 - Calcular la energía liberada por núcleo de boro bombardeado.
 - Calcular la energía liberada si se considera 1 g de boro.
- Datos: masa atómica(${}^9_5\text{B}$) = 10,0129 u; masa atómica(${}^{13}_6\text{C}$) = 13,0034 u; masa(α) = 4,0026 u; masa(proton) = 1,0073 u; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$; 1 u = $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg. (P.A.U. sep. 16)
- Rta.:** a) ${}^9_5\text{B} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{13}_6\text{C} + {}^1_1\text{H}$; b) $E = 7,15 \cdot 10^{-13}$ J/átomo; c) $E_2 = 43,1$ GJ/g.

Borrar los datos. Copiar ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **pegarlo** en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escribir o pegar sin formato ([Ctrl]+[Alt]+[↵]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elegir** (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

	Carga	(e ⁺)	Masa	
Partícula proyectil		2	4 u	
Núclido diana		5	10,01 u	
Núclido formado		6	13 u	
2º núclido/partícula				
Masa de la muestra			1 g	N. diana

En RESULTADOS, aparece un mensaje:

Faltan datos: $\Delta Z = -1$; $\Delta A = -1$

Esto indica que falta una partícula de $A = 1$ y $Z = 1$.

Por tanto, hay que añadir los datos del protón debajo de los de «Núclido formado»

Núclido formado	6	13 u
Partícula emitida	1	1,01 u

a) En RESULTADOS, elegir (o escribir) la opción «J» o «MeV», en la celda de color naranja situada a la izquierda de «/átomo».

	${}^4_2\text{He} + {}^{10}_5\text{B} \rightarrow {}^{13}_6\text{C} + {}^1_1\text{H}$	
Energía	$E =$	$-7,16 \cdot 10^{-13}$ J/átomo
Energía de la muestra	$E =$	$4,31 \cdot 10^{10}$ J/g ${}^9_5\text{B}$

◊ Desintegración radiactiva

En la pestaña «Desintegr» se pueden resolver ejercicios de desintegración radiactiva. Se puede calcular la cantidad de sustancia radiactiva que queda al cabo de un tiempo, y su actividad radiactiva, conocido el dato del período de semidesintegración o la vida media y viceversa.

- El $^{210}_{82}\text{Pb}$ se transforma en polonio al emitir dos partículas beta y posteriormente, por emisión de una partícula alfa, se obtiene plomo.
 - Escribir las reacciones nucleares descritas.
 - El período de semidesintegración del $^{210}_{82}\text{Pb}$ es de 22,3 años. Si teníamos inicialmente 3 moles de átomos diera elemento y transcurrieron 100 años, calcular el número de núcleos radioactivos que quedan sin desintegrar y la actividad inicial de la muestra.

Dato: $E_{n\text{ la}} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

(A.B.A.U. ord. 23)

Rta: a) $^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow -^0_1\text{e} + ^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow -^0_1\text{e} + ^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^{206}_{82}\text{Pb}$; b) $N = 8,07 \cdot 10^{22}$ núcleos; $A_0 = 1,78 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$.

[Borrar los datos.](#)

	Cantidad inicial		
	Después de...	$\Delta t =$	
	Masa atómica	$M =$	g/mol
	Tiempo	$t =$	

Para ver el enunciado en la misma hoja, seleccionarlo en la página de origen y copiarlo ([Ctrl]+[C]).

Pulsar en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegar el enunciado](#).

En DATOS, [elegir](#) la opción «Período de semidesintegración» en la primera celda de la izquierda de color naranja.

Escribir los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elegir](#) (o escribir) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

	Período de semidesintegración	$T =$	22,3 años
	Cantidad inicial	$N_0 =$	3 mol
	Después de...	$\Delta t =$	
	Masa atómica	$M =$	g/mol
	Tiempo	$t =$	100 años

En RESULTADOS, elegir la opción «átomos» en la celda de color naranja situada a la derecha de «clic →».

	Cantidad	átomos
Inicial	$1,81 \cdot 10^{24}$	
En 100 años	$8,07 \cdot 10^{22}$	

Para la actividad inicial elegir (o escribir) la opción «Bq» en lugar de «átomos».

	Actividad	Bq
Inicial	$1,78 \cdot 10^{15}$	

Cuestiones y problemas de las [Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad](#) (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.

[Respuestas](#) y composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Algunos cálculos se hicieron con una [hoja de cálculo](#) de [LibreOffice](#) del mismo autor.

Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de [traducindote](#), y del [traductor de la CIXUG](#).

Se procuró seguir las [recomendaciones](#) del Centro Español de Metrología (CEM).

Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 08/11/24

Sumario

PROBLEMAS DE FÍSICA DE 2.º DE BACHILLERATO

Comienzo.....	1
Teclado y ratón.....	1
Datos.....	1
Cifras significativas y formato numérico.....	2
Cómo pegar el enunciado en la hoja de cálculo.....	2
Otros cálculos.....	2
Otros consejos.....	3
Tipos de problemas.....	3
Ejemplos.....	4
Cálculo de coordenadas para figuras regulares.....	5
1. Calcular las coordenadas de un triángulo equilátero de 80 cm de lado con la base en el eje X y el vértice superior en el eje Y.....	5
Satélites.....	7
1. El Sentinel-1 es un satélite artificial de órbita circular polar de la Agencia Espacial Europea dentro del Programa Copérnico destinado a la monitorización terrestre y de los océanos. Está situado a 693 km sobre la superficie terrestre.....	7
2. Un satélite artificial tiene una masa de 200 kg y una velocidad constante de $7,00 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$	8
3. Las relaciones entre las masas y los radios de la Tierra y la Luna son: $M_T/M_L = 79,63$ y $R_T/R_L = 3,66$..	8
Propiedades de un astro por comparación con otro.....	10
1. El período de Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su correspondiente órbita. Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determinar:.....	10
2. Las relaciones entre las masas y los radios de la Tierra y la Luna son: $M_T/M_L = 79,63$ y $R_T/R_L = 3,66$..	11
Masas o cargas puntuales: Masas.....	12
1. Dos masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) y B(12, 0) metros. Calcular:.....	12
2. Una nave sitúa un objeto de 20 kg de masa entre la Tierra y el Sol en un punto donde la fuerza gravitatoria neta sobre el objeto es nula. Calcular en ese punto:.....	14
Masas o cargas puntuales: Cargas.....	15
1. Dos cargas eléctricas positivas de 3 nC cada una están fijas en las posiciones (2, 0) y (-2, 0) y una carga negativa de -6 nC está fija en la posición (0,-1).....	15
2. Tres cargas de -2, 1 y 1 μC están situadas en los vértices de un triángulo equilátero y distan 1 m del centro del mismo.....	17
3. Una carga q de 2 mC está fija en el punto A (0, 0), que es el centro de un triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$ m. Tres cargas iguales Q están en los vértices y la distancia de cada carga Q al punto A es 3 m. El conjunto está en equilibrio electrostático. Calcular:.....	19
Cálculo de una carga a partir del campo y del potencial en un punto.....	21
1. Una carga eléctrica puntual de valor Q ocupa la posición (0,0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial eléctrico es $V = -120 \text{ V}$ y el campo eléctrico es $E = -80 \text{ i N/C}$. Si las coordenadas están dadas en metros, calcula:.....	21
2. En un punto de coordenadas (0, 3) está situada una carga $q_1 = 7,11 \text{ nC}$, y en el punto de coordenadas (4, 0) está situada otra carga $q_2 = 3,0 \text{ nC}$. Calcula:.....	22
Péndulo en un campo eléctrico.....	24
1. En una región del espacio en la que hay un campo eléctrico de intensidad $E = 6\cdot 10^3 \text{ i N C}^{-1}$ cuelga, de un hilo de 20 cm de longitud, una esfera metálica que posee una carga eléctrica de 8 μC y tiene una masa de 4 g. Calcular:.....	24
2. Un péndulo está constituido por una pequeña esfera metálica de masa $m = 1 \text{ g}$ y dimensiones despreciables, y un hilo inextensible de 150 cm de ancho y sin peso apreciable. Si la esfera tiene una carga positiva q y el péndulo se sitúa en una región donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = 10^5 \text{ N/C}$. Calcular:.....	25
Esferas concéntricas.....	26
1. Una esfera conductora de radio 4 cm tiene una carga de +8 μC en equilibrio eléctrico. Calcular cuánto valen en puntos que distan 0, 2 y 6 cm del centro de la esfera:.....	26

2. Dos conductores esféricos concéntricos, huecos, tienen de radios 4 y 8 cm, respectivamente. La esfera interior tiene una carga de 24 nC y la exterior 40 nC. Determinar:.....	27
Partículas cargadas en un campo magnético	28
1. Un protón con una energía cinética de $4,0 \cdot 10^{-15}$ J penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 40 mT. Calcular:.....	28
2. Una partícula de masa 8 ng y carga eléctrica $-2 \mu\text{C}$ entra en una región del espacio en la que hay un campo magnético $B = 3 \text{ j T}$, con una velocidad $v = 6 \text{ i km} \cdot \text{s}^{-1}$. Calcular:.....	29
Campo y fuerza magnética entre conductores paralelos	30
1. Dos conductores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados en el plano yz, en la dirección del eje z, separados una distancia de 80 cm. Si por cada uno de ellos circula una corriente de 12 A en sentidos contrarios, calcula:.....	30
2. a) Indica cuál es el módulo, dirección y sentido del campo magnético creado por un hilo conductor recto recorrido por una corriente y realiza un esquema que ilustre las características de dicho campo. Considérese ahora que dos hilos conductores rectos y paralelos de gran longitud transportan su respectiva corriente eléctrica. b) Sabiendo que la intensidad de una de las corrientes es el doble que la de la otra corriente y que, estando separados 10 cm, se atraen con una fuerza por unidad de longitud de $4,8 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, calcular las intensidades que circulan por los hilos. c) ¿Cuánto vale el campo magnético en un punto situado entre los dos hilos, a 3 cm del que transporta menos corriente?.....	31
Movimiento armónico simple	32
1. La energía total de un cuerpo de masa 0,5 kg que realiza un movimiento armónico simple es $6,0 \cdot 10^{-3}$ J y la fuerza máxima que actúa sobre él es 0,3 N.....	32
2. Se cuelga un cuerpo de 10 kg de masa de un resorte y se alarga 2,0 cm. Después se le añaden otros 10 kg y se le da un tirón hacia abajo, de modo que el sistema comienza a oscilar con una amplitud de 3,0 cm.....	33
Péndulo	35
1. Un péndulo simple de longitud $l = 2,5 \text{ m}$, se desvía del equilibrio hasta un punto a 0,03 m de altura y se suelta. Calcular:.....	35
Ondas	36
1. Una onda se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 20 m s^{-1} , una amplitud de 0,02 m y una frecuencia de 10 Hz. Determinar:.....	36
2. La expresión matemática de una onda armónico transversal que se propaga por una cuerda tensa orientada según el eje x es: $y = 0,5 \text{ sen } [2\pi (3t - x)]$ (unidades en el SI). Determinar:.....	38
Espejos y lentes	39
1. Un objeto de 4 cm de altura está situado 20 cm delante de una lente delgada divergente de distancia focal 12 cm.....	39
2. Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determinar:....	40
Dioptrio plano	41
1. Un rayo de luz de frecuencia $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ incide con un ángulo de incidencia de 30° sobre una lámina de vidrio de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabiendo que el índice de refracción del vidrio es 1,50 y el del aire 1,00:.....	41
Efecto fotoeléctrico	42
1. Se ilumina un metal con luz monocromática de una cierta longitud de onda. Si el trabajo de extracción es de $4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ y el potencial de frenado es de 2,0 V, calcular:.....	42
2. El trabajo de extracción para el sodio es de 2,50 eV. Calcular:.....	43
Energía nuclear	44
1. Para el núcleo de uranio, ${}_{92}^{238}\text{U}$, calcular:.....	44
2. El isótopo del boro ${}_{5}^{10}\text{B}$ es bombardeado por una partícula α y se produce ${}_{6}^{13}\text{C}$ y otra partícula.....	45
Desintegración radiactiva	46
1. El ${}_{82}^{210}\text{Pb}$ se transforma en polonio al emitir dos partículas beta y posteriormente, por emisión de una partícula alfa, se obtiene plomo.....	46